

~~30-8-11~~



~~4239~~

107
3
31

B. Prev.

VIII

799

6h 2075
264

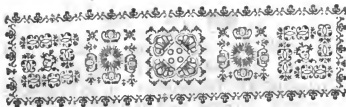
DIOPTRICAE
PARS SECVNDA,
CONTINENS
LIBRVM SECVNDVM,
DE
CONSTRVCTIONE
TELESCOPIORVM
DIOPTRICORVM
CVM
APPENDICE
De
CONSTRVCTIONE
TELESCOPIORVM CATOPTRICO-
DIOPTRICORVM.

AVCTORE
LEONHARDO EVLERO
ACAD. SCIENT. BORVSSIAE DIRECTORE VICENNALI ET SOCIO
ACAD. PETROP. PARISIN. ET LOND.

~~~~~  
**PETROPOLI**

Impensis Academiae Imperialis Scientiarum  
1 7 7 0.





## INDEX CAPITVM.

*In Tomo II. contentorum.*

---

### IN SECTIONE PRIMA.

De Telescopiis primi generis, quae lente oculari concaua instructa, obiecta situ erecto repraesentant.

- CAPVT I. **D**e Telescopiis in genere.  
CAPVT II. De lentibus obiectiuis compositis  
atque perfectis.

X 2

CAPVT

- CAPVT III. De distributione Telescopiorum  
in tria genera praecipua.
- CAPVT IV. De Telescopiis primi generis, quae  
imagine vera destituuntur et ob-  
iecta situ erecto repraesentant.
- CAPVT V. De vltiore Telescopiorum pri-  
mi generis perfectione vna pluri-  
busue lentibus adiiciendis.

## IN SECTIONE SECVNDA.

De Telescopiis secundi generis, quae  
lente oculari conuexa instructa, ob-  
iecta situ inuerso repraesentant.

- CAPVT I. De Telescopiis simplicioribus se-  
cundi generis, ex vnica vitri spe-  
cie paratis.
- CAPVT II. De vltiori horum Telescopio-  
rum perfectione quam quidem  
vnicam vitri speciem adhibendo  
assequi licet.
- CAPVT III. De vltiori Telescopiorum secun-  
di generis perfectione diuersas vi-  
tri species adhibendo.

IN

## IN SECTIONE TERTIA.

De Telescopiis tertii generis, quibus  
obiecta iterum situ erecto reprae-  
sentantur.

- CAPVT I. De Telescopiis simplicioribus tertii  
generis ex vnica vitri specie pa-  
ratis.
- CAPVT II. De Telescopiis terrestribus com-  
munibus eorumque perfectione.
- CAPVT III. De altera tertii generis telescopio-  
rum specie principali eorumque  
perfectione.

## IN APPENDICE.

De Constructione Telescopiorum Ca-  
toptrico - Dioptricorum.

- CAPVT I. De imaginibus per specula sphae-  
rica formatis, earumque diffusionem.
- CAPVT II. De computo confusionis dum prae-  
ter lentes etiam specula ad instru-  
menta dioptrica conficienda adhi-  
bentur.



CAPVT III. De Telescopiis Catadioptricis minore speculo concauo instructis.

CAPVT IV. De Telescopiis Catadioptricis minore speculo conuexo instructis.



LIBRI

LIBRI SECVNDI  
DE  
CONSTRVCTIONE  
TELESCOPIORVM  
SECTIO PRIMA.

DE  
TELESCOPIIS PRIMI GENERIS,  
QVAE  
LENTE OCVLARI CONCAUA INSTRVCTA  
OBIECTA SITV ERECTO REPRAESENTANT.

THE  
JOURNAL OF  
THE  
ROYAL ANTHROPOLOGICAL INSTITUTE  
OF GREAT BRITAIN AND IRELAND  
VOLUME 10  
PART 1  
1880





CAPVT I.  
DE  
TELESCOPIIS IN GENERE.

Definitio I.

**T**elescopium est instrumentum dioptricum obiectis valde remotis spectandis inseruiens.

Coroll. I.

2. Cum ergo distantia obiecti sit valde magna, in calculo quantitatem  $a$ , qua distantia obiecti a lente obiectiua designatur, tanquam infinitam spectare licet, ideoque  $a$  denotabit distantiam focalem lentis obiectivae, neglecta scilicet eius crassitie.

A 2

Co-

## Coroll. 2.

3. Cum posuerimus  $a = Aa$ , ob  $a = \infty$  erit numerus  $A$  evanescens ideoque et  $A = 0$  et  $\mathcal{A} = \frac{A}{A+1} = 0$ . Hinc ergo in formulis supra traditis litterae  $A$  et  $\mathcal{A}$  ita ex calculo eliminabuntur, ut loco  $Aa$  et  $\mathcal{A}a$  scribatur  $a$ .

## Definitio. 2.

4. In telescopiis campus apparens non ex ipsa obiecti conspicui quantitate aestimatur, sed ex angulo, sub quo haec pars conspicua nudo oculo cerneretur.

## Corollarium.

5. Littera ergo  $\Phi$ , quam supra in nostras formulas introduximus, denotabit semidiametrum campi adparentis vel potius eius tangentem; quia autem hic angulus plerumque est valde parvus, is ipse loco tangentis sine errore, praecipue si multiplicatio sit notabilis, usurpatur.

## Definitio 3.

6. Multiplicatio in telescopiis ex ratione quantitatis per instrumentum visae, ad quantitatem, quae idem obiectum in eadem distantia remotum nudo oculo cerneretur, aestimari solet.

Co-

## CAPVT I.

5

### Coroll. 1.

7. Quia ergo supra in genere multiplicationem ad distantiam  $b$  retulimus; obiecti vero distantia posita est  $=a$ , erit quoque  $b=a$ .

### Coroll. 2.

8. Exponens ergo multiplicationis  $=m$  hoc casu indicat, quoties angulus, sub quo diametrum cuiuspiam obiecti per telescopium cernimus, maior sit angulo, sub quo idem obiectum nudis oculis cerne-  
retur.

### Scholion 1.

9. Hoc scilicet intelligendum est, quamdiu de angulis satis parvis est sermo; quando autem anguli sunt maiores, exponens multiplicationis  $m$  declarabit, non quoties ipse angulus, sub quo obiectum quodpiam per telescopium cernitur, sed quoties eius tangens maior sit tangente eius anguli, sub quo idem obiectum nudis oculis esset appariturum, ita ut etiamsi multiplicatio  $m$  foret infinita, tamen angulus visionis non ultra  $90^\circ$  excrecere posset, dum scilicet quantitas obiecti ab axe telescopii aestimatur.

### Scholion 2.

10. His igitur observatis formulae supra erutae facile ad telescopia accomodantur eoque non nihil sim-

p'iores enadunt. Practerea vero etſi pro varia oculi conſtitutione diſtantia iuſta  $l$  deſignata ſit maxime diuerſa, tamen hic iſta diuerſitas ſepoſi tolet, quia teleſcopium ad unam oculi ſpeciem accommodatur, et quia plerumque diſtantia iuſta  $l$  ſatis eſt magna prae oculi diſtantia ab ultima lente, eaque adeo pro multis oculis in infinitum excreſcit, commode ſtatue-  
mus  $l = \infty$ . Hinc ſi ultimae lentis diſtantiae determi-  
natrices ſint  $f$  et  $\zeta$  poſt eamque locus oculi  $= O$ , ob  
 $O = \zeta + l$ , diſtantia  $\zeta$  debet eſſe infinita, ſcilicet  $\zeta$   
 $= O - l$ , ita ut ſit  $\frac{\zeta}{l} = -1$ ; ſive  $\frac{1}{\zeta} = -1$  atque ob  
 $\zeta = \infty$  evidens eſt, ultimae lentis diſtantiam focalem  
fore  $= f$ .

### Problema I.

II. Ex quocunque lentibus teleſcopium fuerit compoſitum, elementa exponere, quibus ſupra uſi ſu-  
mus, ad eius conſtructionem determinandam, ſimul-  
que relationem eorum diuerſorum elementorum inter  
ſe repraeſentare.

### Solutio.

Pro qualibet lente 1° conſiderauimus eius ratio-  
nem reſractionis pro radiis mediae naturae. 2° Eius  
binas diſtantias determinatrices cum numero arbitrario  
 $\lambda$ . 3° Nunc etiam cuiusque lentis diſtantiam focalem  
in

in calculum introducemus. 4<sup>o</sup> Etiam introduximus rationes aperturarum pro singulis lentibus littera  $\pi$  indicatas. Quae elementa pro singulis lentibus sequenti modo ob oculos ponamus:

| Lentes            | Ratio refr.  | Dist. det.    | Num. arb.     | Dist. foc. | Rat. apert. |
|-------------------|--------------|---------------|---------------|------------|-------------|
| I <sup>ma</sup>   | $n : 1$      | $a, \alpha$   | $\lambda$     | $p$        | $o$         |
| II <sup>da</sup>  | $n' : 1$     | $b, \beta$    | $\lambda'$    | $q$        | $\pi$       |
| III <sup>ma</sup> | $n'' : 1$    | $c, \gamma$   | $\lambda''$   | $r$        | $\pi'$      |
| IV <sup>ta</sup>  | $n''' : 1$   | $d, \delta$   | $\lambda'''$  | $s$        | $\pi''$     |
| V <sup>ta</sup>   | $n'''' : 1$  | $e, \epsilon$ | $\lambda''''$ | $t$        | $\pi'''$    |
| VI <sup>ta</sup>  | $n''''' : 1$ | $f, \zeta$    | $\lambda^v$   | $u$        | $\pi''''$   |

etc.

deinde etiam posuimus  $A = \frac{a}{\alpha}$ ;  $B = \frac{b}{\beta}$ ;  $C = \frac{c}{\gamma}$ ;  $D = \frac{d}{\delta}$ ;  $E = \frac{e}{\epsilon}$ ;  $F = \frac{f}{\zeta}$  etc. tum vero etiam  $\mathcal{A} = \frac{A}{A+1}$ ;  $\mathcal{B} = \frac{B}{B+1}$ ;  $\mathcal{C} = \frac{C}{C+1}$ ;  $\mathcal{D} = \frac{D}{D+1}$ ;  $\mathcal{E} = \frac{E}{E+1}$ ;  $\mathcal{F} = \frac{F}{F+1}$  etc.

His expositis modo ante vidimus ob  $a = \infty$ , fore  $A = 0$  et  $\mathcal{A} = 0$ , quibus valoribus ita est vtendum, vt sit  $Aa = a$  et  $\mathcal{A}a = p$  atque  $p = a$ ; pro sequentibus autem lentibus habebimus

$$q = \mathcal{B}b; r = \mathcal{C}c; s = \mathcal{D}d; t = \mathcal{E}e; u = \mathcal{F}f.$$

etc.

unde vicissim per distantias focales erit

$$b = \frac{a}{\mathcal{B}} = \frac{n+1}{B} q. \text{ et } \beta = (B+1) \cdot q$$

$$c = \frac{r}{\mathcal{C}} = \frac{C+1}{C} r. \text{ et } \gamma = (C+1) \cdot r$$

$$d = \frac{s}{\mathcal{D}} = \frac{D+1}{D} s. \text{ et } \delta = (D+1) \cdot s$$

etc.

deinde

deinde pro rationibus aperturarum habuimus supra  
sequentes relationes: posita scilicet semidiametro cam-  
pi apparentis  $=\Phi$

$$1^{\circ}. \frac{\Phi\pi-\Phi}{\Phi} = \frac{Aa}{b} = \frac{a}{b} \text{ seu}$$

$$\frac{\Phi\pi}{\Phi} = \frac{a+b}{b} \text{ vel } \frac{\pi}{\Phi} = \frac{a+b}{b}$$

$$2^{\circ}. \frac{\Phi\pi'-\pi'+\Phi}{\Phi} = \frac{AP.1}{c} = \frac{Ba}{c}$$

$$3^{\circ}. \frac{\Phi\pi''-\pi''+\pi-\Phi}{\Phi} = \frac{ABC.1}{d} = \frac{BC.a}{d}$$

$$4^{\circ}. \frac{\Phi\pi'''-\pi'''+\pi'-\pi+\Phi}{\Phi} = \frac{ABCD.a}{e} = \frac{BCD.a}{e}$$

etc.

atque hinc vicissim valores sequentes eliciuimus:

$$a=\infty$$

$$a=p$$

$$b=\frac{p\Phi}{\Phi\pi-\Phi}$$

$$\beta=\frac{p.p\Phi}{\Phi\pi-\Phi}$$

$$c=\frac{p.p\Phi}{\Phi\pi'-\pi'+\Phi}$$

$$\gamma=\frac{BC.p\Phi}{\Phi\pi'-\pi'+\Phi}$$

$$d=\frac{BC.p\Phi}{\Phi\pi''-\pi''+\pi-\Phi}$$

$$\delta=\frac{BCD.p\Phi}{\Phi\pi''-\pi''+\pi-\Phi}$$

$$e=\frac{BCD.p\Phi}{\Phi\pi'''-\pi'''+\pi'-\pi+\Phi}$$

$$\epsilon=\frac{BCD.p\Phi}{\Phi\pi'''-\pi'''+\pi'-\pi+\Phi}$$

etc.

### Coroll. I.

12. In superioribus iam satis ostensum est, quo-  
modo ex binis distantis determinatricibus singulas len-  
tes construi oporteat; quem in finem valores littera-  
rum  $\rho$ ,  $\sigma$ ,  $\tau$ , quibus etiam adiungimus  $\nu$  et  $\mu$ , re-  
cordari necesse est, qui sunt

8+

$$\xi + \sigma = \frac{1}{n-1}; \quad \sigma - \xi = \frac{1}{n+1}$$

$$\tau = \frac{n \cdot \sqrt{(n-1)}}{(n-1)(n+1)}; \quad \mu = \frac{n(n-1)}{2(n-1)^2(n+1)}$$

$$\text{et } \nu = \frac{4(n-1)^2}{4n-1}; \quad \mu\nu = \frac{n}{(n+1)}$$

## Coroll. 2.

13. His valoribus pro quavis ratione refractionis cognitis pro distantis determinatricibus  $a, a$ , cum numero arbitrario  $\lambda$  facies lentis sequenti modo definiuntur:

Radius faciei

$$\text{anterior} = \frac{a \cdot a}{\xi a + \sigma a + \tau(a+a)\sqrt{(\lambda-1)}}$$

$$\text{posterior} = \frac{a \cdot a}{\xi a + \sigma a + \tau(a+a)\sqrt{(\lambda-1)}}$$

ad quod exemplum omnes reliquae lentes sunt construendae.

## Coroll. 3.

14. Cum confusio ex tali lente oriunda fiat minima, sumto  $\lambda = 1$ ; operae pretium erit investigare, quantum numerum pro  $\lambda$  accipi oporteat, ut ambae lentis facies fiant inter se aequales; reperitur hunc in finem

$$\sqrt{(\lambda-1)} = \frac{a-a}{a+a} \cdot \frac{2(n-1)^2(n-1)}{n \cdot \sqrt{(n-1)}}$$

hincque

$$\lambda = 1 + \frac{(a-a)^2}{(a+a)^2} \cdot \frac{4(n-1)^2}{n^2(n-1)}$$

Tom. II.

B

cum

cum iam sit  $\frac{a-\alpha}{a+\alpha} = 1 - \frac{2\alpha}{(a+\alpha)^2}$ ; erit

$$\lambda = 1 + \frac{4(n-1)^2}{n^2(1+n-1)} - \frac{16,2\alpha(n-1)^2}{(a+\alpha)^2 n^2(1+n-1)}$$

quare si fuerit vel  $\alpha = \infty$  vel  $\alpha = \infty$  erit

$$\lambda = 1 + \frac{4(n-1)^2}{n^2(1+n-1)}$$

### Scholion.

15. Quo nostra investigatio latius pateat; singulis lentibus peculiare refractionis rationes tribuamus, quoniam nunc quidem compertum est, diuersas utriusque species ratione refractionis inter se discrepare, ita tamen, ut ualor numeri  $n$  intra limites 1, 50 et 1, 60 contineatur, quamobrem pro praxi consultum erit, pro singulis ualoribus intra hos limites contentis ualores litterarum  $g$ ,  $\sigma$ ,  $\tau$ ,  $\mu$ ,  $\nu$  et  $\mu$   $\nu$  hic exhibere; quem in finem sequentem tabulam hic subiungemus. Quod uero ad differentialia numerorum  $n$  attinet, de iis nihil definio, si quidem experimenta Dollondi ueritati sunt consentanea, praeterquam quod si  $n = 1$ , 53 pro uitro coronario,  $n' = 1$ , 58 pro chrystallino, sit per experimenta

$$dn:dn' = 2:3; \frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{n'-1} = 7:10.$$



| <i>n.</i> | <i>p.</i> | <i>σ.</i> | <i>τ.</i> | <i>μ.</i> | <i>ν.</i> | <i>μ.ν.</i> |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------------|
| 1.50.     | 0.2853.   | 1.7143.   | 0.9583.   | 1.0714.   | 0.1000.   | 0.2143.     |
| 1.51.     | 0.2653.   | 1.6956.   | 0.9468.   | 1.0420.   | 0.2065.   | 0.2151.     |
| 1.52.     | 0.2456.   | 1.6776.   | 0.9358.   | 1.0140.   | 0.2129.   | 0.2159.     |
| 1.53.     | 0.2267.   | 1.6601.   | 0.9252.   | 0.9875.   | 0.2196.   | 0.2168.     |
| 1.54.     | 0.2083.   | 1.6434.   | 0.9149.   | 0.9622.   | 0.2260.   | 0.2176.     |
| 1.55.     | 0.1907.   | 1.6274.   | 0.9051.   | 0.9381.   | 0.2326.   | 0.2182.     |
| 1.56.     | 0.1737.   | 1.6119.   | 0.8956.   | 0.9151.   | 0.2393.   | 0.2192.     |
| 1.57.     | 0.1573.   | 1.5970.   | 0.8864.   | 0.8932.   | 0.2461.   | 0.2199.     |
| 1.58.     | 0.1414.   | 1.5827.   | 0.8775.   | 0.8724.   | 0.2529.   | 0.2206.     |
| 1.59.     | 0.1259.   | 1.5689.   | 0.8689.   | 0.8525.   | 0.2597.   | 0.2214.     |
| 1.60.     | 0.1111.   | 1.5555.   | 0.8607.   | 0.8333.   | 0.2666.   | 0.2221.     |

## Problema 2.

16. Ex quocunque lentibus telescopium fuerit compositum, definire conditiones, vt singularum lentium intervalla fiant positiva.

## Solutio.

Quomodocunque distantiae determinatrices lentium ratione signorum + et - sint adfectae, semper necesse est, vt quantitates  $\alpha + b$ ;  $\beta + c$ ;  $\gamma + d$ ;  $\delta + e$  etc., quibus distantiae lentium exprimuntur, fiant positivae; quodsi ergo loco harum litterarum valores ante exhibiti substituantur, sequentibus conditionibus satisfieri oportet:

$$a+b=\frac{\pi p}{\pi-\phi}>0$$

$$\beta+c=\frac{\pi \cdot p \cdot (\pi' - (1-\pi)\pi)}{(\pi-\phi)(\pi'-\pi+\phi)}>0$$

$$\gamma+d=\frac{BC \cdot D \cdot (\pi'' - (1-\pi)\pi')}{(\pi'-\pi+\phi)(\pi''-\pi'+\pi-\phi)}>0$$

$$\delta+e=\frac{BCD \cdot \pi (\pi''' - (1-\pi)\pi'')}{(\pi''-\pi'+\pi-\phi)(\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\phi)}>0$$

etc.

circa quas distantias obseruari conuenit, quasdam earum etiam fieri posse  $= 0$ , quando scilicet duae pluresue lentes sibi inuicem immediate iunguntur, quemadmodum in lentibus obiectiuis euenire posse supra uidimus, nunquam autem vlla harum distantiarum fieri debet negatiua.

### COROLL. I.

17. Hinc manifestum est, si fuerit  $\pi = 0$ , tum distantiam inter lentem primam et secundam euanescere; ac si praeterea sit  $\pi' = 0$ , etiam tertia lens praecedentibus immediate iungetur, et quarta lens insuper iis adiungetur, si quoque fuerit  $\pi'' = 0$ , quod quidem euenit in lentibus obiectiuis compositis seu multiplicatis, vti supra iam est ostensum.

### COROLL. 2.

18. Distantia autem inter lentem primam et secundam fiet maior nihilo, uel tribuendo ipsi  $\pi$  ualorem positium, quoties scilicet fuerit  $\frac{\pi}{\pi-\phi}$  quantitas posi-

positiua uel tribuendo ipsi  $\pi$  ualorem negatiuum, quoties  $\frac{p}{\pi - p}$  fuerit quantitas negatiua.

## Coroll. 3.

19. Quoniam  $a = p$  est quantitas positiua, casus notari merentur;

1°.  $b = -p$ ; 2°.  $b = 0$ ; 3°.  $b > 0$ .

Primo casu interuallum primum euanesceit, ideoque erit uel  $\pi = 0$  uel  $\mathfrak{B} = 0$ , quod autem fieri nequit, quia foret  $\mathfrak{B} = 0$ , ideoque  $\frac{\beta}{b} = 0$ , ac propterea  $\beta = 0$ , cuiusmodi autem lens non datur, nisi etiam sit  $b = 0$ ; unde in hoc primo casu necessario habebitur  $\pi = 0$ . Secundo casu, quo  $b = 0$ , lens secunda cadet in ipsam imaginem a prima lente proiectam fietque  $\mathfrak{B} \pi - \Phi = \infty$ , quia neque  $p$  neque  $\Phi$  esse potest  $= 0$ , unde prodibit pro hoc casu  $\mathfrak{B} = \infty$  et  $B = -1$ . hoc est  $\beta = -b = 0$ , unde patet, hoc casu ambas distantias determinatrices secundae lentis euanescere; nihilo uero minus eius distantiam focalem  $q$  ualorem quemcunque retinere posse, cum sit  $q = \mathfrak{B} b$ , ob  $\mathfrak{B} = \infty$  et  $b = 0$ . Casu denique tertio, quo  $b > 0$ , fieri debet  $\mathfrak{B} \pi - \Phi > 0$  seu  $\mathfrak{B} > \frac{\Phi}{\pi}$ .

## Coroll. 4.

20. Quod hic de casu secundo notauimus, ualeat quoque de qualibet alia lente, quae in locum imaginis a lente praecedente formatae constituitur; tum

B 3

enim

enim eius distantiarum determinatricium anterior euanesceat, unde et posterior necessario euanescere debet; eueniat enim hoc in lente quarta, cuius distantiae determinatrices sunt  $d$  et  $\delta$ , et distantia focalis  $s$ , et quia est  $\frac{1}{s} = \frac{1}{d} + \frac{1}{\delta}$  si ergo sit  $d = 0$ , necessario quoque fiet  $\delta = 0$ , cum enim sit  $\delta = \frac{sd}{d-s}$ , posito  $d = 0$ , fiet utique  $\delta = 0$  tum uero hinc etiam cognoscimus, fore  $\frac{\delta}{d} = -1 = D$ ; ita, ut hoc quoque casu sit  $D = -1$  et  $\mathcal{D} = \infty$ .

### Problema 3.

21. Si telescopium ex quocunque lentibus fuerit compositum, definire aperturas singularum lentium; ut omnes radii ab obiecto per lentem obiectiuam ingressi simul per omnes lentes sequentes transmittantur.

### Solutio.

Hic non obiectum quodcunque est intelligendum, sed tantum quod per telescopium conspici potest totum, ita, ut eius semidiameter adparens conueniat cum semidiametro campi apparentis, quam statuimus  $= \Phi$ . Quodsi iam lentis obiectiuæ ponatur semidiameter aperturæ  $= x$ , supra ostendimus, semidiametros aperturæ singularum lentium sequentium sequenti modo determinari:

Semid.

Semid. apert.

$$\text{Lentis II}^{dae}. \frac{E\pi p + x}{E\pi - p} \cdot \Phi$$

$$\dots \text{III}^{tae}. \frac{E\pi' p + x}{E\pi' - p} \cdot \Phi$$

$$\dots \text{IV}^{tae}. \frac{BC \cdot D\pi'' p + x}{D\pi'' - \pi' - p} \cdot \Phi$$

$$\dots \text{V}^{tae}. \frac{BCD \cdot E\pi''' p + x}{E\pi''' - \pi'' - \pi' - p} \cdot \Phi$$

etc.

singulae hac expressiones constant duabus partibus, et signum ambiguum  $+$  indicat, ambas partes capi debere positivas, etiamsi forte ambae uel saltim alterutra fuerit negativa. Nihil autem impedit, quominus hac aperturae capiantur maiores, etiamsi haec amplificatio omni usu destituatur. Quia etiam sufficit, has semidiametros maiori tantum parti, quae plerumque est prior, aequales summis, quia hinc nullum aliud incommodum est metuendum, nisi quod extremitates campi adparentis alquanto obscurius repraesententur; atque ut lentes tantae aperturae sint capaces, pro litteris  $\pi$ ,  $\pi'$ ,  $\pi''$ ,  $\pi'''$  etc. tam exiguas fractiones sumi oportet, uti supra est expositum, ueluti  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  uel adhuc minores.

## Coroll. I.

22. Priores partes harum formularum multo concinnius exprimi possunt, si distantias focales in calculum.

culum introducamus; tum enim eae sequenti modo experimentur:

$\pi q$ ;  $\pi' r$ ;  $\pi'' s$ ;  $\pi''' t$  etc.  
 quae expressiones immediate ex natura litterarum  $\pi$ ,  $\pi'$ ,  $\pi''$  etc. supra exposita sequuntur.

### COROLL. 2.

23. Hinc etiam alterae partes illarum formarum concinnius exprimi poterunt, cum sit  $\frac{\Phi}{\pi - \Phi}$   
 $= \frac{b}{p} = \frac{q}{\Phi p}$ ; et  $\frac{\Phi}{\pi' - \pi + \Phi} = \frac{r}{\pi \Phi p}$  et  $\frac{\Phi}{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi} = \frac{s}{\pi \pi' \Phi p}$ ;  
 unde superiores formulae ita repraesentari possunt.

Semid. apert.

Lentis

$$I^{mae.} = x$$

$$II^{dae.} = \pi q \pm \frac{q x}{\Phi p}$$

$$III^{tae.} = \pi' r \pm \frac{r x}{\pi \Phi p}$$

$$IV^{tae.} = \pi'' s \pm \frac{s x}{\pi \pi' \Phi p}$$

$$V^{tae.} = \pi''' t \pm \frac{t x}{\pi \pi' \pi'' \Phi p}$$

### COROLL. 3.

24. Quodsi ergo cueniat, vt litterarum  $\pi$ ,  $\pi'$ ,  $\pi''$ ,  $\pi'''$  etc. quaequam euaneſcat; tum pro lente  
 re-

respondente semidiameter aperturæ soli secundæ parti æqualis sumi debet. Aliis uero casibus, quibus pars prima maior est secunda, sufficit aperturam ex sola prima parte definiri.

### Scholion.

25. Casus iste, quo litterarum  $\pi$ ,  $\pi'$ ,  $\pi''$  etc. quæpiam fit  $= 0$ , tum habet locum, quando lens respondens in eiusmodi loco collocatur, quem supra pro idoneo loco oculi assignauimus, in quo scilicet radii ab extremitate obiecti per centrum lentis primæ transmissi iterum uspiam cum axe concurrunt. In hoc enim loco lens constituta nulla alia apertura indigebit, nisi ea, quæ ob aperturam lentis obiectiuæ requiritur. Quare probe notandum est, quoties quæpiam lens in tali loco collocatur, pro ea ualorem ipsius  $\pi$  respondentis fore  $= 0$ . et uicissim. Quoniam igitur plerumque pars aperturæ ab  $x$  pendens fit ualde parua, huiusmodi lentes commodissime loco diaphragmatum, quæ uulgo in telescopiis adplicari solent, usurpari poterunt, ut earum tam exigua apertura radii peregrini excludantur.

### Problema 4.

26. Ex quocunque lentibus telescopium fuerit compositum, definire rationem multiplicationis  $m$ , qua obiecta per id uisa aucta conspiciuntur.

Tom. II.

C

So-

## Solutio.

Ex formulis, quas iam supra pro multiplicatione inuenimus, obtinebimus pro singulis lentium numeris sequentes formulas.

Pro num. lent.      Ratio Multiplicationis

$$\text{I. } m = + 1 \text{ ob } \frac{a}{l} = - 1.$$

$$\text{II. } m = - \frac{a}{b} \text{ ob } \frac{\beta}{l} = - 1.$$

$$\text{III. } m = + \frac{a\beta}{bc} \text{ ob } \frac{\gamma}{l} = - 1.$$

$$\text{IV. } m = - \frac{a\beta\gamma}{bcd} \text{ ob } \frac{\delta}{l} = - 1.$$

$$\text{V. } m = + \frac{a\beta\gamma\delta}{bcde} \text{ ob } \frac{e}{l} = - 1.$$

etc.

hic scilicet notandum est, si pro  $m$  prodeat ualor positius, obiectum situ erecto, sin autem negatiuus, situ inuerso repraesentatum iri. Vicissim igitur si uelimus, ut telescopium v. gr. centies multiplicet, duo casus sunt euoluendi, alter, quo repraesentatio requiritur erecta, alter, quo inuersa, ac priori casu statuimus  $m = + 100$ ; posteriori uero  $m = - 100$ , ita, ut tunc satis sit perspicuum, quomodo pro quouis lentium numero ualores litterarum  $a, b$ ;  $\beta, c$ ;  $\gamma, d$ . etc. esse debeant comparati.

Co-



## Coroll. 1.

27. Si litteras latinas maiusculas introducere uelimus, erit pro duabus lentibus  $m = -\frac{a}{b}$ ; pro tribus  $m = +\frac{a}{c}$ . B. pro quatuor  $m = -\frac{a}{d}$  B C. pro quinque  $m = +\frac{a}{e}$  B C D. etc.

## Coroll. 2.

28. Cum porro sit  $a = p$  = distantiae focali lentis obiectiuae, et littera latina maiuscula, in his formulis denotet distantiam focalem lentis vltimae, formulae istae pro multiplicatione concinnius hoc modo repraesentantur:

$$\text{I. } m = + 1.$$

$$\text{II. } m = - \frac{p}{q}$$

$$\text{III. } m = + \frac{p}{r} \text{ B.}$$

$$\text{IV. } m = - \frac{p}{s} \text{ BC.}$$

$$\text{V. } m = + \frac{p}{t} \text{ BCD.}$$

etc.

## Scholion.

29. In hoc problemate pro casu vnius lentis inuenimus  $m = + 1$ , quo indicatur, obiecta per vnicam lentem non aucta, sed naturali quantitate spectari; id quod per se est manifestum, quoniam distantiam oculi iustam / infinitam<sup>a</sup> assumimus; tum enim

C 2

erit

erit etiam  $a = p = \infty$  ideoque haec lens habebit suas facies inter se parallelas, per quam obiecta perinde cernuntur, ac nudis oculis; deinde pro casu duarum lentium inuenimus  $m = \frac{p^2}{q}$ ; quare cum  $p$  sit positium, si  $q$  fuerit negatiuum, telescopium referet obiecta situ erecto et aucta in ratione  $p : q$ , seu quoties distantia focalis lentis obiectiuæ maior fuerit, quam distantia focalis lentis ocularis concauæ; sin autem lens ocularis quoque fuerit conuexa seu  $q$  positium, obiecta cernentur situ inuerso ac toties aucta, quoties  $q$  continebitur in  $p$ . Tum uero hinc etiam liquet, ob  $a = p$  et  $b = q$  distantiam inter has duas lentes  $a + b$  seu longitudinem telescopii fore aequalem quantitati  $p + q$ , uti satis constat. At si plures lentes adhibeantur, ratio multiplicationis non amplius per solas distantias focales lentium obiectiuæ et ocularis determinatur, sed insuper ratio est habenda numerorum B, C, D etc. seu lentium intermediarum.

### Problema 5.

30. Ex quocunque lentibus telescopium fuerit compositum, definire locum oculi seu eius distantiam post ultimam lentem ocularem.

### Solutio.

Hanc distantiam supra littera O indicauimus statimque uidimus pro casu vniue lens fore  $O = o$ .

Pro

Pro casu autem duarum lentium inuenimus  
 $O = \frac{B\pi}{\pi - \Phi}$ , quae ob  $\beta = \infty$  hincque  $B = \infty$  et  
 $\mathfrak{B} = 1$  abit in hanc  $O = \frac{b\pi}{\pi - \Phi}$ . Cum autem porro  
 sit  $b = \frac{p\Phi}{\pi - \Phi}$ , ideoque  $\pi - \Phi = \frac{p\Phi}{b}$ ; habebitur  $O$   
 $= \frac{b^2\pi}{p\Phi} = \frac{q^2\pi}{p\Phi}$  et ob  $m = -\frac{p}{q}$  seu  $p = -m q$   
 erit  $O = \frac{-\pi}{m\Phi}$  et ob  $\frac{\pi}{\Phi} = \frac{p+1}{1}$  habebitur etiam  $O$   
 $= -\frac{(p+1)}{m} = +\frac{m-1}{m} \cdot q$

Pro casu trium lentium ob  $\gamma = \infty$  ideoque  
 $C = \infty$  et  $\mathfrak{C} = 1$  habebimus  $O = \frac{c\pi'}{\pi' - \pi + \Phi}$ ; est  
 uero  $c = r = \frac{B\Phi}{\pi' - \pi + \Phi}$  et  $m = \frac{p}{r}$ . B atque hinc  $p B$   
 $= m r$  adeoque  $c = \frac{m r \Phi}{\pi' - \pi + \Phi}$ ; vnde erit  $O = \frac{\pi'}{m\Phi} \cdot r$

Pro casu quatuor lentium ob  $\delta = \infty$  ideoque  
 $D = \infty$  et  $\mathfrak{D} = 1$  inuenimus  $O = \frac{d\pi''}{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}$ ; at  
 est  $d = s = \frac{BCp\Phi}{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi} = \frac{-m\pi\Phi}{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}$  hincque  $\pi''$   
 $= \pi' + \pi - \Phi = -m\Phi$  adeoque  $O = -\frac{\pi''}{m\Phi} \cdot s$

Quo haec ad plures lentes accommodari que-  
 ant, tabulam sequentem subiungam.

Num. lent. Locus oculi

I.  $O = 0$

II.  $O = \frac{b\pi}{\pi - \beta} = -\frac{\pi}{m\Phi} \cdot q$

III.  $O = \frac{c\pi^2}{\pi^2 - \pi + \Phi} = \frac{\pi^2}{m\Phi} \cdot r$

IV.  $O = \frac{d\pi^3}{\pi^3 - \pi^2 + \pi - \beta} = -\frac{\pi^3}{m\Phi} \cdot s$

V.  $O = \frac{e\pi^4}{\pi^4 - \pi^3 + \pi^2 - \pi + \beta} = \frac{\pi^4}{m\Phi} \cdot s$   
etc.

## Coroll. I.

31. Ex superioribus hic repeti conueniet, si ualor ipsius  $O$  prodeat positivus, tum pro oculo locum idoneum inueniri, ex quo totus campus adparens conspici queat; sin autem pro  $O$  prodeat ualor negativus, tum oculum lenti ultimae immediate adplicari debere hocque casu campum apparentem per aperturam pupillae determinari.

## Coroll. 2.

32. Casu duarum lentium distantiam  $O$  concinnius exhibere licuit, cum esset  $O = \frac{m-1}{m} \cdot q = (1 - \frac{1}{m})q$ ; unde statim patet pro repraesentatione erecta, ubi  $q$  est quantitas negativa, distantiam  $O$  pariter fore negativam ideoque oculum lenti oculari immediate adplicari debere. At si lens ocularis fuerit conuexa et repraesentatio inuersa, tum oculum in certa distantia post lentem ocularem collocari debere.

Pro-

## Problema 6.

33. Ex quocunque lentibus telescopium fuerit compositum, si distantia oculi post lentem ocularem prodierit positiua, definire campum apparentem seu eius semidiametrum  $\Phi$ , quem conspiciere licebit.

## Solutio.

Cum sit  $b = a$ , ex formulis generalibus supra inuentis pro quouis lentium numero habebimus sequentes campi apparentis determinationes:

Num. lent. Semid. campi apparentis

I.  $\Phi = \text{indetermin.}$

II.  $\Phi = \frac{-m\pi}{m_1 - 1}$

III.  $\Phi = \frac{-m\pi + \pi^2}{m_1 - 1}$

IV.  $\Phi = \frac{-\pi + \pi^2 - \pi^3}{m_1 - 1}$

V.  $\Phi = \frac{-\pi + \pi^2 - \pi^3 + \pi^4}{m_1 - 1}$

etc.

## Coroll. I.

34. Si  $m$  denotat numerum positium, eo semper indicatur, repræsentationem obiectorum esse erectam; sin autem telescopium in situ inuerso repræsentet, tum semper  $m$  numero negatiuo est exprimendum, uti iam supra est monitum.

Co-

## Coroll. 2.

35. Ex his formulis etiam patet, quo maior fuerit multiplicatio  $m$ , eo minorem fore, ceteris paribus, campum adparentem et cum litterae  $\pi$ ,  $\pi'$ ,  $\pi''$ ,  $\pi'''$  etc. denotare possint fractiones non maiores, quam  $\frac{1}{2}$  uel  $\frac{1}{3}$  siue positivas, siue negatiuas, euident est, augendo numerum lentium campum apparentem continuo magis augeri posse.

## Scholion.

36. Hoc modo semidiameter campi apparentis per fractionem quandam reperietur expressus, quae tanquam pars radii seu sinus totius est spectanda. Quare cum arcus circuli radio aequalis contineat circiter  $57^\circ 17'$  seu  $3437'$ , fractio pro  $\Phi$  inuenta in minuta prima conuertetur, si ea multiplicetur per numerum  $3437$ , hocque modo spatium in coelo, quod per telescopium quodcumque conspicitur, facillime in gradibus et minutis definitur, ubi insuper notari conuenit, angulum hunc  $\Phi$  hic semper ut posituum spectari; si enim prodeat negatiuus, id semper est indicio, rationem multiplicationis  $m$  quoque negatiue esse capiendam seu repraesentationem esse inuersam.

## Problema 7.

37. Ex quocumque lentibus telescopium fuerit compositum, si distantia oculi post lentem ultimam prodierit negatiua, definire campum apparentem seu eius semidiametrum  $\Phi$ , quem conspiciere licet.

So-

## Solutio.

Si prodeat distantia  $O$  negatiua, ideoque oculus in hoc loco collocari nequeat, iam supra vidimus, tum oculum lenti vltimae immediate adplicari debere, quasi esset  $O = 0$ ; hocque casu campum apparentem non amplius per aperturas lentium definiri, sed potissimum ab apertura pupillae pendere, cuius semidiametrum littera  $\omega$  designauimus, quae ob insignem oculi variationem, a parte vigesima digiti usque ad  $\frac{1}{10}$  dig. augeri potest, quod euenire solet, si oculus in loco valde obscuro versetur. Pro hoc igitur casu ex supra traditis determinatio campi apparentis sequenti modo se habebit;

Pro casu duarum lentium ob  $B = 1$  et  $b = q$ , erit primo  $\pi q = \omega$ ; deinde  $\Phi = \frac{\pi\omega}{\pi' + \omega}$ , quae expressio ob  $\pi = \frac{\omega}{q}$  abit in hanc,  $\Phi = \frac{\omega}{\frac{\pi'}{q} + 1} = \frac{\omega}{(\frac{\pi'}{\omega} + 1)q}$ ;  $= \frac{\pi}{m - 1}$  ob  $p = -mq$ , quae expressio, quia hoc casu  $q$  negatiuum valorem obtinet, per se fit positiua.

Pro casu trium lentium primo ob  $C = 1$  et  $c = r$  erit  $\pi' r = \omega$ ; tum vero fit  $\frac{BCp\pi\omega}{\pi' - \pi + \Phi} = \omega$  seu  $\frac{\pi r \Phi \pi'}{\pi' - \pi + \Phi} = \omega$ ; vnde inuenitur  $\Phi = \frac{(\pi' - \pi)\omega}{m\pi' - \omega} = \frac{(\pi' - \pi)\omega}{(\pi - 1)\pi' r} = \frac{\pi' - \pi}{m - 1}$ .

Pro casu quatuor lentium ob  $D = 1$  et  $d = s$  erit primo  $\pi'' s = \omega$ , tum vero  $\frac{BCp\pi''\omega}{\pi' - \pi + \pi'' - \Phi} = \omega$   $= \frac{-\pi''\pi''\omega}{\pi' - \pi + \pi'' - \Phi}$  vnde inuenitur  $\Phi = \frac{(\pi'' - \pi') + \pi''}{\omega - m\pi''} = \frac{-(\pi' - \pi' + \pi'')\omega}{(m - 1)\pi'' s}$   $= -\frac{(\pi' - \pi' + \pi'')}{m - 1}$ .

Tom. II.

D

Quas

Quas determinationes in sequenti tabula repraesentemus:

Pro num. lent. erit                      et pro campo apparente.

$$\text{II. } \pi = \frac{w}{r} \quad \Phi = \frac{\frac{w}{r}}{\left(\frac{w}{r} - 1\right)^2} = \frac{\frac{w}{r}}{w - r}.$$

$$\text{III. } \pi' = \frac{w}{r'} \quad \Phi = \frac{\left(\frac{w}{r'} - \pi\right)^2}{\left(\frac{w}{r'} - 1\right)^2} = \frac{-\pi + \pi^2}{r' - 1}.$$

$$\text{IV. } \pi'' = \frac{w}{r''} \quad \Phi = \frac{\left(\frac{w}{r''} - \pi' + \pi\right)^2}{\left(\frac{w}{r''} - 1\right)^2} = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{r'' - 1}.$$

$$\text{V. } \pi''' = \frac{w}{r'''} \quad \Phi = \frac{\left(\frac{w}{r'''} - \pi'' + \pi' - \pi\right)^2}{\left(\frac{w}{r'''} - 1\right)^2} = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi'''}{r''' - 1}.$$

etc.

### COROLL. I.

38. Hinc patet, formulas pro semidiametro campi apparentis  $\Phi$  non discrepare a casu praecedente; verum autem discrimen in hoc consistit, quod casu praecedente ultima litterarum  $\pi$ ,  $\pi'$ ,  $\pi''$  etc. ab arbitrio nostro pendebat, dummodo intra limitem praescriptum  $\frac{1}{2}$  vel  $\frac{1}{3}$  contineretur, hic autem ea a constitutione pupillae determinari debeat.

### COROLL. 2.

39. Eatenus ergo hoc casu campus apprens minor fit, quam casu praecedente, quatenus litterarum  $\pi$ ,  $\pi'$ ,  $\pi''$  etc. ultimae minor valor tribui debet, id quod fit, si fractiones  $\frac{w}{r}$ ,  $\frac{w}{r'}$ ,  $\frac{w}{r''}$  etc. minores fuerint, quam limes ille  $\frac{1}{2}$  vel  $\frac{1}{3}$ . Sin autem huic limiti prodierint



dierint aequales, utroque casu idem habebitur campus apparens.

## Coroll. 3.

40. Hinc autem concludere non licet, si istae fractiones  $\frac{w}{y}$ ,  $\frac{w}{r}$ ,  $\frac{w}{s}$  etc. maiores fiant limite praescripto, tum hoc posteriori casu campum adeo maiorem visum iri, propterea quod ipsa lentis postremae natura non permittit maiorem valorem litterae respondentis  $\pi$ . Atque ob hanc causam nequidem conuenit tam exiguas lentes oculares admittere, ut valor ultimae litterae  $\pi$  limitem  $\frac{1}{2}$  uel  $\frac{1}{3}$  superans prodeat, quia tum ipsa huius lentis apertura minor capi deberet, quam pupilla.

## Scholion.

41. Nihil autem obstat, quominus lenti oculari apertura maior tribuatur, quam pupillae, quandoquidem inde nullum aliud incommodum esset metuendum, nisi quod non omnes radii per hanc lentem transmissi in oculum ingrederentur; quod autem tantum abest, ut sit incommodum, ut potius insigne lucrum inde obtineri possit; tum enim pupilla successiue per totam lentis aperturam vagari poterit, quo id commodi consequemur, ut successiue alias atque alias obiecti partes conspiciamus. Id quod in telescopiis ad praecedentem casum pertinentibus locum habere nequit. Determinatio igitur ultimae litterarum  $\pi$ ,  $\pi'$ ,  $\pi''$  etc. in pro-

D 2

ble-

blemate exhibita ei tantum fini inferuit, vt inde magnitudo campi vno obtutu visi rite definiatur, cum adeo insigne lucrum expectari queat, si lenti oculari multo maior apertura tribui queat; ex quo iam ratio multo clarius perspicitur, cur lentes oculares nimis paruas euitari conueniat.

### Problema 8.

42. Si telescopium ex quocunque lentibus fuerit compositum atque adeo singulae lentes ex diuersis vitri speciebus sint formatae, definire semidiametrum confusionis, qua repraesentatio obiectorum erit in-quinata.

### Solutio.

Iam in limine huius capitis cuilibet lenti peculiarem refractionis rationem tribuimus, huncque in finem litteras  $n$ ,  $n'$ ,  $n''$ ,  $n'''$  etc. in calculum introduximus. Quare tantum opus est, vt formulas in additamento postremo I<sup>mae</sup> partis inuentas ad casum telescopiorum, quo fit  $a = \infty$ ;  $b = a$ ; hincque  $A = \infty$  et  $Aa = a \div p$ , transferamus; ad quod efficiendum ex denominatoribus singulorum membrorum factor  $A'$  cum factore communi coniungatur, vt fiat in eius denominatore  $A' a a b = a' = p'$ . Quo facto pro quolibet lentium numero semidiameter confusionis sequenti formula exprimetur:

$\mu \lambda$

$$\frac{m x^2}{+p^2} \left\{ \begin{aligned} & \mu \lambda + \frac{\mu'(\pi+1)\lambda(\pi+1)^2 + \nu' B \Phi}{B^2(\pi-\Phi)} \\ & + \frac{\mu''(C+1)\lambda''(C+1)^2 + \nu'' C \Phi}{B^2 C (\pi''-\pi-\Phi)} \\ & + \frac{\mu'''(D+1)\lambda'''(D+1)^2 + \nu''' D \Phi}{B^2 C^2 D (\pi'''-\pi''-\pi-\Phi)} \\ & \text{etc.} \end{aligned} \right.$$

quae, si singula membra in duas partes discernantur, commodius exprimi poterit ob valores  $\frac{\nu}{\pi+1} = \mathfrak{B}$ ;  $\frac{C}{\pi+1} = \mathfrak{C}$  etc. Erit scilicet haec expressio:

$$\frac{m x^2}{+p^2} \left\{ \begin{aligned} & \mu \lambda + \frac{\mu' \Phi}{B(\pi-\Phi)} \left( \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}} + \frac{\nu'}{B} \right) \\ & + \frac{\mu'' \Phi}{B^2 \mathfrak{C} (\pi''-\pi-\Phi)} \left( \frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu''}{C} \right) \\ & + \frac{\mu''' \Phi}{B^2 C^2 D (\pi'''-\pi''-\pi-\Phi)} \left( \frac{\lambda'''}{D^2} + \frac{\nu'''}{D} \right) \\ & \text{etc.} \end{aligned} \right.$$

quae porro, formulis §. 23 in subsidium vocatis ad hanc formam redigitur:

$$\frac{m x^2}{+p^2} \left\{ \begin{aligned} & \mu \lambda + \frac{\mu' q}{B^2 p} \left( \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}} + \frac{\nu'}{B} \right) \\ & + \frac{\mu'' r}{B^2 \mathfrak{C}^2 p} \left( \frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu''}{C} \right) \\ & + \frac{\mu''' s}{B^2 C^2 D^2 p} \left( \frac{\lambda'''}{D^2} + \frac{\nu'''}{D} \right) \\ & \text{etc.} \end{aligned} \right.$$

atque hinc pro quouis lentium numero semidiameter confusionis sequenti modo exprimeretur:

D 3

Pro

Pro duabus lentibus ob  $B = \infty$ ;  $b = q$ ;  $\mathfrak{B} = 1$ .  
erit semidiameter confusiois  $= \frac{mx^2}{p^2} (\mu \lambda + \frac{\mu' \lambda'}{p})$  quae  
forma ob  $p = -mq$  reducitur ad hanc:

$$\frac{mx^2}{p^2} (\mu \lambda - \frac{\mu' \lambda'}{m})$$

Pro tribus lentibus ob  $C = \infty$  et  $\mathfrak{C} = 1$  et  
 $Bp = mr$  erit semidiameter confusiois =

$$\frac{mx^2}{p^2} \left\{ \begin{aligned} &\mu \lambda + \frac{\mu' r}{\mathfrak{B} \cdot p} \left[ \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}} + \frac{r'}{\mathfrak{B}} \right] \\ &+ \frac{\mu'' \lambda''}{\mathfrak{B} \cdot m} \end{aligned} \right.$$

Pro quatuor lentibus ob  $D = \infty$  et  $\mathfrak{D} = 1$   
et  $BCp = -ms$  erit semidiameter confusiois =

$$\frac{mx^2}{p^2} \left\{ \begin{aligned} &\mu \lambda + \frac{\mu' r}{\mathfrak{B} \cdot p} \left[ \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}} + \frac{r'}{\mathfrak{B}} \right] \\ &+ \frac{\mu'' r}{\mathfrak{B} \cdot \mathfrak{C} \cdot p} \left[ \frac{\lambda''}{\mathfrak{C}} + \frac{r''}{\mathfrak{C}} \right] \\ &- \frac{\mu''' \lambda'''}{\mathfrak{B} \cdot \mathfrak{C}^2 \cdot m} \end{aligned} \right.$$

Pro quinque lentibus ob  $E = \infty$  et  $\mathfrak{E} = 1$   
et  $BCDp = ms$  erit semidiameter confusiois =

$$\frac{mx^2}{p^2} \left\{ \begin{aligned} &\mu \lambda + \frac{\mu' r}{\mathfrak{B} \cdot p} \left[ \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}} + \frac{r'}{\mathfrak{B}} \right] \\ &+ \frac{\mu'' r}{\mathfrak{B} \cdot \mathfrak{C} \cdot p} \left[ \frac{\lambda''}{\mathfrak{C}} + \frac{r''}{\mathfrak{C}} \right] \\ &+ \frac{\mu''' r}{\mathfrak{B} \cdot \mathfrak{C} \cdot \mathfrak{D} \cdot p} \left[ \frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}} + \frac{r'''}{\mathfrak{D}} \right] \\ &+ \frac{\mu'''' \lambda''''}{\mathfrak{B}^2 \cdot \mathfrak{C}^2 \cdot \mathfrak{D}^2 \cdot m} \end{aligned} \right.$$

etc.

Co

## Coroll 1.

43. His igitur formulis semidiameter confusio-  
nis per. numerum seu fractionem quandam numeri-  
cam expressa reperitur, quae fractio in gradus, minu-  
ta et secunda conuersa indicabit, sub quanto angulo  
singula obiectorum puncta per telescopium conspician-  
tur, quippe in quo effectus confusionis existit.

## Coroll 2.

44. Ne igitur haec confusio fiat intolerabilis,  
necesse est, vt semidiameter confusionis infra certum  
limitem subsistat, pro quo limite supra hanc formu-  
lam constituimus  $\frac{1}{k}$ , existente  $k = 40$  uel  $k = 30$   
circiter.

## Coroll 3.

45. Quodsi ergo in genere numeros in clausulis con-  
tentos ponamus  $= N$ , efficiendum est, vt  $\frac{mx^3}{p^3}$ .  $N$   
non excedat limitem  $\frac{1}{k}$ ; ex quo statui debet  $\frac{mx^3}{p^3}$ .  
 $N = \frac{1}{k}$ , vnde quantitas  $p$  seu distantia focalis lentis  
obiectivae determinatur: fiet scilicet  $p = k x \cdot \sqrt[3]{\frac{m}{N}}$ .

## Coroll 4.

46. Si porro gradus claritatis littera  $y$  indice-  
tur, vt supra fecimus, vbi vidimus, capi debere  $x$   
 $= my$  et vulgo statui  $y = \frac{1}{10}$  dig., vnde satis no-  
tabilis

tabilis gradus claritatis oritur; aequatio modo inuenta erit  $p = mky \sqrt{m. N}$ ; unde patet, caeteris paribus, distantiam focalem lentis obiectivae  $p$  sequi rationem sesquitriplicatam multiplicationis  $m$ , vbi notandum quia  $y = \frac{1}{10}$  dig. et  $k = 40$ . fore propemodum  $ky = \frac{1}{2}$  dig. seu quasi 1 dig. plus vel minus secundum circumstantias.

### Scholion 1.

47. Ne quem offendant, quod ex hac aequatione valorem ipsius  $p$  definiuimus, cum tamen haec quantitas iam insit in numero  $N$ ; notandum est, hic non tam ipsam quantitatem  $p$ , quam eius rationem ad reliquas distantias focales  $q, r, s$  etc. in numerum  $N$  ingredi quae rationes cum aliunde vt iam cognitae spectari possint, nostra aequatio utique est idonea, ex qua valor absolutus ipsius  $p$  determinetur, id quod fit ex quantitate  $x$ , quae in digitis expressa habetur, cum sit  $x = my$  et  $y$  in partibus digiti detur, seu capiatur  $y = \frac{1}{10}$  dig. siue maior siue minor, prout maior vel minor claritatis gradus desideratur.

### Scholion 2.

48. Cum maxime sit optandum, vt haec confusio penitus ad nihilum redigatur fiatque  $N = 0$ , si hoc successerit, ostendendum adhuc est, quomodo hinc distantia focalis lentis obiectivae  $p$  definiri debeat, siquidem pro casu  $N = 0$  nostra aequatio daret  $p = 0$ ; quod

quod cum fieri nequeat, ad eius aperturam seu quantitatem  $x$  est respiciendum, quae quia ex gradu claritatis  $y$  cum multiplicatione  $m$  coniuncto est data, huic lenti necessario tantam distantiam focal.  $m p$  tribui oportet, vt lens tantae aperturae fiat capax: ad minimum scilicet debet esse  $p > 5 x$  atque interdum adhuc maius, prout lentis facies magis proleuit incuruatae. In genere autem observandum est, nihil impedire, quo minus maior statuatur quantitas  $p$  dummodo non fiat minor.

### Problema 9.

49. Si telescopium quocunque lentibus constet oculique distantia post vltimam lentem inuenta fuerit positua, definire lentium dispositionem, vt obiecta sine margine colorato conspiciantur.

### Solutio.

Quoniam huic conditioni iam supra generatim satisfecimus, aequatio ibi inuenta ad casum praesentem telescopiorum accommodemus ac videbimus, scopum obtineri, si huic aequationi satisfieri possit

$$0 = \frac{b d n'}{n' - 1} \cdot \frac{\pi}{p \phi} + \frac{c d n''}{n'' - 1} \cdot \frac{\pi'}{b' \phi} + \frac{d' t' n'''}{n''' - 1} \cdot \frac{\pi''}{b'' \phi} \\ \text{etc.}$$

quam ad singulos lentium numeros applicemus.

Tom. II.

E

Pro

Pro duabus lentibus ob  $b = q$  erit

$$0 = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi b}{\Phi_p} = - \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi}{m\Phi}$$

Pro tribus lentibus ob  $c = r$  erit

$$0 = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi b}{\Phi_p} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{\pi' r}{B\Phi_p}$$

sive

$$0 = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi b}{\Phi_p} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{\pi^*}{m\Phi}$$

Pro quatuor lentibus ob  $d = s$  et  $BCp = m s$  erit

$$0 = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi b}{\Phi_p} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{\pi' c}{B\Phi_p} - \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{\pi^*}{m\Phi}$$

Pro quinque lentibus ob  $e = t$  et  $BCDp = m t$  erit

$$0 = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi b}{\Phi_p} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{\pi' c}{B\Phi_p} \\ + \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{\pi'' d}{BC\Phi_p} + \frac{dn^{IV}}{n^{IV}-1} \cdot \frac{\pi^{IV}}{m\Phi}$$

### Coroll. I.

50. Cum pro casu duarum lentium sit  $\frac{\pi}{\Phi} = m - 1$ , habebitur haec aequatio  $0 = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{m-1}{m}$  quod cum fieri non possit, manifestum est telestropia ex duabus lentibus composita a vitio marginis colorati liberari non posse.

Co-



## Coroll. 2.

51. Si omnes leates ex eadem vitri specie sint factae, aequationes nostras per factores differentiales diuidere licebit indeque eadem formulae reperiuntur, quae pro hoc casu supra sunt datae.

## Problema 10.

52. Si telescopium quocunque constet lentibus oculique distantia post vltimam lentem inuenta fuerit negativa, definire lentium dispositionem, vt obiecta sine margine colorato conspiciantur.

## Solutio.

Ex superioribus pro quouis lentium numero sequentibus aequationibus erit satisfaciendum.

Pro duabus lentibus si superior aequatio per A multiplicetur, habebitur

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot B \pi p, \text{ quod ob } B = \infty \text{ fieri nequit.}$$

Pro tribus lentibus multiplicando per A habebitur ob  $C = \infty$

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot B \pi' p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot b \{ (B+1) \pi' - \pi \}$$

Pro quatuor lentibus ob  $D = \infty$  habebitur

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot B C \pi'' p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot b \{ (B+1) C \pi'' - \pi \}$$

$$+ \frac{dn''}{n''-1} \cdot c \left( \frac{(C+1) \pi'' - \pi}{B} \right)$$

E 2

Pro

Pro quinque lentibus ob  $E = \infty$

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{dn}{n-1} \cdot BC \cdot D \pi''' p + \frac{dn'}{n'-1} b ([B+1] CD \pi''' - \pi) \\ &+ \frac{dn''}{n''-1} c \left( \frac{[C+1] D \pi''' - \pi'}{B} \right) \\ &+ \frac{dn'''}{n'''-1} d \left( \frac{[D+1] \pi''' - \pi''}{BC} \right) \end{aligned}$$

### Problema II.

53. Si telescopium ex quocunque lentibus fit compositum, eam definire lentium dispositionem, ut omnis confusio a diuersa radiorum refrangibilitate oriunda penitus tollatur.

### Solutio.

Ex supra traditis pro omni lentium numero aequationem exhibere possumus, qua scopo proposito satisfiet, multiplicando enim per  $A'$  habebitur

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{dn}{n-1} \cdot a + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{b}{B} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{c}{B \cdot B'} \\ &+ \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{d}{B \cdot B' \cdot C'} + \frac{dn''''}{n''''-1} \cdot \frac{e}{B \cdot B' \cdot C' \cdot D'} \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

quae ob  $a = p$ ;  $b = \frac{p}{B}$ ;  $c = \frac{p}{B \cdot B'}$ ;  $d = \frac{p}{B \cdot B' \cdot B''}$  etc. abit in hanc

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{dn}{n-1} \cdot p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{p}{B} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{p}{B \cdot B'} \\ &+ \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{p}{B \cdot B' \cdot B''} + \frac{dn''''}{n''''-1} \cdot \frac{p}{B \cdot B' \cdot B'' \cdot B'''} \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

Hinc

Hinc ergo pro singulis lentium numeris nanciscimur sequentes aequationes adimplendas.

Pro duabus lentibus ob  $\mathfrak{B} = 1$

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot q$$

Pro tribus lentibus ob  $\mathfrak{C} = 1$

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot q + \frac{dn''}{n''-1} \cdot r$$

Pro quatuor lentibus ob  $\mathfrak{D} = 1$

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot q + \frac{dn''}{n''-1} \cdot r + \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot s$$

Pro quinque lentibus ob  $\mathfrak{E} = 1$

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot q + \frac{dn''}{n''-1} \cdot r + \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot s + \frac{dn''''}{n''''-1} \cdot t$$

### COROLL. I.

54. Cum sit  $\mathfrak{B} = \frac{q}{b}$ ;  $\mathfrak{C} = \frac{r}{c}$ ;  $\mathfrak{D} = \frac{s}{d}$  etc. tum vero  $B = \frac{p}{b}$ ;  $C = \frac{q}{c}$ ;  $D = \frac{s}{d}$  etc. aequatio generalis per  $pp$  seu  $aa$  diuisa abibit in sequentem formam:

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{bb}{aa} \cdot \frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{bb \cdot cc}{aa \cdot dd} \cdot \frac{1}{r} + \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{bb \cdot cc \cdot dd}{aa \cdot dd \cdot ee} \cdot \frac{1}{s} + \frac{dn''''}{n''''-1} \cdot \frac{bb \cdot cc \cdot dd \cdot ee}{aa \cdot dd \cdot ee \cdot ff} \cdot \frac{1}{t}$$

etc.

quae aequatio commodius videtur praecedente.

E 3

Co-

## Coroll. 2.

55. Quod ad numerum horum terminorum attinet, perspicuum est, cum esse número lentium aequalem neque igitur opus est, ut hanc formulam seorsum ad quemlibet lentium numerum accommodemus.

## Coroll. 3.

56. Si omnes lentes ex eadem vitri specie essent confectae, tum haec aequatio per coefficientes differentiales diuidi posset prodiretque

$$0 = \frac{1}{p} + \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{b^2 c^2}{a^2 \beta^2} \cdot \frac{1}{r} + \frac{b^2 c^2 d^2}{a^2 \beta^2 \gamma^2} \cdot \frac{1}{s} \\ \text{etc.}$$

cui autem nullo modo satisfieri potest.

## Scholion I.

57. Quod haec aequatio, quando omnes lentes ex eadem vitri specie sunt paratae, nullo modo subsistere queat; sequenti modo ostendi potest. Cum sit  $\frac{1}{p} = \frac{1}{a}$ ;  $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$ ;  $\frac{1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma}$ ;  $\frac{1}{s} = \frac{1}{d} + \frac{1}{\delta}$ ; si hi valores substituantur singulaque membra post primum in duas partes discerpantur, aequatio induet hanc formam:

$$0 = \frac{1}{a} + \frac{b}{a^2} + \frac{b^2 c}{a^2 \beta^2} + \frac{b^2 c^2 d}{a^2 \beta^2 \gamma^2} \\ + \frac{b^2}{a^2 \beta} + \frac{b^2 c^2}{a^2 \beta \gamma} + \frac{b^2 c^2 d^2}{a^2 \beta \gamma^2 \delta} \\ \text{etc.}$$

hic

hic iam iungantur iterum bini termini et aequatio prodiens ita erit comparata:

$$0 = \frac{a+\delta}{a^2} + \frac{b^2(\beta+\gamma)}{a^2\beta^2} + \frac{b^2c^2(\gamma+\delta)}{a^2\beta^2\gamma^2} + \frac{b^2c^2d^2}{a^2\beta^2\gamma^2\delta}$$

quia nunc  $a + b$ ;  $\beta + c$ ;  $\gamma + d$  vt lentium distantiae necessario sunt positiuae, omnes plane termini usque ad vltimum necessario positiui sunt; vltimus autem terminus  $\frac{b^2c^2d^2}{a^2\beta^2\gamma^2\delta}$  ob  $\delta = \infty$  per se euanescit, scilicet pro casu quatuor lentium, quem hic considerauimus.

### Scholion 2.

58. His igitur praeparatis iam possemus ad diuersa genera telescopiorum constituenda progredi, singularumque specierum constructionem docere. Sed quoniam ea, quae supra de lentibus multiplicatis sunt tradita, maximum vsum in perficiendis telescopiis habere possunt, dum scilicet loco lentium simplicium multiplicatae adhibentur, quae multo miorem confusionem pariant, consultum videtur, ea hic repetere et ad telescopia accommodare. Inprimis autem ex formula pro semidiametro confusionis inuenta patet, lentem obiectiuam in ea praecipuas partes tenere; siquidem pro ea fuerit  $\lambda = 1$ , quare si eius loco lens multiplicata substituatur, pro qua valor numeri  $\lambda$  vehementer sit minor vel adeo evanescat; statim maximum inde commodum adipiscimur, dum tota confusio ad valde exiguum vel fortasse ad nihilum redigitur.

Quo-

Quocirca in capite sequente praecipuas lentes compositas, quas in locum lentis obiectivae substituere licebit, enumerabimus, et pro singulis valorem ipsius  $\lambda$  indicabimus, ut deinceps pro circumstantiis hinc depromi possint.

---

---

---

## CAPVT II.

DE

### LENTIBUS OBIECTIUIS COMPOSITIS ATQUE PERFECTIS.

#### Problema I.

**C**onstructionem lentis obiectiuæ simplicis, quæ  
59.  
minimam confusionem pariat, describere.

#### Solutio.

Cum lens simplex minorem confusionem parere nequeat, quam si fuerit  $\lambda = 1$ . statuamus statim  $\lambda = 1$  et cum sit  $a = \infty$ , ex iis, quæ supra sunt tradita, facile intelligitur, hanc lentem ita construi debere, ut sit

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anterioris} = \frac{a}{\sigma} \\ \text{posterioris} = \frac{a}{\rho} \end{cases}$$

vbi numeri  $\sigma$  et  $\rho$  ex ratione refractionis sunt sumendi secundum tabulam §. 15. exhibitam. Pro variis igitur vitri speciebus hæc constructio ita se habebit; scilicet cum sit  $a = p$ , erit radius faciei

Tom. II.

F

pro

| pro $n$ . | anterioris F. | posterioris G. |
|-----------|---------------|----------------|
| 1. 50.    | 0. 58333. p.  | 3. 4989. p.    |
| 1. 51.    | 0. 58976. p.  | 3. 7693. p.    |
| 1. 52.    | 0. 59609. p.  | 4. 0717. p.    |
| 1. 53.    | 0. 60234. p.  | 4. 4111. p.    |
| 1. 54.    | 0. 60849. p.  | 4. 8008. p.    |
| 1. 55.    | 0. 61448. p.  | 5. 2439. p.    |
| 1. 56.    | 0. 62039. p.  | 5. 7571. p.    |
| 1. 57.    | 0. 62617. p.  | 6. 3573. p.    |
| 1. 58.    | 0. 63183. p.  | 7. 0722. p.    |
| 1. 59.    | 0. 63739. p.  | 7. 9428. p.    |
| 1. 60.    | 0. 64288. p.  | 9. 0009. p.    |

## Coroll. 1.

60. Cum in expressione pro semidiametro confusionis  $\lambda$  multiplicetur per  $\mu$ , ex §. 15. intelligitur, confusionem, ceteris paribus, eo fieri minorem, quo maior fuerit ratio refractionis  $n$ , ita, vt hoc respectu ea vitri species, quae maximam refractionem habet, reliquis sit anteferenda.

## Coroll. 2.

61. Vulgo lentes obiectivae vtrunque aequaliter conuexae confici solent, pro quo casu operae pretium erit, inuestigare, quanto numerus  $\lambda$  unitatem sit superaturus; quia autem est  $F = \frac{a}{e - r \cdot \sqrt{\lambda - 1}}$  et  $G = \frac{a}{e + r \cdot \sqrt{\lambda - 1}}$  posito  $F = G$  erit  $\sqrt{\lambda - 1} = \frac{e - r}{e + r} = \frac{e - r}{e \sqrt{1 + \frac{r^2}{e^2}}}$ ; tum vero habet-



habebitur  $\frac{1}{F} + \frac{1}{G} = \frac{2+p}{a} = \frac{2}{(n-1)a} = \frac{2}{p}$ , seu  $F = G = 2[n-1]a = 2[n-1]p$ . Quod autem ad  $\lambda$  attinet, pro casu  $n=1$ , 55, erit  $\sqrt{\lambda-1} = \frac{1.1167}{1.1168} = 0.79367$ , hincque  $\lambda=1.62991$ ; unde patet, quanto maiorem confusionem talis lens obiectiua pariat.

## Coroll 3.

62. Si lentem obiectiuam conuexo planum facere velimus, vt eius facies posterior fiat plana seu  $G=\infty$ , erit  $\sqrt{\lambda-1} = \frac{2}{p}$  et  $F = \frac{a}{2+p} = [n-1]a$ ; et pro casu, quo  $n=1$ , 55,  $\lambda=1.0443$ , unde confusio non nisi perparum superat illam, quae oritur ex casu  $\lambda=1$ .

## Coroll 4.

63. Sin autem eadem lens plano-conuexa inuertatur, vt sit  $F=\infty$ , ideoque  $\sqrt{[\lambda-1]} = \frac{a}{p}$  et  $G = \frac{a}{1+p} = [n-1]a$ , erit pro casu  $n=1$ , 55,  $\lambda=4.2329$ , ita, vt talis lens plus quam quadruplò maiorem pariat confusionem, quam nostra lens commendata.

## Coroll 5.

64. Patet ergo, si lens adhibeatur plano-conuexa, quantum intersit, vtrum facies eius conuexa an plana versus obiectum dirigatur, cum posteriori casu confusio circiter quater maior fiat, quam priore.

F 2

Pro-

## Problema 2.

65. Constructionem lentis obiectivae duplicatae, siquidem ambae lentes ex eadem vitri specie sint confectae, describere, quae minimam confusionem pariat.

## Solutio.

Ex §. 113 libri sup., cum hic sit  $a = \infty$  et  $\beta = p$ , colligimus sequentem constructionem :

Pro lente priori

$$\text{Radius faciei} \begin{cases} \text{anterioris} = \frac{2p}{\sigma} \\ \text{posterioris} = \frac{2p}{\tau} \end{cases}$$

Pro lente posteriori

$$\text{Radius faciei} \begin{cases} \text{anterioris} = \frac{2p}{2\sigma - \tau} \\ \text{posterioris} = \frac{2p}{\tau - \sigma} \end{cases}$$

ac si haec lens duplicata loco lentis obiectivae adhibeatur, pro ea erit  $\lambda = \frac{1}{\sigma}$ , quos valores pro praecipuis tantum vitri speciebus determinemus :

Contemplemur igitur primo vitrum coronarium, pro quo  $n = 1,53$  et cum sit  $\tau = 0,2266$ ,  $\sigma = 1,6602$ , erit  $2\sigma - \tau = 3,0938$  et  $2\tau - \sigma = -1,2070$ ; tum vero ob  $\nu = 0,2194$  prodit  $\lambda = 0,1951$ , atque habetur sequens constructio

Pro

Pro vitro coronario  $n = 1, 53$ .

Pro lente priori

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anterioris} = 1, 2047. \text{ p.} \\ \text{posterioris} = 8, 8262. \text{ p.} \end{cases}$$

Pro lente posteriore

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anterioris} = 0, 6464. \text{ p.} \\ \text{posterioris} = -1, 6570. \text{ p.} \end{cases}$$

$$\text{et } \lambda = 0. 1951.$$

Ponamus nunc  $n = 1, 55$  pro vitro ordinario,  
critique  $\varphi = 0. 1907$ .  $\sigma = 1. 6274$  et  $2\sigma - \varphi = 3. 0641$ .  
 $2\varphi - \sigma = -1. 2460$ .  $\nu = 0. 2326$ ; hinc  $\lambda = 0. 1918$ ,  
vnde elicitur sequens constructio

Pro vitro communi  $n = 1, 55$ .

Pro lente priore

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anterioris} = 1, 2289. \text{ p.} \\ \text{posterioris} = 10, 4876. \text{ p.} \end{cases}$$

Pro lente posteriore

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anterioris} = 0, 6527. \text{ p.} \\ \text{posterioris} = -1, 6053. \text{ p.} \end{cases}$$

$$\text{et } \lambda = 0. 1918.$$

Ponamus porro  $n = 1, 58$  pro vitro chry stallino,  
critique  $\varphi = 0. 1413$ ,  $\sigma = 1. 5827$ ,  $2\sigma - \varphi = 3. 0241$ ;

F 3

2  $\varphi -$

$2\varphi - \sigma = -1.3001$ ,  $\nu = 0.2529$ ; hincque  $\lambda = 0.1868$ .  
vnde habetur sequens constructio:

Pro vitro chrystallino  $n = 1.58$

Pro lente priori

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = +1.26366. p. \\ \text{poster.} = +14.15421. p. \end{cases}$$

Pro lente posteriori

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = +0.66135. p. \\ \text{poster.} = -1.53834. p. \end{cases}$$

et  $\lambda = 0.1868$ .

### Problema 3.

66. Constructionem lentis triplicatae, siquidem omnes tres lentes ex eadem vitri specie sint constatae, describere, quae minimam confusionem pariat.

### Solutio.

Ex §. 135. libri sup., cum hic sit  $a = \infty$  et  $\gamma = p$  colligimus hanc constructionem:

Pro lente

$$\begin{aligned} \text{prima, radius faciei} & \begin{cases} \text{anterioris} = \frac{1p}{\sigma} \\ \text{posterioris} = \frac{1p}{\epsilon} \end{cases} \\ \text{secunda, radius faciei} & \begin{cases} \text{anterioris} = \frac{1p}{\sigma - \epsilon} \\ \text{posterioris} = \frac{1p}{\epsilon - \sigma} \end{cases} \\ \text{tertia, radius faciei} & \begin{cases} \text{anterioris} = \frac{1p}{\sigma - \epsilon} \\ \text{posterioris} = \frac{1p}{\epsilon - \sigma} \end{cases} \end{aligned}$$

pro qua lente triplicata valor ipsius  $\lambda$  est  $\lambda = \frac{1-\nu}{1.5}$

Quare

Quare pro præcipuis vitri speciebus valores horum radiorum euoluamus.

Cum igitur sit pro vitro coronario  $n = 1,53$ ,  
 $\varphi = 0,2266$ ,  $\sigma = 1,6602$   $2\sigma - \varphi = 3,0938$ ;  
 $2\varphi - \sigma = -1,2070$   $3\sigma - 2\varphi = 4,5274$ ;  $3\varphi - 2\sigma = -2,6406$ . atque ob  $\nu = 0,2194$  reperitur  $\lambda = 0,0461$ . atque sequens habetur constructio:

Pro vitro coronario,  $n = 1,53$ .

Pro lente prima

radius faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anterioris} = 1,8070. \text{ p.} \\ \text{posterioris} = 13,2393. \text{ p.} \end{array} \right.$

Pro lente secunda

radius faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anterioris} = 0,9696. \text{ p.} \\ \text{posterioris} = -2,4855. \text{ p.} \end{array} \right.$

Pro lente tertia

radius faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anterioris} = 0,6626. \text{ p.} \\ \text{posterioris} = -1,1361. \text{ p.} \end{array} \right.$

tum vero pro hac lente triplicata erit  $\lambda = 0,0461$ .

Pro vitro communi,  $n = 1,55$ .

cum sit  $\varphi = 0,1907$ ;  $\sigma = 1,6274$   $2\sigma - \varphi = 3,0641$ ;  
 $2\varphi - \sigma = -1,2460$ .  $3\sigma - 2\varphi = 4,5008$ ,  $3\varphi - 2\sigma = -2,6827$ , erit:

Pro lente prima

radius faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anterioris} = +1,8433. \text{ p.} \\ \text{posterioris} = +15,7316. \text{ p.} \end{array} \right.$

Pro

Pro lente secunda

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anterioris} = + 0.9790. \text{ p.} \\ \text{posterioris} = - 2.4079. \text{ p.} \end{cases}$$

Pro lente tertia

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anterioris} = + 0.6665. \text{ p.} \\ \text{posterioris} = - 1.1182. \text{ p.} \end{cases}$$

atque ob  $\nu = 0.2326$  erit  $\lambda = 0.0422$ .Pro vitro chryſtallino,  $n = 1.58$ .

$$\begin{aligned} \rho &= 0, 1413; \sigma = 1.5827. \quad 2\sigma - \rho = 3.0241; \\ 2\rho - \sigma &= -1.3001, \quad 3\sigma - 2\rho = 4.4655; \quad 3\rho - 2\sigma \\ &= -2.7415. \end{aligned}$$

Pro lente prima

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anterioris} = + 1.8954. \text{ p.} \\ \text{posterioris} = + 21.2313. \text{ p.} \end{cases}$$

Pro lente secunda

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anterioris} = + 0.9920. \text{ p.} \\ \text{posterioris} = - 2.3075. \text{ p.} \end{cases}$$

Pro lente tertia

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anterioris} = + 0.6718. \text{ p.} \\ \text{posterioris} = - 1.0942. \text{ p.} \end{cases}$$

et quia est  $\nu = 0.2529$ , erit  $\lambda = 0.0362$ .

Co-

## Coroll. I.

67. Si ergo huiusmodi lens siue duplicata siue triplicata loco lentis obiectivae adhibeatur, summus eius vsus in hoc consistit, ut semidiameter confusionis ob imminutum valorem ipsius  $\lambda$  multo minor reddatur, hincque distantia focalis lentis obiectivae haud mediocriter minor sumi possit.

## Coroll. 2.

68. Deinde etiam hinc patet, quo maior fuerit refractio seu numerus  $n$ , pro huiusmodi lente obiectiva, eo maius lucrum in constructionem telescopiorum redundare, quia tum non solum numerus  $\lambda$  prodit minor, sed etiam numerus  $\mu$ , per quem  $\lambda$  multiplicari oportet.

## Scholion.

69. Huiusmodi autem lentes duplicatae et triplicatae in obiectivae lentis locum substituendae nihil plane conferunt ad alterum confusionis genus, quod ex diuersa radiorum refrangibilitate nascitur, diminuendum, sed aequationes in capite Imo datae pro hoc genere confusionis tollendo prorsus manent eadem ac si lens obiectiva esset simplex; verum reliquae lentes duplicatae et triplicatae, quas supra in additamento commendauimus, primum etiam terminum in aequatione pro dispersione ante inuenta ad nihilum redi-

Tom. II.

G

gunt,

gunt, in quo praecipua pars huius confusionis continetur. Quocirca in hoc capite illas lentium tam duplicatarum, quam triplicatarum, species repeti conveniet.

#### Definitio 4.

70. Lens obiectiua perfecta est, quae non solum nullam parit confusionem ab apertura oriundam, sed etiam nullam plane radiorum dispersionem gignit.

#### Coroll. 1.

71. Si igitur talis lens adhibeatur, numerus  $\lambda$  penitus evanescet, vnde semidiameter confusionis multo fit minor, quam pro lentibus obiectivis compositis haecenus explicatis.

#### Coroll. 2.

72. Ex superioribus etiam satis intelligitur, ad huiusmodi lentes perfectas construendas duas ad minimum diversas vitri species requiri et quia experimenta circa alias vitri species adhuc desiderantur, alias species adhibere non licet, praeter vitrum coronarium et chrySTALLINUM, quibus Clarissimus Dollondus est usus.

#### Problema 4.

73. Lentem obiectivam duplicatam, partim ex vitro coronario  $n = 1,53$ , partim ex chrySTALLINO  $n = 1,58$  compositam construere.

So-



## Solutio.

In additamento ad calcem capituli III. partis praecedentis annexo duas huiusmodi lentes perfectas dedimus, quarum alterius lens prior ex vitro coronario, posterior vero ex vitro chrystallino erat confecta; alterius vero contra lens prior ex vitro chrystallino, posterior vero ex coronario; has duas lentium perfectarum species hic referamus.

## I. Lens obiectiua perfecta duplicata

Pro lente priori, ex vitro coronario  $n = 1,53$   
parata

$$\text{radius faciei} \left\{ \begin{array}{l} \text{anterioris} = + 0.1807. p. \} \text{Crown} \\ \text{posterioris} = + 1.3239. p. \} \text{Glass.} \end{array} \right.$$

Pro lente posteriori ex vitro chrystallino  $n = 1,58$   
parata

$$\text{radius faciei} \left\{ \begin{array}{l} \text{anterioris} = - 0.4770. p. \} \text{Flint} \\ \text{posterioris} = - 0.5191. p. \} \text{Glass.} \end{array} \right.$$

quae capax est aperturae, cuius semidiameter est  
 $x = 0.0452. p.$

## II. Lens obiectiua perfecta duplicata.

Pro lente priori, ex vitro chrystallino  $n = 1,58$   
parata

$$\text{radius faciei} \left\{ \begin{array}{l} \text{anterioris} = - 2.0545. p. \} \text{Flint} \\ \text{posterioris} = - 0.2828. p. \} \text{Glass.} \end{array} \right.$$

G 2

Pro

Pro lente posteriori ex vitro coronario  $n = 1,53$   
parata

$$\text{radius faciei} \left\{ \begin{array}{l} \text{anterioris} = + 0.4568. p. \\ \text{posterioris} = + 0.2438. p. \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Crowa} \\ \text{Glass.} \end{array}$$

eritque semidiam. aperturæ  $x = 0.0609. p.$

vbi notandum est,  $p$  designare distantiam focalem ipsius lentis duplicatae.

### Coroll. 1.

74. Cum igitur harum lentium posterior maiorem admittat aperturam, quam prior, hæc illi sine dubio est anteferenda, quoniam, vt infra patebit, omnis telescopiorum perfectio eo redit, vt lens obiectiua quam maximam aperturam admittat.

### Coroll. 2.

75. Obseruandum hic est, utroque casu lentem ex vitro chrystallino parandam esse debere concauam, eam vero, quæ ex vitro coronario conficitur, conuexam, prouti eæ reuera a Dollondo parantur.

### Scholion.

76. Ceterum hic non est reticendum, ambas has species summam artificis sollertiam requirere; si enim tantillum in earum constructione a mensuris hic præscriptis aberretur; fieri potest, vt eæ minus valeant, quam

quam si lentes adeo simplices adhiberentur. Sequentes vero lentes triplicatae multo minorem sollertiam postulant, cum pro singulis lentibus simplicibus numerus  $\lambda$  unitati aequetur, ideoque lenes errores in constructione commissi non adeo sint pertimescendi.

### Problema 5.

77. Lentem obiectiuam perfectam triplicatam, partim ex vitro coronario  $n = 1,53$ , partim ex chrysellino  $n = 1,58$  construere.

### Solutio.

Pro hoc lentium perfectarum genere supra quatuor dedimus species, quas hic referamus:

I. Lens obiectiua perfecta triplicata, cuius lens prima et tertia ex vitro chrysellino, media ex coronario est parata.

-Pro lente.

prima, rad. faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = + 0.5039. p. \} \text{ Flint} \\ \text{poster.} = + 5.6450. p. \} \text{ Glass.} \end{array} \right.$

secunda, rad. faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = + 0.1364. p. \} \text{ Crown} \\ \text{poster.} = - 0.9597. p. \} \text{ Glass.} \end{array} \right.$

tertia, rad. faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = + 1.0699. p. \} \text{ Flint} \\ \text{poster.} = - 0.1404. p. \} \text{ Glass.} \end{array} \right.$   
 quae lens capax est aperturae, cuius semidiameter  
 $x = 0.0341. p.$

II. Lens obiectiua perfecta triplicata, cuius lens prima et tertia ex vitro chrystallino, media ex coronario est parata.

Pro lente

prima, rad. faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = - 0.1762. \text{ p.} \\ \text{poster.} = - 1.9741. \text{ p.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Flint} \\ \text{Glass.} \end{array}$

secunda, rad. faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = + 2.5349. \text{ p.} \\ \text{poster.} = + 0.1696. \text{ p.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Crown} \\ \text{Glass.} \end{array}$

tertia, rad. faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = + 0.6194. \text{ p.} \\ \text{poster.} = + 1.8532. \text{ p.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Flint} \\ \text{Glass.} \end{array}$

quae lens capax est aperturae, cuius semidiameter  $x = 0.0424. \text{ p.}$

III. Lens obiectiua perfecta triplicata, cuius lens prima et tertia ex vitro coronario, media ex chrystallino est parata.

Pro lente.

prima, rad. faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = + 0.5004. \text{ p.} \\ \text{poster.} = + 3.6665. \text{ p.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Crown} \\ \text{Glass.} \end{array}$

secunda, rad. faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = - 0.5107. \text{ p.} \\ \text{poster.} = - 0.4843. \text{ p.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Flint} \\ \text{Glass.} \end{array}$

tertia, rad. faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = + 0.5219. \text{ p.} \\ \text{poster.} = + 0.4757. \text{ p.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Crown} \\ \text{Glass.} \end{array}$

aperturae semidiametro  $x = 0.1189. \text{ p.}$

IV.

IV. Lens obiectiua perfecta triplicata, cuius lens prima et tertia ex vitro coronario, media ex chry-  
stallino est parata.

Pro lente.

prima, rad. faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = + 0.2829. \text{ p. } \} \text{Crown} \\ \text{poster.} = + 2.0729. \text{ p. } \} \text{Glass.} \end{array} \right.$

secunda, rad. faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = - 2.1459. \text{ p. } \} \text{Flint} \\ \text{poster.} = - 0.2955. \text{ p. } \} \text{Glass.} \end{array} \right.$

tertia, rad. faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = + 0.5938. \text{ p. } \} \text{Crown} \\ \text{poster.} = + 2.5006. \text{ p. } \} \text{Glass.} \end{array} \right.$

semidiametro aperturæ  $x = 0.0707. \text{ p.}$

In his formulis littera  $p$  denotat distantiam focalem cuiusque lentis perfectæ.

### COROLL. I.

78. Inter has quatuor lentes tertia inprimis est notatu digna, quod maximam aperturam admittat.

### COROLL. 2.

79. Si ergo eiusmodi lens perfecta in quodam telescopio loco lentis obiectivæ adhibeatur, in expressione pro semidiametro confusionis primus terminus  $\mu \lambda$  prorsus evanescit; tum vero etiam in æquatione vltima pro dispersione destruenda terminus primus quoque ad nihilum redigitur.

Co-

## Coroll. 3.

80. Huiusmodi igitur lentes perfectae etiam speculis, quibus in telescopiis catoptricis videntur, longe sunt anteferendae, cum specula tantum a dispersione radiorum sint immunia, neutiquam vero a priori confusione genere, quod ab apertura oritur.

---

---

## CAPVT III.

DE

### DISTRIBUTIONE TELESCOPIO-

RUM IN TRIA GENERA PRAECIPUA.

#### Definitio I.

81.

**I**mago *vera* est, ad quam formandam radii reuera concurrunt indeque porro diffunduntur; dum contra eae imagines *fictae* vocantur, ad quas radii tantum convergendo diriguntur neque vero ad eas actu formandas concurrunt; vel etiam, ab iis diuergendo vltius discedunt neque tamen ab iis prodierunt.

#### Corollarium I.

82. Imago igitur vera hac gaudet proprietate, vt si in eius loco charta alba esset expansa, super ea effigies a radiis incidentibus exprimeretur, quod in imaginibus fictis vsu non venit.

Tom. II.

H

Co-

## Coroll. 2.

83. Imagines autem fictae duplicis sunt generis; vel enim radii inde diuerſendo vltius progrediuntur, cum tamen inde non diſceſſerint, vel ad eas convergendo tendunt, neque tamen eo reuera perueniunt, ſed ante ab alia lente aliam directionem accipiunt.

## Scholion.

Fig. 15.  
Tom. I.

84. Ad ea, quae haecenus ſunt propoſita, figuras ita repraeſentauimus, quaſi per ſingulas lentes imagines verae formarentur, ita, vt inter binas quaeque lentes ſucceſſiuas imago vera caderet, neque in his figuris vlla imago ficta eſt indicata. Imagines autem illas veras litteris  $F\zeta$ ,  $G\eta$ ,  $H\theta$  etc. designauimus, quae omnes ita ſunt comparatae, vt, ſi ibi charta alba expanderetur, ſuper ea effigies obiecti reuera exprimeretur. Perſpicuum autem eſt, imagines veras neceſſario oriri debere, ſi omnes diſtanciae, quae ſupra poſuimus, determinatrices  $aF = a$ ,  $FB = b$ ;  $bG = \beta$ ;  $GC = c$ ;  $cH = \gamma$ ;  $HD = d$  etc. fuerint poſitiuae; imagines autem tum erunt fictae, quando harum diſtantiarum quaedam ſunt negatiuae, id quod in ſequentibus theorematibus ſuſius explicabimus.

## Theorema I.

85. Si interualli inter binas lentes ſucceſſiuas cuiuscunque v. gr.  $cD$  binae partes  $cH = \gamma$ , et  $HD =$



$HD = d$ , ita ut sit  $cD = \gamma + d$ , fuerint positivæ: imago vera in puncto H exhibebitur, et contra.

### Demonstratio.

Radii enim per lentem RR refracti ad imaginem H $\theta$  conformandam tendunt et, quia lens sequens SS ultra locum imaginis H est posita, ab his radiis imago vera in H repræsentabitur, ita, ut si per H  $\theta$  charia alba esset expansa, ea istos radios revera exciperet super eaque effigies depingeretur; quod ergo necessario semper evenire debet, quoties binæ partes huius intervalli  $\gamma$  et  $d$  fuerint positivæ: Ac si vicissim in H repræsentetur imago vera, manifestum est, hoc fieri non posse, nisi punctum H post lentem C cadat, quia alioquin radii eo non porrigerentur; cum vero etiam liquet, hanc imaginem efformari non posse, nisi sequens lens D post H cadat. Cum igitur esse debeat distantia  $cH = \gamma$  positiva simulque distantia  $cD = \gamma + d > \gamma$ , evidens est, et distantiam  $d$  esse debere positivam.

### Corollarium.

86. Quoniam hæcenus singula intervalla inter binas lentes successivas tanquam ex duabus partibus composita sumus contemplati, inter lentem primam A et secundam B imago vera F $\zeta$  cadet, si ambæ eius partes  $a$  et  $b$  fuerint positivæ; similique modo inter lentem secundam B et tertiam C imago vera reperie-

H 2

tur,

tur, si huius interualli  $BC$  ambae partes  $\beta$  et  $c$  fuerint positivae et ita porro.

### Theorema 2.

87. Si binarum partium aliquot, huiusmodi interuallum veluti  $cD$  constituentium alterutra fuerit negatiua; tum imago  $H\theta$  lenti  $C$  respondens erit ficta (fieri enim nequit, ut ambae simul sint negatiuae.)

### Demonstratio.

Cum interuallum  $cD$  binis partibus  $cH = \gamma$ , et  $HD = d$  constet, sumamus primo distantiam  $\gamma$  esse negatiuam; tum igitur imago  $H\theta$  ante lentem  $RR$  cadet et radii per hanc lentem transmissi ita refringuntur, quasi ex ista imagine essent egressi, cum tamen inde non emanauerint; quamobrem ista imago non erit vera, sed ficta. Sin autem altera pars  $d$  fuerit negatiua, imago  $H\theta$  demum post lentem  $SS$  caderet, quia autem radii per lentem  $RR$  transmissi ante quam eo pertingunt per lentem  $SS$  de nouo refringuntur, istam effigiem non reuera formabunt, ideoque haec imago erit ficta.

Ambae autem partes  $\gamma$  et  $d$  simul non possunt esse negatiuae, quia earum summa  $\gamma + d$  ipsum interuallum  $cD$  exprimit, quod semper necessario est positiuum.

Co-

## Coroll. 1.

88. Si ergo pro primo interuallo  $AB$  partium  $a$  et  $b$  altera fuerit negatiua, inter  $a$  et  $B$  nulla cadit imago vera; si praeterea etiam pro secundo interuallo  $bC$  partium  $\beta$  et  $c$  altera fuerit quoque negatiua, inter  $a$  et  $C$  nulla cadet imago vera, ac si insuper partium interualli  $cD$ , quae sunt  $\gamma$  et  $d$ , altera fuerit negatiua; tum ne quidem in spatio  $aD$  reperiatur imago vera, sicque fieri potest, vt inter plurimum lentium spatium nulla plane cadat imago vera.

## Coroll. 2.

89. Neutiquam ergo numerus imaginum verarum  $a$  numero lentium pendet, cum aequae fieri possit, vt post quamlibet lentem imago vera repraesentetur atque vt pluribus lentibus nulla plane imago vera respondeat.

## Coroll. 3.

90. Ex quocunque igitur lentibus telescopium quodpiam fuerit compositum fieri potest, vt per totum eius spatium vel nulla plane imago vera reperiatur vel vnica tantum vel duae vel tres etc. nunquam tamen plures, quam sunt lentes, vltima demta.

## Theorema 3.

91. Post quocunque demum lentes in telescopio prima imago vera exhibetur, ea semper est inuersa.

H 3

De-

## Demonstratio.

Fig. 5.  
Tom. I.

Quando scilicet imago primae lentis statim est vera, peripicuum est, eam quoque esse inuersam; quod autem ea etiam futura sit inuersa, si demum post plures lentes occurrat, sequenti modo ostendi potest; consideretur radius ex centro obiecti E per superius lentis obiectivae punctum M transiens atque ille radius per sequentes lentes transiens tandiu supra axem versabitur, donec ad primam imaginem veram pertigerit; quia enim ex axis puncto E est egressus, ubicunque iterum in axem incideret, ibi existeret imago obiecti vera (hic enim ad aberrationem vel diffusionem radiorum non respicimus) ex quo manifestum est, hunc radium ante non ad axem esse perueniturum, quam ad primam imaginem veram pertigerit et quia ex regione superiori hic in axem incidit, ad regionem inferiorem progressurus, imago in hoc loco expressa erit inuersa, cum enim ex obiecto sursum sit progressus, nunc autem ex imagine deorsum dirigatur, partes obiecti sursum vergentes nunc deorsum sitae conspicientur.

## Coroll. I.

92. Simili modo intelligere licet, radios illos ex imagine progredientes tandiu infra axem esse versaturos, donec iterum ad axem pertingant, quod sit in imagine vera secunda, unde iterum in partes axis super-

superiores transeunt vnde patet, secundam imaginem situm erectum tenere debere, sicque porro tertia imago vera denuo erit inuersa, quarta autem erecta et ita porro.

### Coroll. 2.

93. Quotcunque ergo fuerint lentes, non tam ad imagines singulis lentibus respondentes erit respiciendum, quam ad imagines veras, cum alternatio situs erecti et inuersi pendeat tantum ab imaginibus veris, dum imagines fictae nihil in hoc ordine turbant.

### Scholion.

94. Haec proprietas imaginum verarum tam essentialiter naturam telescopiorum afficit, vt eorum discrimen potissimum a numero imaginum verarum petendum esse videatur, nulla plane ratione habita imaginum fictarum, quippe quae in hoc negotio parui sunt momenti. Qui enim voluerit telescopia secundum lentium numerum in genera distribuere, maximis incommodis se implicabit, primo enim exigua illa telescopia vel potius perspicilla lente oculari concava constantia et tubos astronomicos ad idem genus referre esset coactus; dum tamen sua natura maxime inter se discrepant, quandoquidem illis obiecta situ erecto, his vero situ inuerso repraesentantur, praeterquam quod in loco oculi maxima vtrunque deprehenditur

ditur diuersitas; deinde si cuiuspiam telescopio siue ad campum apparentem augendum siue ad maiorem distinctionis gradum ipsi conciliandum vnica lens insuper adiungeretur, statim ad longe aliud genus foret referendum, quod certe aeque incongruum videri debet; quibus probe perpenſis non dubito diuerſa telescopiorum genera secundum numerum imaginum verarum, quae in iis occurrunt, constituere, ita, vt primum genus complexurum sit ea telescopia, in quibus nulla plane imago vera occurrit; secundum vero ea, in quibus vnica imago vera reperitur, tertium vero ea, quae duas imagines veras continent, ad quae tria genera omnia telescopia, quae adhuc excogitata sunt et elaborata, erunt referenda, ac si vltcrius progredi velimus, ad quartum genus reuocari conueniet ea telescopia, in quibus tres imagines verae deprehenduntur verum praecedentia iam tam late patent, vt iis omnes plane perfectiones, quae vnquam desiderari queant, conciliari possint, ita, vt nulla plane ratio adsit, cur plures imagines veras statuere velimus. Hanc igitur diuisionem in sequentibus problematibus distinctius euoluamus.

### Problema I.

95. Telescopiorum ad primum genus relatorum, in quibus nulla inest imago vera, praecipuas proprietates recensere.

Se-

## Solutio.

Cum in his telescopiis, quocunque etiam consentientibus, nulla insit imago vera, singula intervalla  $aB = a + b$ ;  $bC = \beta + c$ ;  $cD = \gamma + d$  etc., ita ex binis partibus definiuntur, ut alterutra earum sit negativa, idque usque ad ultimam lentem ocularem. Et quoniam haec eadem intervalla necessario sunt positiva, facile patet, omnes istas fractiones  $\frac{a}{b}$ ;  $\frac{\beta}{c}$ ;  $\frac{\gamma}{d}$  etc. debere esse negativas, in quo character essentialis huius generis telescopiorum est constituendus. Vicissim enim si omnes haec fractiones fuerint negativae in toto telescopio nulla imago vera locum habebit, ideoque ad nostrum primum genus erit referendum. Alius autem character minus essentialis huius generis in hoc consistit, quod haec telescopia situ erecto obiecta repraesentent, quia ob nullam imaginem veram ipsa obiecta quasi immediate adspicimus.

## Coroll. I.

96. Simplicissima ergo species huius generis duabus constabit lentibus et cum sit  $\frac{a}{b}$  quantitas negativa, fiet ratio multiplicationis  $m = -\frac{a}{b}$ , uti situs erectus postulat, hinc necesse est, ut sit  $a > b$  ideoque  $a$  quantitas positiva et  $b$  negativa. Cum autem porro esse debeat  $\beta = \infty$ , pro huius lentis ocularis distantia focali  $q$  habebimus ob  $\frac{q}{\beta} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$  valorem  $q = b$  sicque lens ocularis erit concava.

Tom. II.

I

Co-

## Coroll. 2.

97. Cum porro in genere sit  $m = \pm \frac{a}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d}$  etc. cuius factores sunt nostrae fractiones, quae omnes esse debent negatiuae. hinc manifestum est, cur supra signa  $+$  et  $-$  sint alternantia inuenta, ut scilicet pro quouis lentium numero multiplicatio  $m$  valorem positium consequatur.

## Coroll. 3.

98. Ostendi etiam potest, nullam harum litterarum  $a, b, c, \beta, \gamma$  etc. sumi posse euanescentem. Si enim v. c. distantia  $b$  esset minima, quia altera litterarum  $a$  et  $b$  debet esse negatiua, earum summa vero  $a + b$  positiua et finita, necesse est, ut sit  $a > 0$ ;  $b < 0$ ; sit igitur  $b = -\omega$ , quantitati scilicet euanescenti et quia est  $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$  fiet  $\beta = \frac{\omega}{1+\omega} = \omega$  ideoque positium; foret ergo  $c < 0$  hincque  $\beta + c$  interuallum  $cB$  exprimere non posset; unde patet huiusmodi casus locum habere non posse. Fieri autem potest, ut quaequam harum quantitarum fiat  $= \infty$ ; si enim fuerit v. gr.  $\beta = \infty$ , ob interuallum  $\beta + c =$  finito puta  $= k$ , erit  $c = -\infty + k = -\infty$  et  $\frac{\beta}{c} = -1$ ; hoc autem non impedit, quominus sequens fractio  $\frac{\gamma}{d}$  valorem obtineat quemcunque.

## Scholion.

99. Notissimum est hoc telescopiorum genus, quippe quod primum ab artifice quodam inuentum per-



hibetur, dum casu lentem conuexam cum concava combinauerat, neque tamen eius essentia in hoc est statuenda, quod tantum duabus constet lentibus. Si enim loco lentis obiectionae simplicis substituamus duplicatam vel adeo triplicatam; nemo certe putabit, ipsum eius genus mutatum esse, quoniam huiusmodi lentes multiplicatae ut simplices spectari solent, simili modo lens ocularis posset duplicari vel triplicari, ipso genere non mutato; cum autem nihilominus plures lentes simplices adhibeantur, manifestum est, ipsam generis indolem non a numero lentium pendere, censi posse. In sequentibus autem inprimis operam dabimus, ut nouis lentibus addendis hoc genus ad maiorem perfectionem enechamus.

### Problema 2.

100. Telescopiorum ad secundum genus relatorum, in quibus vnica imago vera occurrit, praecipuas proprietates recensere.

### Solutio.

Ex quocunque lentibus tale telescopium fuerit compositum; euidentius est, non omnes fractiones ex singulis lentium interuallis natas  $\frac{a}{b}$ ,  $\frac{b}{c}$ ;  $\frac{y}{d}$  etc. negatiuas esse debere, quia alioquin nulla imago vera esset proditura; cum autem vnica adsit vera, necesse est, ut etiam vnica illarum fractionum fiat positua, quae

si fuerit v. c.  $\frac{\gamma}{d}$ , ambae litterae  $\gamma$  et  $d$  positivae esse debebunt, dum reliquae fractiones omnes manent, ut ante negativae, atque perinde est, quatenam illarum fractionum valorem positivum nanciscatur, dummodo plus una non sit positiva, atque in hoc consistit character essentialis huius generis telescopiorum, inter cuius proprietates haec insuper inprimis est notanda, quod obiecta seu inverso repraesentet, quandoquidem per huiusmodi telescopia non tam ipsa obiecta, quam eorum imaginem veram, quae est inversa, conspiciere sumus censendi.

### COROLL. I.

101. Si ergo huiusmodi telescopium duabus tantum constet lentibus, quae sine dubio simplicissima huius generis est species, ob unicum intervallum  $a$  B unica quoque habetur fractio  $\frac{a}{b}$ , quae propterea positiva esse debet ideoque etiam utraque distantia  $a$  et  $b$ ; quae cum ob  $a = \infty$  et  $b = \infty$  praebeant distantiam focalem utriusque lentis, manifestum est, utramque lentem fore convexam.

### COROLL. 2.

102. Quia igitur huic generi repraesentatio inversa est propria, exponents multiplicationis  $m$ , quae producto harum fractionum  $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a}$  etc. aequalis est inventa, valorem negativum obtinebit contrarium scilicet ei, qui casu praecedenti prodierat.

Co-

## Coroll. 3.

103. In hoc autem genere evenire potest, ut quaequam quantitas  $a$ ,  $b$  etc. evanescat, quod fit, si in loco ipsius imaginis verae lens constituatur. Cadat enim imago vera in ipsam lentem tertiam  $C$ , erit  $c = 0$ , vel potius posito  $c = \omega$ , ob  $\frac{1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma}$  erit  $\gamma = \frac{-\omega}{r-\omega} = -\omega$  ita, ut ambae quantitates  $c$  et  $\gamma$  evanescant unde distantiae  $\beta$  et  $d$  debent esse positivae sicque patet, fractionum  $\frac{\beta}{c}$  et  $\frac{\gamma}{d}$  alteram fore positivam, alteram negativam, prout voluerimus; quoniam enim imaginem in ipsam lentem  $RR$  cadere assumimus, perinde est, siue eam ad intervallum  $bC$  siue ad intervallum  $cD$  velimus referre, utroque autem casu etsi fractio  $\frac{\beta}{c}$  fiat  $\infty$ , fractio vero  $\frac{\gamma}{d} = 0$ , productum ambarum semper est  $= -\frac{\beta}{d}$ .

## Scholion.

104. Telescopia ad hoc genus pertinentia vocari solent astronomica, quoniam enim objecta situ inverso repraesentant, potissimum ad observationes astronomicas adhibentur, ubi parum refert, siue objecta in coelo situ erecto siue inverso conspiciamus; id quod in objectis terrestribus secus se habet, ad quorum contemplationem quando telescopia primi generis non sufficiunt, ad tertium genus recurrere solemus.

## Problema 3.

105. Telescopiorum ad tertium genus relatorum, in quibus duae imagines verae occurrunt, praecipuas proprietates recensere.

## Solutio.

Cum hic duae imagines verae occurrant, quotcumque lentes adhibeantur, inter fractiones inde natas  $\frac{a}{b}$ ;  $\frac{b}{c}$  etc. duae necessario debent esse positivae, reliquae vero omnes negativae, unde cum duae ad minimum eiusmodi fractiones adesse debeant, adeoque etiam duo lentium intervalla, evidens est, ad huiusmodi telescopia tres ad minimum lentes requiri, quo casu nullae tales fractiones negativae habebuntur; unde fractiones negativae eatenus tantum occurrunt, quatenus plures tribus lentes in usum vocantur, atque in hoc essentialis character huius generis telescopiorum continetur; inter praecipuas autem proprietates haec inprimis est notanda, quod per telescopia obiecta in situ erecto conspiciantur.

## Coroll. I.

106. Si haec telescopia ex tribus lentibus formantur, omnes hae quatuor distantiae  $a$ ,  $b$ ,  $\beta$ ,  $c$  esse debent positivae et cum distantiae  $a$  et  $\gamma$  sint  $\infty$  omnes tres lentes debent esse convexae; si enim earum distantiae focales sint  $p$ ,  $q$  et  $r$  habebitur 1<sup>o</sup>  $p = a$ :  
2<sup>o</sup>  $q = \frac{b\beta}{b+\beta}$  et 3<sup>o</sup>  $r = c$ . quae omnes sunt positivae.

Co-

## Coroll. 2.

107. Quæmadmodum præcedenti casu licuit in ipsum locum imaginis veræ lentem constituere, ita etiam hic nulla ratio obstat, quominus in vtraque imagine veræ lentes collocentur; tum autem ea, quæ supra sunt de fractionibus modo in infinitum excrecentibus modo euanescentibus tradita, probe sunt obseruanda.

## Scholion.

108. Hoc genus cum in finem est excogitatum, vt tubi astronomici ad objecta terrestria situ erecto contemplanda accommodarentur; quod quidem tribus lentibus fieri posse iam annotauimus. Sed quoniam tribus tantum lentibus adhibendis campus apparens fere totus euanescit aliaque incommoda se insuper admittunt, statim quatuor lentes vsurpari sunt solitæ quæ ita sunt iunctæ, vt duos tubos astronomicos connexos referant et tres lentes posteriores nomine ocularium appellatæ sunt, quibus etiam fere eadem distantia focalis tribui potest. Ad idem quoque genus referenda sunt noua illa telescopia anglica a Clariss. Dollondo nuper inuenta, in quibus præter lentes obiectiuas duplicatas longe diuersa lentium ocularium dispositio cernitur. Interim vero hæc dispositio infinitis modis variari potest, atque adeo debet, vt hæc telescopia ad summum perfectionis gradum euehantur.

## Problema 4

109. Telescopiorum ad quartum genus relatorum, in quibus tres imagines veræ occurrunt, præcipuas proprietates enumerare.

So-

## Solutio.

In hoc ergo genere quocunque lentes adhibeantur, inter fractiones iis respondentes  $\frac{a}{b}$ ,  $\frac{p}{c}$  etc. tres debent esse positivæ, dum reliquæ manent negativæ, ex quo perspicuum est, ad hoc genus ad minimum opus esse quatuor lentibus, et quia vltima imago vera, quæ quasi ab oculo spectatur, est inuersa, obiecta quoque per omnia telescopia huius generis inuersa conspiciuntur.

## Scholion.

110. Quoniam nulla plane ratio suadet, vt repræsentationem præcedentis generis denuo inuertere velimus, atque vti videbimus, omnes perfectiones præcedentibus generibus conferri queunt; nihil aliud lucramur nisi, vt telescopia multo fierent longiora, et numerum lentium sine vlllo vsu multiplicaremus, vt taceam iacturam insignem radiorum lucidorum, quæ ob tot lentes merito esset metuenda; atque hanc ob rationem non dubito, genus hoc quartum penitus rejicere, de quo etiam nullum supererit dubium, quando tria præcedentia genera ita pertractauerimus, vt omnibus momentis quibus perfectio telescopiorum innititur, satisfecerimus. Multo magis autem sequentia, quæ constitui possent genera, nullam plane attentionem merebuntur.

## CAPVT IV.

DE

TELESCOPIIS PRIMI GENERIS,  
QVAE SCILICET IMAGINE VERA DESTITV-  
VNTVR, ET OBIECTA SITV ERECTO  
REPRÆSENTANT.

---

### Problema I.

**S** III.  
i telescopium primi generis ex duabus tantum len-  
tibus constet, obiectiva scilicet et oculari, eius con-  
structionem evolvere et proprietates exponere.

### Solutio.

Cum hic sit  $\frac{a}{b}$  quantitas negativa et  $a + b$  po-  
sitiva, si ratio multiplicationis ponatur  $= m$ , ob  $m > 1$   
distantia  $a$ , ut ante vidimus, debet esse positiva; al-  
tera vero  $b$  negativa, ut sit  $b = -\frac{a}{m}$  seu distantis fo-  
calibus introductis  $a = p$ , et  $q = -\frac{p}{m}$  et intervallum  
binarum lentium  $a + b = (\frac{m-1}{m}) \cdot p$  vnde patet ex data  
multiplicatione  $m$  et distantia focali  $p$  omnia determi-

Tom. II.

K

nari.

nari. Verum hæc distantia  $p$  tanta esse debet, ut lens obiectivæ datam admittat aperturam, cuius, si claritatis gradus ponatur  $= y$ , semidiameter esse debet  $x = my$ , unde iam patet, distantiam  $p$  maiorem esse debere, quam  $4my$  vel  $5my$ ; unde cum  $y$  in partibus digiti dari soleat veluti  $y = \frac{1}{3}$  dig., ut sit  $x = \frac{m}{3}$  et  $h > \frac{m}{3}$  dig. verum hic imprimis spectari debet æquatio pro semidiametro confusionis, quæ dat

$$\frac{mx^2}{p^2} (\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{m}) < \frac{1}{x^2}$$

unde colligitur  $p = kx \sqrt{m(\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{m})} = km.y \sqrt{m(\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{m})}$ , qui ergo valor, nisi forte minor sit, quam  $5.my$ , ipsi  $p$  tribui debet, ubi ut supra notavimus, numerus  $k$  poni potest vel 30 vel 40 vel 50 prout maior vel minor distinctionis gradus desideratur, atque iam ex datis valoribus  $\lambda$  et  $\lambda'$  cum vitri specie, unde numeri  $\mu$  et  $\mu'$  pendent, ambæ lentes construi hincque totum telescopium confici poterunt; ad cuius proprietates cognoscendas quaeramus primo locum oculi eiusus distantiam a lente oculari, invenimusque.

$$O = \frac{m-1}{m}. q. \S. 30.$$

quæ cum ob  $q < 0$  sit negativa oculum lenti oculari immediate applicari oportet; unde colligitur semidiameter campi ex §. 37.  $\Phi = \frac{-\pi}{m-1}$  et  $\pi = \frac{+\omega}{q}$ , denotante  $\omega$  semidiametrum pupillæ; quare ob  $q = \frac{-p}{m}$  fiet  $\Phi = \frac{+\pi}{m-1} \cdot \frac{m}{p}$  vbi imprimis, notandum est, lentem ocula-



ocularem tantam sumi debere, vt aperturam admittat, cuius semidiameter sit  $= \pi q = \omega$ ; ex quo necesse est, vt fiat  $-q > 5 \omega$  vel  $4 \omega$  hincque etiam  $p > 4 m. \omega$  vel  $> 5. m. \omega$ . quae conditio iam in se complectitur primam ob  $y < \omega$ . Quod denique ad alteram confusionem attinet, cum destructio marginis colorati possit, vt sit § 52.

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot B \pi. p$$

quod cum fieri nequeat, nisi lens obiectiua fuerit perfecta, euidens est, marginem coloratum destrui non posse. Denique pro hac confusione penitus tollenda esse debet

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot q, \text{ siue}$$

$$\frac{dn}{n-1} = \frac{1}{m} \cdot \frac{dn'}{n'-1}$$

cui casu adeo, quo lens obiectiua est perfecta, satisfieri nequit, ob primum terminum euanescentem; quia autem  $m$  est numerus satis magnus, alterum membrum per se fit satis paruum, vt haec confusio non sit metuenda.

### COROLL. I.

112. Cum distantia focalis  $p$  maior esse debeat, quam  $5 m \omega$ , pro data multiplicatione  $m$  longitudo huius telescopii semper maior erit, quam  $5(m-1)\omega$  et cum sit circiter  $\omega = \frac{1}{25}$ . dig. haec telescopii longitudo minor fieri non poterit quam  $\frac{m-1}{5}$ . dig. scilicet

K 2

cet

est si velimus, vt sit  $m = 50$ , longitudo telescopii minor esse nequit, quam  $12 \frac{1}{2}$  dig. etiam si formula  $p = mky \sqrt{m\mu\lambda - \mu'\lambda'}$  multo minor reddi posset.

## Coroll. 2.

113. Pro campo apparente inuenimus eius semidiametrum  $\Phi = \frac{m}{m-1}$ ,  $\frac{\omega}{p}$  vnde, cum sit  $p > 5m\omega$ , valor ipsius  $\Phi$  semper certe minor erit, quam  $\frac{1}{5(m-1)}$ , atque in minutis primis erit  $\Phi < \frac{612}{m-1}$ . minut. quo campo facile contenti esse possemus, nisi  $p$  deberet esse multo maius, quam  $5m\omega$ .

## Coroll. 3.

114. Quoniam margo coloratus tolli non potest, nisi lens obiectiua sit perfecta; hinc statim intelligimus, quanti sit momenti vsus lentium perfectarum, quas supra descripsimus; ita, vt earum beneficio his telescopiis insignis gradus perfectionis conciliari possit.

## Scholion.

115. Solutio huius problematis ita est generalis, vt ad omnes vitri species ex quibus lentes parari possunt, pateat; quin etiam loco lentis obiectiuae non solum lentes simplices, sed etiam duplicatae vel triplicatae atque adeo perfectae substitui possunt: vnde plurimae species huius telescopii, quod tantum ex duabus

duabus lentibus compositum spectamus, exhiberi possunt; quarum praeicipuas in subiunctis exemplis contemblemur:

### Exemplum I.

116. Si ambae lentes fuerint simplices atque ex eadem vitri specie confectae, constructionem huius telescopii definire:

Pro hoc casu potissimum aequatio venit consideranda:

$$p = mky\sqrt{\mu(m\lambda - \lambda')}$$

quae distantiam focalem primae lentis determinat, siquidem valor hinc prodiens maior fuerit, quam  $5.m.\omega$ . Videbimus autem statim atque multiplicatio  $m$  fuerit notabilis, eius valorem multum esse superaturum istum limitem  $5.m.\omega$  seu  $\frac{1}{2}m$ . dig. ita, vt maximi sit momenti hanc formulam tam parvam reddere, quam fieri potest; quare statim faciamus  $\lambda = 1$ , vt lens obiectiua secundum §. 59. elaborari debeat; quod vero ad lentem ocularem attinet, non convenit  $\lambda' = 1$  ponere, sed potius e re erit, ipsi huic litterae maiorem valorem tribuere, inprimis autem vt haec lens maximae aperturae fiat capax, ea optime vtrunque aequae concava redditur, ex quo numerus  $\lambda' = 1.6299$ . (§. 61.) pro ea vitri specie, qua  $n = 1.55$ . et qua artifices plerumque vti solent. Pro aliis autem speciebus tantum non differet, vt operae pretium sit, differentiae

rationem habere; praeipue cum litteras  $k$  et  $y$  tam adcurate definire non liceat. Sumamus ergo  $r = \frac{1}{2}$ . dig vt satis magnam claritatem obtineamus, quae in hoc genere necessaria videtur; et  $k = 40$ , vt confusio satis reddatur exigua eritque ob  $\lambda = 1$ ;  $\lambda' = 1\frac{1}{2}$

$$p = m \cdot \sqrt[3]{\mu (m - 1\frac{1}{2})}$$

vnde pater, hic eas vitri species praeferri debere, quibus maior refractio  $n$  respondet, quia tum littera  $\mu$  minores nanciscitur valores. Cum autem perpetuo  $\mu$  non multum differat ab vnitatem eiusque propterea radix cubica multo minus discrepet, quacunq; vitri specie vti velimus, tuto sumere licebit  $p = m \sqrt[3]{(m - 1\frac{1}{2})}$  hoc autem casu circa marginem coloratum nihil efficere licet. Quare si hinc distantiam focalem lentis obiectiuae debite definiuerimus atque  $n$  denotet refractionem vitri, ex quo ambae lentes sint parandae, constructio telescopii sequenti modo se habebit:

I°. Lens obiectiua paranda est ex formulis §. 59.

II°. Lens ocularis vtrinque aequae concaua conficiatur, sumendo radium vtriusque faciei  $= \frac{n(n-1)p}{m}$  ob  $q = \frac{-p}{m}$ .

III°. Hae duae lentes ad distantiam  $AB = \frac{m-1}{m} \cdot p$  iungantur et tubo inferantur, vt oculus lenti concauae immediate adplicari possit.

IV°.

IV°. Hic tubus campum offeret cuius semidia-  
meter erit  $\Phi = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\omega}{p} = \frac{2417 \cdot m}{m-1} \cdot \frac{\omega}{p}$  min.

V°. Hoc telescopium a vitio marginis colorati  
liberari nequit.

### Coroll. 1.

117. Quodsi multiplicatio tanta sit, vt fiat  
 $m = 1\frac{1}{2}$ , formula  $p$  definiens euanescit, nihilo vero  
minus fumi debet  $p = 5 \cdot m \omega$  seu quasi  $\frac{1}{2} \cdot m$ . dig. hoc-  
que valore vti licet, etsi  $m$  aliquanto sit maius, dum-  
modo illa formula non excedat  $\frac{1}{2} \cdot m$ . dig. quod euenit,  
quamdiu  $m$  non superat limitem  $1\frac{1}{2}$  qui vix superat  
valorem  $1\frac{1}{2}$ ; ex quo patet, statim atque multiplica-  
tio  $m$  maior sit, quam  $1\frac{1}{2}$ , distantiam focalem  $p$  ma-  
iorem capi debere, quam  $\frac{1}{2} \cdot m$ . dig.

### Coroll. 2.

118. Quare si verbi gratia debeat esse  $m = 5$ ,  
capi oportet  $p = 7\frac{1}{2}$  dig. et  $q = -\frac{1}{2}$  vnde semidia-  
meter campi apparentis prodit  $\Phi = \frac{1}{2} \cdot \frac{2417}{17} = \frac{7}{17} = \frac{7}{17}$  ob  
 $\omega = \frac{1}{17}$ ; siue  $\Phi = \frac{2417}{17}$  min. = 29. min. Longitudo  
autem telescopii erit 6 digit.

### Coroll. 3.

119. Si multiplicatio desideretur  $m = 10$ , re-  
peritur  $p = 5 \sqrt[3]{67} = 20\frac{1}{16}$  dig. hincque  $q = -2\frac{1}{16}$  dig.  
ita, vt longitudo telescopii sit  $18\frac{1}{16}$  dig. tum vero se-  
midia-

midiameter campi apparentis, qui est  $\frac{\omega}{p+q}$  fit  $\Phi = \frac{1740}{187}$   
 $= 9' 17''$  et in minutis  $\Phi = 4' 42''$ , qui campus iam  
 tam est exiguus, ut nullo modo tolerari possit, quare  
 haec species telescopiorum ne quidem ad multiplica-  
 tionem  $m = 10$  adplicari potest.

### Exempl. II.

120. Si ambae lentes ex eadem vitri specie pa-  
 rentur, obiectiua vero statuatur duplicata sec. §. 65.  
 construenda, ut sit  $\lambda = \frac{1}{4}$  ac si vitro communi, pro  
 quo est  $n = 1.55$ , utamur, erit  $\lambda = 0.1918$ ; sumtaque ite-  
 rum vnitate pro  $\sqrt{\mu}$  et posito, ut ante,  $\lambda' = 1$ ; ut lens  
 ocularis fiat aequaliter concaua erit  $p = m \cdot \sqrt{0.1918 \cdot m - 1}$   
 et ut ante,  $q = \frac{m}{m}$ . hincque distantia lentium  $= \frac{m-1}{m} p$   
 quare si inde pro data multiplicatione definiatur valor  
 litterae  $p$ , constructio ita se habebit:

I°. Lens obiectiua paranda est ex formulis §. 59.  
 pro  $n = 1.55$ .

II°. Lens ocularis vtrunque fiat aequaliter con-  
 caua, radio existente  $= -2(n-1) \cdot \frac{p}{m} = -\frac{11}{10} \cdot \frac{p}{m}$ .

III°. Semidiameter campi apparentis erit, ut ante,  
 $\Phi = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\omega}{p} = \frac{172+m}{m-1} \cdot \frac{1}{p}$  min.

IV°. Aequae parum autem, ac ante, hoc casu  
 margini colorato remedium asferri potest.

Co-

## Coroll. 1.

121. Quando autem formula illa praebebat  $p < \frac{1}{2} m$ . dig. nihilo minus statui debet  $p = \frac{1}{2} m$ . dig. quod in primis euenit, si sit  $m = 8\frac{1}{2}$  circiter; vnde oritur  $p = 0$  quare nisi multiplicatio maior desideretur, sumi poterit  $p = \frac{1}{2} m$ . dig. vnde fit  $q = -\frac{1}{2}$  dig. et longitudo telescopii  $\frac{1}{2}(m-1)$  dig. campi apparentis semidiameter  $\Phi = \frac{600}{m-1}$ . minut.

## Coroll. 2.

122. Quodsi ergo multiplicatio proposita sit  $m = 8\frac{1}{2}$ , telescopium ita erit construendum. I<sup>o</sup>. ob  $p = \frac{1}{2}$  dig. =  $2\frac{1}{2}$  dig. lens obiectiua paratur secundum praecepta data. II<sup>o</sup>. ob  $q = -\frac{1}{2}$  dig. radius vtriusque faciei erit  $= -\frac{1}{2}(n-1)$  dig. vnde longitudo telescopii fit  $= 1\frac{1}{2}$  dig. campi vero apparentis semidiameter  $= 1^{\circ} 31'$ . quod telescopium omni attentione dignum videtur non obstante margine colorato.

## Coroll. 3.

123. Si desideretur multiplicatio  $m = 15$ . statim reperitur  $p = 16$ , 15. dig. hinc  $q = -1$ , 07. dig. vnde longit. telescopii  $= 15$ , 08. dig. et semidiameter campi apparentis erit  $= \frac{177}{14}$ . minut.  $= 11' 24''$  vnde patet hoc telescopium tam ob nimis exiguum campum quam ob nimis magnam longitudinem merito esse reiciendum, dum contra casus praecedens maxime commendandus videtur.

Tom. II.

L

Exem-

## Exempl. III.

124. Si ambae lentes ex eadem vitri specie constent, obiectiua vero statuatur triplicata, sec §. 66. construenda, vt sit  $\lambda = \frac{1.9}{1.9}$ ; constructionem huius telescopii definire.

Vtatur vitro communi, pro quo est  $n = 1, 55$  eritque  $\lambda = 0, 0422$  et maneat  $\lambda' = 1, 629$ , summa iterum vnitatem pro  $\sqrt{\mu}$  erit

$$p = m \cdot \sqrt{0, 0422 m - 1, 629}$$

vnde reliqua, vt in casibus praecedentibus determinantur.

In primis autem hic notari meretur casus, quo fit  $0, 0422 m = 1, 629$  siue  $m = 38 \frac{1}{2}$  pro qua sumi debet lentis obiectiuae distantia focalis  $p = 9 \frac{11}{12}$  dig. manente  $q = -\frac{1}{2}$  dig. hincque longitudo tubi  $= 9 \frac{1}{2}$  dig. ex qua semidiameter campi erit  $= 18' 17''$  qui quidem campus satis est paruus, sed ob tam notabilem multiplicationem facile tolerari potest, nisi forte magis coloratus offendant.

## Exempl. IV.

125. Si pro lente obiectiua capiatur lens perfecta, ocularis autem maneat simplex atque adeo vtriusque aequaliter concaua, constructionem telescopii describere.

Quo-



Quoniam supra huiusmodi lentes perfectas descripsimus partim ex vitro coronario, partim ex vitro chrystallino conficiendas hic ante omnia attendendum est, quantae aperturae quaelibet sit capax; cum enim pro multiplicatione  $m$  hic esse debeat  $x = \frac{1}{m}$  dig. ante omnia videndum est, an lens perfecta hic adhibenda tantam aperturam admittat, quae cautela sedulo esset obseruanda, si valor ipsius  $p$  quopiam casu prodiret  $= 0$ ; quo ut ante capi deberet  $p = \frac{1}{m}$ ; ita, ut fieret  $x = \frac{1}{m} \cdot p$ , quod tantum in tertia lente triplicata locum habet. Verum non opus est, ut de hoc simus solliciti, quia ex formula radicali superiori pro hoc casu nunquam prodire potest  $p = 0$ , quoniam enim lens est perfecta, erit per hypothesin  $\lambda = 0$ , ita

ut fiat  $p = m \cdot \sqrt{V - 1.629}$ . unde patet, semper adeoque  $p > m$ , scilicet  $p = 1, 17 \cdot m$ . quare statim sequitur hoc insigne incommodum, ut mox ac multiplicationi  $m$  modicus valor tribuatur, campus apparens tam paruus sit proditurus, ut telescopium fere omni vsu careat; cuius causa cum sit valor  $\lambda = 0$ , optandum hic esset, ut lens perfecta etiam nunc confusionem quandam exiguum pareret, ut illa formula pro quapiam multiplicatione praeberet  $p = 0$ . Secundum praecepta autem supra data tales lentes non difficulter inueniri possent, quae dum nullam gignerent dispersionem, aliquam tamen confusionem producerent; verum eiusmodi inuestigatio commodius instituetur his telescopiis vel vnā vel duas lentes nouas adiungendo.

## Scholion.

126. Ratio huius insignis paradoxii, quod lentes perfectae hic minus utilitatis praestent, quam lentes duplicatae et triplicatae praecedentes in hoc manifesto est posita, quod hic non eiusmodi lente obiectiva egeamus, pro qua sit  $\lambda = 0$ , sed potius tali, ut  $\lambda m - \lambda'$  redigi possit ad nihilum. Supra autem facile fuisset eiusmodi lentes compositas inuenire, quae dum confusio colorum mederetur, pro priori confusione datum valorem numeri  $\lambda$  habuissent; verum hic non opus est, ut illum laborem reperamus; sed potius alio modo hanc investigationem ad praefens institutum accommodari conueniet; duas scilicet pluresue lentes, quae vnitae lentem perfectam constituebant, hic tanquam disiunctas consideremus quo pacto id commodi assequemur, ut non solum utraque confusio lentem etiam ocularem in calculo comprehendendo penitus tolli, sed etiam fortasse campus apparens ulterius extendi queat; quem in finem sequens problema praemitteri oportet.

## Problema 2.

127. Inter lentem obiectiuam et ocularem aliam insuper lentem inferere, ut telescopium eidem primo generi maneat accensendum.

Solu-

## Solutio.

Ponamus ergo telescopium constare tribus lentibus PP, QQ, RR, ac primo quidem requiritur; ut hae fractiones  $\frac{a}{\phi}$ ,  $\frac{\beta}{c}$  sint negativae; tum vero ut haec intervalla  $a+b$ ;  $\beta+c$  sint positiva; existente multiplicatione  $m = \frac{a}{\phi} \cdot \frac{\beta}{c}$  siue  $m = \frac{a}{\phi}$ . B. ob  $B = \frac{\beta}{\phi}$ , quae proinde quantitas crit positiva. Introducamus nunc altera elementa, quae supra litteris B, C et indicibus aperturae  $\pi$ ,  $\pi'$  cum semidiametro campi  $\Phi$  continentur, ac pro priori conditione habebimus

$$\frac{a}{\phi} = \frac{B\pi - \Phi}{\Phi} < 0.$$

$$\frac{\beta}{c} = \frac{C\pi' - \pi + \Phi}{\Phi\pi - \Phi} < 0.$$

vnde cum  $\Phi$  ex rei natura semper sit positivum, debet esse  $B\pi - \Phi$  negativum, at vero  $C\pi' - \pi + \Phi$  positivum; et quia  $\gamma = \infty$ ; ideoque  $C = \infty$  et  $C = 1$  vnde posterior conditio dat  $\pi' - \pi + \Phi > 0$ . Pro campo autem apparente invenimus  $\Phi = \frac{\pi + \pi'}{m-1}$ , vnde cum  $\Phi$  et  $m-1$  sint quantitates positivae, debet esse  $-\pi + \pi'$  quantitas positiva, qua praecedens etiam conditio sponte continetur. Ut autem praeterea intervalla lentium fiant positiva, has duas condiciones adipiscimur ex §. 16.

$$1^{\circ}. \frac{B\pi}{\Phi\pi - \Phi} > 0.$$

vnde cum denominator sit negativus, etiam numerator debet esse negativus seu  $B\pi p < 0$  prouti ergo

L 3

quan-

quantitas  $p$  fuerit vel positua vel negatiua, debet esse  $\mathfrak{B}\pi$  vel negatiuum vel posituum.

$$2^{\circ}. \frac{\mathfrak{B}\Phi p(\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi)}{(\mathfrak{B}\pi - \Phi)(\pi' - \pi + \Phi)} > 0.$$

vbi cum  $\Phi$  sit posituum, totus vero denominator negatiuus, etiam pro numeratore  $\mathfrak{B}p(\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi)$  debet esse  $< 0$ .

Ex his igitur conditionibus si loco  $\Phi$  valorem inuentum substituamus, sequentes conclusiones consequemur

$$1^{\circ}. \pi' - \pi > 0.$$

$$2^{\circ}. \text{ob } \mathfrak{B}\pi - \Phi < 0, \text{ debet esse}$$

$$(m-1)\mathfrak{B}\pi - \pi' + \pi < 0 \text{ seu } \pi' - \pi >$$

$$(m-1)\mathfrak{B}\pi \text{ siue } \pi' > ((m-1)\mathfrak{B} + 1)\pi$$

$$3^{\circ}. \mathfrak{B}\pi p < 0$$

$$4^{\circ}. \mathfrak{B}p(\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi) < 0.$$

quia hic igitur formulae 3 et 4 ambae sunt negatiuae, haec per illam diuisa

$$\frac{\mathfrak{B}(\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi)}{\mathfrak{B}\pi} > 0$$

vnde si denominator fuerit posituius etiam numerator debet esse posituius et contra. Consideremus nunc ambos casus extremos, alterum, quo media lens lenti obiectiuae vnitur, alterum, quo ea lenti oculo vnitur. Priori casu, quo scilicet  $a + b = 0$ , fit  $\pi = 0$ , quemadmodum supra iam notauimus pro lentibus quotcunque

cunque cum obiectiua lente coalescentibus. Posteriore casu, quo  $\beta + c = 0$ , debet  $\pi' = (1 - \mathfrak{B}) \pi = 0$  seu  $\pi' = (1 - \mathfrak{B}) \pi$ , qui valor in conditione superiore secunda positus dabit  $m \mathfrak{B} \pi < 0$  seu  $\mathfrak{B} \pi < 0$ . Cum autem campus apparens potissimum a lente oculari pendeat, cui respondet littera  $\pi'$ , haec littera  $\pi'$  necessario est positiva quare ut campus ob lentem mediam non minuatur, sed potius augeatur, numerum  $\pi$  negatiuum esse oportet, ex quo superiores conditiones propius hoc modo definiuntur

1<sup>ma</sup>. scilicet  $\pi' - \pi$  iam sponte fit  $> 0$  ideoque omitti potest

$$2^{da}. \text{ est } \pi' > ((m-1)\mathfrak{B} + 1)\pi$$

$$\text{ex } 3^{tia}. \text{ autem sequitur } \mathfrak{B}p > 0$$

$$\text{et } 4^{ta}. \frac{\pi' - \pi}{\mathfrak{B}\pi} > 0.$$

Consideretur adhuc locus oculi, cuius distantia a lente oculari sit  $O = \frac{\pi'}{m\mathfrak{B}}$ .  $r$  quae ob  $\frac{\pi'}{m\mathfrak{B}}$  positivam fieret positiva, si modo  $r$  esset positivum at cum sit  $r = c$  ob  $C = \infty$  et  $\mathfrak{C} = 1$  erit  $r = \frac{\mathfrak{B}p}{\pi' - \pi + \mathfrak{B}}$  cuius denominator cum sit positivus examinandum est, utrum  $\mathfrak{B}p$  sit positivum an negatiuum; at si  $\mathfrak{B}p$  esset positivum; distantia  $O$  quoque foret positiva, sin autem  $\mathfrak{B}p$  esset negatiuum, foret quoque distantia  $O$  negatiua, oculusque lenti tertiae immediate applicari deberet, de quo casu praecepta supra data sunt observanda.

Co-

## Coroll. I.

128. Quia statim ac multiplicatio  $m$  fit modicae quantitatis,  $\Phi$  multo minus est, quam  $\pi$ , cum  $\mathfrak{B}\pi - \Phi$  sit negativum, quantitas  $\mathfrak{B}\pi$  fiet quoque negativa et ob  $\pi < 0$  erit  $\mathfrak{B}$  positivum. Hinc pro tertia conditione  $\mathfrak{B}\pi p < 0$  debebit esse  $p$  positivum (excepto scilicet casu, quo  $\pi$  quam minimum habet valorem ideoque  $p$  etiam negativum esse posset) et per tertiam et quartam conditionem coniunctim erit ob denominatorem negativum etiam numerator  $B(\pi' - \pi + \mathfrak{B}\pi)$  negativus si ergo fuerit  $\pi' - \pi + \mathfrak{B}\pi > 0$  erit  $B < 0$ ; contra vero  $B > 0$ .

## Coroll. 2.

129. Hac igitur conditiones impleri possunt pluribus modis, dum plura elementa manent indeterminata, statim enim patet, quantitatem  $\alpha$  seu  $p$  tam affirmativum, quam negativum valorem accipere posse; at quia  $\mathfrak{B}p > 0$  ob  $\pi < 0$ , si  $p$  statuamus positivum, etiam  $\mathfrak{B}$  debet esse positivum; sin autem  $p$  sumatur negativae, etiam  $\mathfrak{B}$  debet esse negativum; interim tamen cum sit  $B = \frac{\Phi}{\pi' - \pi}$ , etiamsi sit  $\mathfrak{B}$  positivum, littera  $B$  etiam nunc esse potest tam positiva, quam negativa; altero vero casu, quo  $\mathfrak{B}$  est negativum, semper etiam  $B$  sit negativum.

Scho-

## Scholion.

130. Eodem modo, quo hoc problema resol-  
uimus, conditiones etiam inueniri possunt, quando duae  
pluresue lentes inter obiectiuam et ocularem inferuntur  
seu quando huiusmodi telescopium ex quatuor pluri-  
busue lentibus est compositum; ponamus enim quatuor  
id lentibus constare atque sequentes sex conditiones  
erunt adimplendae.

$$1^{\circ}. \frac{a}{b} < 0; \quad 2^{\circ}. \frac{\beta}{c} < 0. \quad 3^{\circ}. \frac{\gamma}{d} < 0$$

$$4^{\circ}. a + b > 0; \quad 5^{\circ}. \beta + c > 0. \quad 6^{\circ}. \gamma + d > 0$$

existente  $\delta = \infty$  ideoque  $D = \infty$  et  $\mathfrak{D} = 1$ . unde si  
loco harum litterarum valores supra dati introducun-  
tur, hae sex conditiones praebebunt sequentes formu-  
las, in quibus  $\Phi$  semper ut posituium ponitur

$$1^{\circ}. \mathfrak{B} \pi - \Phi < 0.$$

$$2^{\circ}. \frac{\mathfrak{C} \pi' - \pi + \Phi}{\mathfrak{B} \pi - \Phi} < 0.$$

$$3^{\circ}. \frac{\pi'' - \pi' + \pi - \mathfrak{D}}{\mathfrak{C} \pi' - \pi + \Phi} < 0.$$

quae tres conditiones commodius ita referuntur.

$$1^{\circ}. \mathfrak{B} \pi - \Phi < 0$$

$$2^{\circ}. \mathfrak{C} \pi' - \pi + \Phi > 0$$

$$3^{\circ}. \pi'' - \pi' + \pi - \Phi < 0.$$

Pro tribus reliquis conditionibus, quia in singulis  
denominatores sunt negatiui, etiam numeratores oportet

Tom. II.

M

tet

tet esse negatiuos vnde sequentes conditiones erunt adimplendae.

$$4^{\circ}. \mathfrak{B} \pi p < 0.$$

$$5^{\circ}. B p (\mathfrak{E} \pi' - (1 - \mathfrak{B}) \pi) < 0$$

$$6^{\circ}. B C p (\pi'' - (1 - \mathfrak{E}) \pi') < 0.$$

quae prout  $p$  fuerit vel positium vel negatiuum duplici modo considerari poterunt; in hoc negotio autem inprimis consideranda est expressio pro campo apparente, quae est  $\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m-1}$  quae quia tam magna desiderari solet, quam fieri potest, curandum est, vt fractiones  $\pi$  et  $\pi''$  obtineant valores negatiuos eosque maximos, qui tamen  $\frac{1}{2}$  vel  $\frac{1}{2}$  superare nequeunt, ac si forte hoc fieri nequeat, et alteruter debeat esse positius, tum vt is fiat quam minimus, erit efficiendum.

### Scholion. 2.

131. His iam praemissis videamus, quo modo superiori incommodo, quo lentes perfectae pro hoc telescopiorum genere ineptae sunt deprehensae, remedium afferri possit. Considerabimus igitur telescopium vt tribus lentibus compositum, ac duas priores prorsus vniamus vt interuallum  $a + b$  euanescat sicque lens obiectiua fiat duplicata, verum nunc singula elementa ita definiamus, vt non pro sola obiectiua vitraque confusio destruat, sed pro toto telescopia Quo-



Quoniam vero ad hoc duplici vitri specie opus est, adhibere cogimur binas illas species anglicas, scilicet vitrum coronarium et chrySTALLINUM. Vnde duo potissimum problemata nascuntur, prout vel prima lens ex coronario, secunda vero ex chrySTALLINO, vel contra prior ex chrySTALLINO, secunda vero ex coronario fuerit paranda; de tertia autem lente oculari perinde fere erit, siue eam ex vitro coronario siue ex chrySTALLINO conficere velimus, dummodo ea vtrinque aequae concaua reddatur, quandoquidem ea hoc modo maximam aperturam admittit, a qua campus apparens dependet.

### Problema 3.

132. Si telescopii lens obiectiua sit duplicata ac prior quidem ex vitro coronario, posterior vero ex chrySTALLINO parata, lens autem ocularis etiam ex vitro coronario; constructionem huius telescopii pro quauis multiplicatione  $m$  describere.

### Solutio.

Cum igitur hic sit  $a + b = 0$ ; siue  $a = -b$ ; et  $\frac{a}{\beta} = -1$  erit multiplicatio  $m = -\frac{\beta}{c}$  seu  $c = -\frac{\beta}{m}$ . vbi littera  $\beta$  exprimit distantiam focalem ipsius lentis obiectiuae duplicatae ideoque, vt ex probl. 1 patet, debet esse positua; vnde lens ocularis erit concaua. Cum igitur sit  $b = \frac{\beta}{2}$ ;  $q = 2$   $b = \frac{\beta}{2} = \frac{\beta}{2-1}$  erit  $a = -\frac{\beta}{2}$

M 2

et

et litterae  $\mu$  et  $\nu$ , una cum  $\mu''$ , ex refractione  $n=1,53$ ; litterae vero  $\mu'$  et  $\nu'$  ex refractione  $n=1,58$  sunt sumendae; unde pro confusione ex apertura lentium destruenda habebimus hanc aequationem:

$$\mu \lambda - \frac{\mu' \lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\mu \lambda''}{m \mathfrak{B}^2} - \frac{\mu' \nu'}{\mathfrak{B}^2} = 0$$

cum autem sit  $\frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{n'-1} = 7:10$  atque  $n''=n$  ob valorem distantiae  $O$  negativum pro margine colorato tollendo nanciscimur hanc aequationem:

$$\pi' (3B + 10) = 10 \cdot \pi.$$

deinde vero pro hac confusione penitus tollenda satisfieri oportet huic aequationi:

$$0 = -7 + \frac{10(B+1)}{B} - \frac{7}{mB}$$

$$\text{feu } 0 = -7B + 10 \cdot (B+1) - \frac{7}{m}$$

unde reperitur  $B = \frac{7-10m}{2 \cdot m}$ ,  $\mathfrak{B} = \frac{10m-7}{7m-1}$ , ex qua littera  $B$  perfecte determinatur, ita, ut ex prima aequatione tantum litterae  $\lambda$  et  $\lambda'$  definiendae restent, quia ob lentem ocularem utrinque aequalem,  $\lambda''$  iam definitur. Inde igitur commodissime definitur numerus  $\lambda'$ :

$$\lambda' = \frac{\mu \mathfrak{B}^2 \lambda}{\mu'} + \frac{\mu \mathfrak{B}^2 \lambda''}{m \mu' B^2} - \frac{\nu \mathfrak{B}^2}{B}$$

in qua quidem aequatione  $\lambda$  pro lubitu accipi possit, sed ne  $\lambda'$  unitatem nimis superet, conveniet sumi  $\lambda=1$  sicque omnia iam erunt determinata, ita, ut nihil amplius supersit, quod ex aequatione media posset determinari,

minari, quia ratio litterarum  $\pi$  et  $\pi'$  ex praemissis iam datur. Cum enim sit  $b = \frac{\beta}{B} = \frac{\beta \Phi}{B \pi - \Phi} = \frac{-\beta \Phi}{B \cdot \frac{\pi - \Phi}{\pi - 1}}$  hincque  $\pi = 0$ , et cum pro campo apparente sit  $\Phi = \frac{\pi + \pi'}{m - 1}$  erit  $\pi' = (m - 1) \Phi$  unde pro secunda aequatione prodit

$$0 = (m - 1) \Phi (3B + 10)$$

quod cum fieri nequeat, praeter casum  $3B + 10 = 0$  seu  $\frac{1 - 2m}{m} + 10 = 0$  hincque  $m = \infty$ ; margo coloratus tolli nequit, nisi multiplicatio sit maxima ideoque pro maioribus multiplicationibus erit insensibilis, ad quem casum cum haec telescopia accommodari conveniat, margo coloratus non erit metuendus, sufficietque, si primae et tertiae aequationi satisfecerimus. Inuentis igitur quantitibus  $B$ ,  $\lambda$  et  $\lambda'$  pro data multiplicatione  $m$  gradus claritatis  $y$  assumatur, quo contenti esse voluerimus; indeque habebitur semidiameter aperturæ primae lentis  $x$ . Si deinde distantiam focalem totius lentis obiectivæ, quæ est aequalis  $\beta$ , vt indefinitam spectemus; habebimus inde 1<sup>o</sup> distantiam focalem prioris lentis;  $\alpha = \frac{\beta^2}{3}$  et pro posteriore distantias determinatrices  $b = \frac{\beta}{B}$  et  $\beta$ ; ex quibus cum numeris  $\lambda$  et  $\lambda'$  vtramque lentem poterimus construere; in qua constructione notetur minimus radius siue convexitatis siue concavitatis eiusque parti quintae vel etiam quartae aequetur  $x = my$ ; unde ipsa quantitas  $\beta$  in digitis determinabitur. Hinc porro colligimus

M 3

distan-

distantiam focalem lentis ocularis  $= c = \frac{-\beta}{m}$ ; ex qua si huic lenti vtrunque figura aequalis tribuatur, vt scilicet maximae aperturae fiat capax radius istius curuaturae erit  $= -\frac{1(n-1)\beta}{m}$  vti supra iam ostendimus §. 61, vbi etiam inuenimus pro hac lente fore  $V(\lambda'' - 1) = \frac{c-\beta}{1}$ ; vnde valor ipsius  $\lambda''$  definitur.

## Coroll. 1.

133. Cum hic distantia oculi post vltimam lentem O fiat negativa; ideoque oculus huic lenti immediate adplicari debeat, in formula campum apparentem declarante  $\Phi = \frac{-\pi + \pi'}{m-1}$  fractio  $\pi'$  sumi debet  $= \frac{u}{c}$  vt scilicet campum inueniamus, quem vno obtutu conspiciamus; expediet autem, aperturam istius lentis tantam fieri, quantam curuatura facierum admittit, sicque nihil obstat, quominus ipsi  $\pi'$  valor  $= \frac{1}{2}$  vel  $= \frac{1}{3}$  tribuatur.

## Coroll. 2.

134. Quod hic de valore vltimae litterarum  $\pi$ ,  $\pi'$ ,  $\pi''$  etc. notauimus, latissime patet, vt scilicet ei semper valor  $\frac{1}{2}$  vel  $\frac{1}{3}$  tribui possit, dummodo in computo campi apparentis eius valor ad  $\frac{u}{c}$  imminuatur, si quidem hic fuerit minor; quippe quo modo campus vno obtutu conspectus definitur. Quando autem apertura lentis ocularis maior fuerit pupilla, tum pupilla eam quasi peragrando successiue totum campum con-

conspiciet, quem verus valor ipsius  $\pi'$  definit sicque in posterum hanc limitationem a pupilla petitam penitus omittere poterimus; dummodo notetur, casu, quo  $\pi'$  maius, quam  $\frac{w}{c}$ , hunc campum non vno obtutu apparere.

## Coroll. 3.

135. Hoc igitur pacto telescopium adipiscimur primi generis, quod obiecta sine vlla confusione siue ab apertura lentium siue a diuersa radiorum natura oriunda repraesentabit, ita, vt in illo nihil amplius possit desiderari, nisi quod campus apparens nimis sit exiguus; quo tamen defectu omnia telescopia tam Newtoniana, quam Gregoriana aequae laborant.

## Scholion. I.

136. Si haec ad praxin accommodare velimus, inchoandum erit a valore litterae B, quem tertia aequatio suppeditat, scilicet  $B = \frac{7-10m}{3m}$ , qui statim atque  $m$  sit numerus modice magnus, abit in  $B = -\frac{1}{3}$  quia autem hic valor  $-\frac{1}{3}$  deriuatus est ex Dollondi experimentis, vnde rationem  $\frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{n'-1} = 7:10$  deduximus, nemo certe arbitrabitur, hanc rationem tam exacte veritati respondere, vt non satis notabiliter ab ea discrepare possit; quam ob causam ridiculum plane foret, si c rca valorem huius litterae B nimis scrupulosi esse vellemus; neque etiam res ipsa tantam precisionem exigere

gere videtur, cum iam plurimum praestitisse is sit censendus, qui hanc confusionis speciem, quae haecenus nullo plane modo imminui posse est credita, plurimum imminuere potuerit, etiamsi ad nihilum non reducerit, audacter igitur statuere poterimus,  $B = -\frac{10}{3}$  pro quacunque multiplicatione, indeque tantum superest, ut formula pro  $\lambda'$  inuenta euoluatur; in quo nihil omnino negligere licebit; quoniam ut supra iam inuenimus solus terminus  $\frac{\mu^2 \lambda''}{m \mu' d^2}$  tanti erat momenti, ut a lente obiectiua perfecta optatus effectus expectari non potuerit.

## Scholion 2.

137. Quoniam in sequentibus plurimum intererit, ut lentibus ocularibus eiusmodi figura tribuatur, quae maximae aperturae sit capax, hocque manifesto eueniat, si ambae huius lentis facies reddantur aequales: pro huiusmodi lente valor litterae  $\lambda$  ita definitur, ut fiat  $\sqrt{\lambda - 1} = \frac{e-2}{17}$  quem igitur pro praecipuis vitri speciebus hic exhibeamus.

| n.    | $\sqrt{\lambda - 1}$ . | $\lambda$ . |
|-------|------------------------|-------------|
| 1. 53 | 0, 77464.              | 1. 60006.   |
| 1. 55 | 0, 79367.              | 1. 62991.   |
| 1. 58 | 0, 82125.              | 1. 67445.   |

Cum igitur nunc habeamus valorem  $\lambda'' = 1,60006$ , per ea, quae in problemate sunt constituta, habebimus

$\mu = 0.$

$\mu = 0.9875$ ;  $\mu' = 0.8724$ ;  $\nu' = 0.2529$ . sumto  
 $B = -\frac{1}{3}$  et  $\mathcal{B} = +\frac{1}{3}$ ; aequatio prima resoluenda  
 inducet hanc formam:

$$\lambda' = 3,3001. \lambda - \frac{0.1416}{30} + 0.1548$$

ex qua ne valor ipsius  $\lambda'$  praeter necessitatem nimis  
 magnus prodeat, statuamus  $\lambda = 1$ , fietque

$$\lambda' = 3,4549 - \frac{0.1416}{m}$$

cuius aequationis usum in aliquot exemplis ostendamus.

### Exempl. I.

138. Huiusmodi telescopium construere, quod  
 obiecta vices quinquies aucta repraesentet, seu sit  $m = 25$ .  
 Cum sit  $\lambda = 1$ , erit  $\lambda' = 3,4492$  et  $\lambda' - 1 = 2,4492$   
 et  $\nu(\lambda' - 1) = 1,5649$ ; atque hinc sequens singu-  
 larum lentium constructio colligetur:

I. Pro lente prima ex vitro coronario facta

ob eius distantiam focalem  $p = a = +\frac{2}{3}\beta$  et  $\nu(\lambda - 1) = 0$   
 fiet

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 0.1807. \beta \\ \text{poster.} = 1.3239. \beta \end{cases}$$

II. Pro secunda lente ex vitro chrysellino

cum sint distantiae determinatrices  $b = \frac{\beta}{5} = -\frac{1}{5}\beta$ ,

et litterae  $\xi = 0.1413$ ,  $\sigma = 1,5827$ ,  $\tau = 0,8775$

Tom. II.

N

et

et  $V(\lambda' - 1) = 1,5649$  si pro radiis anterioris et posterioris faciei ponamus litteras F et G, habebimus

$$F = \frac{b\beta}{\beta + \sigma\beta + \tau(b + \beta)\sqrt{\lambda' - 1}}$$

$$G = \frac{b\beta}{\beta + \tau\beta + \tau(b + \beta)\sqrt{\lambda' - 1}}$$

atque hinc

$$\frac{1}{F} = \frac{3\sigma - 1 + \sigma\beta + \tau\beta\sqrt{\lambda' - 1}}{2\beta}$$

$$\frac{1}{G} = \frac{3\tau - 1 + \tau\beta + \tau\beta\sqrt{\lambda' - 1}}{2\beta}$$

quibus euolutis prodit

$$\frac{1}{F} = \frac{3.1151 - \frac{1}{\beta} + 1.6124}{2\beta}$$

$$\frac{1}{G} = \frac{-1.4077 + \frac{1}{\beta} + 1.6124}{2\beta}$$

vt. igitur radii non nimis fiant parui, vti oportet signis superioribus, vnde obtinebimus

$$\frac{1}{F} = \frac{-5.1777}{2\beta}; F = -0.4779.\beta$$

$$\frac{1}{G} = \frac{-1.7407}{4\beta}; G = -0.5180.\beta$$

### III. Pro tertia lente oculari

ex vitro coronario paranda constructio est facillima, dum vtriusque faciei radius esse debet  $= 2(n-1)r = 1,06.r = -0,00424.\beta$ .

Binæ priores lentes sibi inuicem immediate iunguntur, vt vnā quasi lentem constituent, cuius aperturæ semidiameter maior esse sequit, quam quarta circi-



circiter pars radii minimi quae est  $= 0.0452 \beta$ , & habebimus  $x = 0.0452 \beta$ . Debet autem esse  $x = m y$ , denotante  $y$  gradum claritatis atque iam notauimus statui posse  $y = \frac{1}{10}$  dig. ita, ut hoc casu habeamus  $x = \frac{1}{4}$  dig. quo circa valor ipsius  $\beta$  ita determinabitur, ut sit  $\beta = 11, 1$  dig. saltem  $\beta$  hoc limite non debet capi minus unde superiores mensurae absolute innotescunt. Campi autem apparentis semidiameter ob  $\pi = 0$  erit  $\Phi = \frac{\pi}{\pi-1} = \frac{\pi}{11}$ ; sumtoque  $\pi' = \frac{1}{4}$  erit in minutis primis  $35 \frac{1}{4}$  min. quem campum oculus vno obtutu cernebat, si semidiameter pupillae esset  $\pi' r$ ,  $= 0.1120$ . Quanto autem est minor, tanto minorem quoque campum vno obtutu videbit. Longitudo autem huius telescopii erit  $= 10 \frac{1}{4}$  digit.

## Scholion.

139. Hoc ergo telescopium ad praxin satis accommodatum videtur, cum eius longitudo minor sit vndecim digitis et tamen vicies quinquies obiecta augeat, campo apparente non adeo exiguo existente; hincque etiam patet quantum lens perfecta hic immutari debuerit, ut etiam confusionem a lente oculari oriundam tolleret. Verum hic notandum est, constructionem huius instrumenti summam artificis solertiae requirere minimumque errorem commissum totum opus irritum reddere quare non nisi post plura tentamina successus sperari poterit. Multo maiore autem solertia erit opus, si maiorem quoque multipli-

N 2

catio-

cationem desideremus, vti ex sequenti exemplo erit manifestum.

### Exemplum II.

140. Huiusmodi telescopium conficere, quod obiecta quinquagies multiplicet seu sit  $m = 50$ .

Erit pro hoc casu  $\lambda' = 3.4521$  et  $\sqrt{\lambda' - 1} = 1.5659$  qui valor praecedentem superat  $\frac{1}{1538}$  hoc est, sui parte  $\frac{1}{1538}$ , ita, vt superior formula  $\sqrt{\lambda' - 1}$  per  $1 + \frac{1}{1538}$  multiplicata praebeat praesentem valorem et cum reliqua elementa mancant, vt ante, erit

#### I. Pro prima lente

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 0.1807. \beta \\ \text{poster.} = 1.3239. \beta \end{cases}$$

#### II. Pro secunda lente

habebimus

$$\frac{1}{F} = \frac{1.1111 + 0.6195}{1. \beta}$$

$$\frac{1}{G} = \frac{1.1011 + 0.6195}{2. \beta}$$

sumtisque signis superioribus habebimus

$$\frac{1}{F} = \frac{1.1111}{2. \beta}; F = -0.4774 \beta$$

$$\frac{1}{G} = \frac{1.1106}{2. \beta}; G = -0.5186. \beta$$

quae duae lentes iunctae aperturam admittent, cuius semidiameter  $= 0.0452. \beta$ ; quo scilicet maior non debet

debet esse valor  $x = my = 1$ . dig. quare capi debet  
 6 maius, quam 22, 1. dig.

### III. Pro lente oculari,

eius distantia focalis est  $= \frac{-\beta}{\gamma} = \frac{-\beta}{\gamma}$  radius vtriusque  
 faciei erit  $= -\frac{1}{2}(\frac{n-1}{\gamma})\beta = -0,0212$ . 6 sumto autem  
 $n' = \frac{1}{2}$  erit aperturæ eius semidiameter  $x = +\frac{\beta}{\gamma}$   
 $= 0,110$ . dig. vnde semidiameter campi apparentis  
 sit  $\Phi = \frac{m'}{m-1} = \frac{1}{198}$  siue angulus  $\Phi = 17 \frac{1}{2}$  min. prim.  
 Longitudo denique huius telescopii erit  $= 6 + r = 21,658$   
 siue 21  $\frac{1}{2}$  dig.

### Scholion.

141. In hoc exemplo constructio lentis secundæ vix discrepat a præcedente; vnde patet, quam accurate mensuræ inuentæ observari debeant ut effectus voto respondeat facillimeque evenire possit, ut quæ lens obiectiva datæ cuidam multiplicationi destinatur, ea longe alii multiplicationi inserviat; quare quantamcunque etiam sollicitiam artifex adhibuerit, multiplicatio cui convenit, explorari debet, dum scilicet ei successive aliae atque aliae lentes oculares adiunguntur; tum enim pro certa quadam multiplicatione fieri poterit, ut telescopium egregium effectum producat, hanc ob causam non supersedeamus altero casu supra memorato, quo pro lente obiectiva lens prior ex vitro chrystallino, posterior ex coronario parari debebat, quoniam

N 3

haec

haec quae enolauimus, sufficere videntur et multo magis expediet pro lente obiectiua lentem triplicatam exhibere eamque talem, cuius prima et tertia lens ex vitro chrysellino, media ex coronario sit confecta, quia iam supra hinc aptissima lens perfecta est nata.

### Problema 3.

142. Si lens obiectiua telescopii sit triplicata, cuius prima et tertia lens ex vitro chrysellino, media vero ex coronario sit conficienda, lens autem ocularis etiam ex vitro coronario; huius telescopii constructionem describere, ut omni confusione careat.

### Solutio.

Hoc igitur telescopium ex quatuor omnino lentibus constabit, pro quibus erit  $n = 1,58$ ;  $n' = 1,53$ ;  $n'' = n$  et  $n''' = n'$ . et quia tres priores lentes in unam quasi coalescere debent, erit  $a + b = 0$ ; et  $b + c = 0$ ; siue  $\frac{a}{b} = -1$ ; et  $\frac{b}{c} = -1$ ; quare cum sit multiplicatio  $m = -\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c}$ .  $\frac{\gamma}{\delta}$  erit  $m = \frac{\gamma}{\delta}$  seu  $d = \frac{\gamma}{m}$  reliquae vero litterae simili modo per  $\gamma$  expressi poterunt, scilicet  $c = \frac{\gamma}{\delta}$ ;  $b = -\frac{\gamma}{\delta}$ ;  $a = -\frac{\gamma}{\delta}$ , ex quibus distantiae focales oriuntur

$$p = \frac{\gamma}{\delta c}; q = \frac{-\gamma}{\delta c}; r = \frac{\gamma}{\delta c}; s = \frac{\gamma}{m}.$$

Quibus praemissis pro confusione ex apertura lentium orta destruenda habebimus hanc aequationem:

$\mu \lambda$

$$\mu \lambda - \frac{\mu'}{B} (\frac{\lambda'}{B} + \frac{\nu'}{B}) + \frac{\mu''}{B^2} (\frac{\lambda''}{B} + \frac{\nu''}{B}) - \frac{\mu''' \lambda'''}{B^3 C^2 m} = 0$$

quae ob  $\mu'' = \mu$ ;  $\nu'' = \nu$  et  $\mu''' = \mu'$  euoluta dabit:

$$0 = \left\{ \begin{aligned} &\mu \lambda - \frac{\mu' \lambda'}{B^2} + \frac{\mu \lambda''}{B^2 C^2} - \frac{\mu' \lambda'''}{B^3 C^2 m} \\ &- \frac{\mu' \nu'}{B^2} + \frac{\mu \nu''}{B^2 C^2} \end{aligned} \right.$$

Ne nimis rationi 7: 10, qua ante vsi sumus, inhaeramus, ponamus in genere  $\frac{dn}{n-1} = \zeta$ , et  $\frac{dn'}{n'-1} = \eta$ , vt sit circiter  $\zeta: \eta = 10: 7$ ; deinde quia nostro casu fit  $\pi = 0$  et  $\pi' = 0$  pro margine colorato abolendo habebimus

$$0 = \zeta - \frac{\eta(B+1)}{B} + \frac{\zeta(C+1)}{BC}$$

siue

$$\zeta(1 + C + BC) = \eta(B + 1)C$$

ex qua quid concludere liceat deinceps videbimus: Tertiam aequationem nobis praebet destructio tota huius confusiois, scilicet istam:

$$0 = BC + C + \frac{\zeta^{m-\eta}}{(C-\eta)^m}$$

Ponatur breuitatis gratia  $\frac{\zeta^{m-\eta}}{(C-\eta)^m} = \vartheta$ , eritque

$$0 = BC + C + \vartheta$$

vnde prodit  $C = \frac{-\vartheta}{B+1}$ .

vel  $B = -1 - \frac{\vartheta}{C}$

Cum autem secunda aequatio abeat in hanc formam:

BC-

$$BC + C + \frac{\zeta}{\zeta-1} = 0$$

ambabus simul satisfieri nequit, nisi sit  $\vartheta = \frac{\zeta}{\zeta-1}$ ; hoc est nisi sit  $\frac{\zeta m - \eta}{m} = \zeta$ , siue  $\zeta m - \zeta m = \eta = 0$   $m$ ; siue  $m = \infty$ , prorsus vt in casu praecedente. Regrediemur igitur ad nostram aequationem primam, in qua siue loco  $B$  siue loco  $C$  valorem debitum substituamus. Cum autem rationem  $\zeta : \eta$  non tam exacte nosse licet, sufficiet valores proximos sumisse, hunc in finem, in tertia aequatione terminum per  $m$  diuisum negligamus et habebimus:

$$0 = BC + C + \frac{\zeta}{\zeta-1}; \text{ siue}$$

$$0 = BC + C + \frac{1}{2}; \text{ hincque}$$

$$C = \frac{-\frac{1}{2}}{2(B+1)} \text{ et}$$

$$C + 1 = \frac{\frac{3}{2}B+1}{2(B+1)}$$

quibus substitutis et diuisione facta per  $(B+1)^2$  prodit

$$\begin{aligned} 0 = & -1000 \mu \lambda \mathfrak{B}^2 + 1000 \mu' \lambda' \\ & + \mu \lambda'' (10 \mathfrak{B} - 7)^2 - \frac{27 \mu \lambda''}{m} \\ & + 1000 \mu' \nu \mathfrak{B} (1 - \mathfrak{B}) \\ & - 30 \mu \nu (10 \mathfrak{B} - 7) (1 - \mathfrak{B}) \end{aligned}$$

quae sumto  $\lambda'' = \lambda$  fit aequatio quadratica, ex qua  $\mathfrak{B}$  definitur.

Ex

Ex hac autem aequatione cognoscimus, huiusmodi substitutionem etiam in genere succedere; cum enim sit  $B = \frac{9}{1-9}$  ob  $B + 1 = \frac{1}{1-9}$  fiet  $C = -9(1-9)$  et  $C + 1 = 1 - 9 + 9B$  hincque  $\mathfrak{C} = \frac{1(1-9)}{1-9+9B}$  et ipsa aequatio prima reducetur ad hanc formam, si scilicet per  $B'$  multiplicetur:

$$\begin{aligned} 0 &= \mu \lambda B' - \mu' \lambda' - \mu \lambda'' (B - 1 + \frac{1}{9})' \\ &+ \frac{\mu' \lambda''}{\lambda B'} - \mu' \nu' B (1 - B) \\ &+ \frac{\mu \nu (1 - B) (B - 1 + \frac{1}{9})}{9} \end{aligned}$$

existente  $9 = \frac{8\pi-9}{(2-\frac{9}{\pi})}$ ; ac si ponatur  $9 = \frac{1}{9}$  praecedens aequatio sponte prodit.

Statuamus igitur  $\lambda'' = \lambda$  et evolutio huius aequationis sequentem praebit aequationem quadraticam secundum potestates litterae  $B$  dispositam

$$\begin{aligned} &B' [3\mu\lambda[1-\frac{1}{9}] + \mu'\nu' - \frac{\mu''}{4}] \\ &+ B[-3\mu\lambda[1-\frac{1}{9}]^2 - \mu'\nu' + \frac{\mu''}{4}[2-\frac{1}{9}]] \\ &+ \mu\lambda[1-\frac{1}{9}]^2 - \mu'\lambda' + \frac{\mu'\lambda''}{\lambda B'} - \mu\nu[1-\frac{1}{9}] = 0. \end{aligned}$$

ex qua  $B$  definiri debet.

Nunc igitur statuamus  $9 = \frac{1}{9}$ ; tum vero  $\lambda = \lambda' = \lambda'' = 1$ . et pro lente oculari sit  $\lambda''' = 1.60006$ . tum vero  $\mu = 0.8724$  et  $\nu = 0.2529$   $\mu' = 0.9873$ ,  
*Tom. II.* O  $\nu' = 0.$

$\mu' = 0.2196$ ; unde fit  $l\mu' = 9.3436645$ ;  
 $l\mu' \nu' = 9.3361694$

Pro termino  $\mathcal{B}'$ .

$$\mathcal{B}' \left( \frac{11}{10} \mu + \mu' \nu' - \frac{5}{10} \mu \nu \right)$$

$$\mathcal{B}' (+ 1.83204 - 0.06618)$$

$$+ 0.21685$$

$$2.04889$$

$$0.06618$$

$$1.98271$$

$$+ 1.98271 \mathcal{B}' - 1.38675 \mathcal{B} - 0.84271 + 0. \frac{0.266}{m} = 0.$$

qua diuisa per 1.98271 fiet

$$\mathcal{B}' = 0.69942. \mathcal{B} + 0.42503 - \frac{0.02152}{m}$$

cuius resolutio suppeditat

$$\mathcal{B} = 0.34971 \pm \sqrt{0.54736 - 0. \frac{0.0152}{m}} \text{ vel}$$

$$\mathcal{B} = 0.34971 \pm (0.73983 - 0. \frac{0.1456}{m})$$

unde bibi ipfius  $\mathcal{B}$  valores erunt

$$\text{I. } \mathcal{B} = 1.08954 - 0. \frac{0.1456}{m}$$

$$\text{II. } \mathcal{B} = -0.39012 + 0. \frac{0.1456}{m}$$

### COROLL. I.

143. Tribus igitur prioribus lentibus immediate  
 coniunctis, existit lens obiectiua: triplicata, cuius distan-  
 tia:



tia focalis erit aequalis  $\gamma$ , ex qua radios singularum facierum definire oportet, inter quos notetur minimus, qui sit  $= i\gamma$ , cuius pars quarta  $= \frac{1}{4}i\gamma$  dabit semidiametrum aperturæ, quam ista lens obiectiua admittit.

## Coroll. 2.

144. Porro vero ex multiplicatione  $m$  data et gradu claritatis  $\gamma$  definitur semidiameter aperturæ lentis obiectiuae  $x = m\gamma$  idque in digitis, sumendo v. gr.  $\gamma = \frac{1}{10}$  dig. vnde habebitur ista aequatio  $m\gamma = \frac{1}{4}i\gamma$ , ex qua per mensuram absolutam colligitur  $\gamma = \frac{1}{4m}$ .

## Coroll. 3.

145. Cum autem lens ocularis debeat esse vtrinque aequè concava, vt sit  $\lambda''' = 1,60006$ , erit eius distantia focalis  $= d = \frac{1}{m}\gamma$ ; vnde radius vtriusque faciei statui debet  $= -\frac{1}{m}\gamma$ .  $\gamma = \frac{1}{m}\gamma$ , cuius aperturæ semidiameter sumi potest quater minor, vt sit  $x = \frac{\gamma}{m}$ .

## Exempl. I.

146. Postea multiplicatione  $m = 25$  construere huiusmodi telescopium ex valore priore pro littera B inuento.

Cum igitur sit  $m = 25$ , erit  $B = +1,08896$  ex quo sequitur  $B = \frac{1}{1-25} = -12,24100$  et  $\log. B = 1,0878169$ . Porro  $C = -9(1-B) = 0,2963$  hincque ob  $BC + C + 9 = 0$  colligimus  $BC = -C - 9 = +9 - 9B - 9 = -9B = -3,6298$  et  $C = \frac{C}{C+1} = 0,22869$ .

O 2

Sint

Sint nunc radli facierum primae lentis F et G; secundae F' et G' ac tertiae F'' et G'' ob distantias determinatrices.

$$a = \infty; b = \frac{\gamma}{\beta c}; c = \frac{\gamma}{c}$$

$$\alpha = \frac{\gamma}{\beta c}; \beta = \frac{\gamma}{c}; \gamma = \gamma$$

et numeros  $\lambda = 1$ ;  $\lambda' = 1$ ;  $\lambda'' = 1$  erit

$$F = \frac{a}{\sigma} = \frac{\gamma}{\beta c \sigma}; G = \frac{a}{c} = \frac{\gamma}{c}$$

$$F' = \frac{b\beta}{\beta^2 + \gamma^2} = \frac{\gamma}{\beta c \gamma + \sigma}$$

$$G' = \frac{b\beta}{\beta^2 + \gamma^2} = \frac{\gamma}{\beta c \gamma + \sigma}$$

$$F'' = \frac{c\gamma}{\beta \gamma + \sigma} = \frac{\gamma}{c \gamma + \sigma}$$

$$G'' = \frac{c\gamma}{\beta \gamma + \sigma} = \frac{\gamma}{c \gamma + \sigma}$$

Cum igitur sit  $\beta = 0.1413$ ,  $\sigma = 1.5827$  et  $\gamma = 0.2266$ ;  $\sigma' = 1.6602$  calculo instituto obtinebimus:

$$F = -0.1740 \gamma; G = -1.9497 \gamma$$

$$F' = +3.0276 \gamma; G' = +0.1678 \gamma$$

$$F'' = 0.6155 \gamma; G'' = +1.6378 \gamma$$

At pro lente oculari radius utriusque faciei erit  $-0.0424 \gamma$ . Inter illos autem radios minimus est  $0.1678 \gamma$ , cuius parti quartae  $0.0419 \gamma$  si aequetur  $x = m \gamma = 25 \gamma = \frac{1}{4}$  dig. prodibit  $\gamma = 12$  dig. Longitudo telescopii  $\gamma (1 - \frac{1}{m}) = 11.52$  dig. et semidiameter campi apparentis ob  $\pi = 0$  et  $\pi' = 0$  fiet  $\Phi = -\frac{\pi}{\pi - 1}$  et sumto  $\pi'' = -\frac{1}{2}$  erit  $\Phi = \frac{1}{2}$  in part. rad.

rad. vel  $\Phi = 35\frac{1}{2}$  min. prim. quem oculus vno obtutu conspiceret, si semidiameter pupillae aequalis esset semidiametro aperturæ lentis ocularis hoc est  $= \frac{1}{2} \gamma$   $= 17\frac{1}{2}$  dig. alioquin si pupilla minor esset, in eadem ratione campus deberet imminari.

### Exempl. II.

147. Posita multiplicatione  $m = 50$  construere huiusmodi telescopium ex valore priore ipsius  $\mathcal{B}$ .

Cum sit  $m = 50$  erit  $\mathcal{B} = + 1,08925$  ex quo sequitur  $B = \frac{\mathcal{B}}{m} = + 12,2045$  et  $\log. B = 1,0865194$ . Porro  $C = 0,2975$  et  $B \cdot C = - 3,6308$ . Cum igitur præcedentes formulæ etiam nunc locum habent, radii singularum facierum ita reperiuntur expressi:

$$F = - 0,1740. \gamma; \quad G = - 1,9493. \gamma.$$

$$F' = + 3,0410. \gamma; \quad G' = + 0,1677. \gamma.$$

$$F'' = 0,6155. \gamma; \quad G'' = + 1,6337. \gamma.$$

Horum radiorum minimus est 0,1677, cuius parti quartæ 0,0419.  $\gamma$  æqualis statui debet semidiameter aperturæ  $x = m y = 1$  dig. ex quo definitur  $\gamma = \frac{1}{0,0419} = 23,86$  dig. ita, ut statui possit  $\gamma = 24$  dig. Tum autem erit distantia focalis lentis ocularis  $= \frac{\gamma}{m} = \frac{1}{50}$  dig. radiusque utriusque faciei  $r, 06. \frac{11}{12} = 0,508$  dig.

Longitudo ergo huius telescopii erit  $= \gamma (1 - \frac{1}{m}) = 23,04$  dig. et semidiameter campi apparentis  $\Phi = \frac{\gamma}{m} = \frac{1}{50}$  et in minutis primis  $\Phi = 17\frac{1}{2}$  minut.

## Scholion.

148. Ad maiorem multiplicationem hunc calculum non prosequor, quia differentia prodiret tam exigua, ut ab artificibus vix videatur exsequenda; quare eadem exempla etiam ab altero valore pro  $\mathcal{B}$  inuenta euoluamus.

## Exempl. III.

149. Posita multiplicatione  $m = 25$ , construere huiusmodi telescopium ex valore posteriore ipsius  $\mathcal{B}$ .

Cum sit  $m = 25$ , erit  $\mathcal{B} = -0,38954$  et  $x - \mathcal{B} = 1,38954$ , vnde fit  $B = \frac{m}{x - \mathcal{B}} = -0,280369$  et  $\log. B = 9,4476810$ ; deinde fiet  $C = -9(1 - \mathcal{B}) = -4,6318$  et  $BC = +1,29850$ .

Quia igitur formulae pro radiis facierum manent, ut supra, inueniemus eos, ut sequitur:

$$F = 0,486585 \gamma; \quad G = 5,45024 \gamma.$$

$$F' = +0,13521 \gamma; \quad G' = -0,90400 \gamma$$

$$F'' = +1,07723 \gamma; \quad G'' = -0,13909 \gamma.$$

Inter hos radios minimus est  $0,13521 \gamma$  cuius parti quartae  $0,03380 \gamma$  aequari debet semidiameter aperturae  $x = my = \frac{1}{4}$  dig. vnde  $\gamma = \frac{1}{2,18770} = 15$  dig.; ita ut telescopii longitudo  $= \gamma(1 - \frac{1}{m}) = 14\frac{3}{4}$  dig. distantia autem focalis lentis ocularis erit  $= -\frac{1}{4}$  dig. ita, ut radius faciei variusque  $= 0,6360$  dig. et semidiameter campi apparentis erit ut supra,  $\Phi = 35\frac{1}{2}$  min. qui ab oculo vno obtutu vel saltem successive conspici poterit.

Exem-

## Exempl. IV.

150. Posita multiplicatione  $m = 50$  construere huiusmodi telescopium ex valore posteriore ipsius  $\mathcal{B}$ .

Cum sit  $m = 50$ , erit  $\mathcal{B} = -0.38983$  et  $1 - \mathcal{B} = 1.38983$ ; vnde colligitur  $C = -4,6328$  et  $BC = +1,2995$ .

Cum igitur formulae pro radiis facierum mancant. eadem, ex iis facto calculo nanciscemur:

$$F = 0.48621. \gamma; G = 5,44604. \gamma$$

$$F' = 0.13519. \gamma; G' = -0,90285. \gamma$$

$$F'' = 1.07747. \gamma; G'' = -0.13906. \gamma.$$

Inter quos radios minimus est  $0.13519. \gamma$  cuius parti quartae  $0.03379. \gamma$  aequari debet semidiameter aperturæ  $x = my = 1. \text{d'g.}$  vnde  $\gamma = 29 \text{ dig.}$  et distantia focalis lentis ocularis  $= -0,58. \text{dig.}$  et radius vtriusque faciei  $= 0,6148$ . Longitudo ergo telescopii erit  $= 28,42 \text{ dig.}$  et semidiameter campi  $\Phi = 17 \frac{1}{2} \text{ minut.}$

## Scholion.

151. Etsi hæc telescopia quatuor lentibus reuera constant, ea tamen quasi tantum ex duabus lentibus composita spectare licet, propterea quod tres priores lentes in vnâ coaluerunt, ut lens obiectiua fieret, triplicata et meliore successu loco lentium triplicatarum perfectarum supra traditarum vsurpanda; quandoquidem iam vidimus, lentibus illis perfectis solam ipsarum confusionem vtriusque generis annihilari,

lari, ita, vt confusio lentis ocularis etiam nunc tota subsisteret, quamobrem lentes triplicatas hic in vltimum vocatas data opera ita instruximus, vt non essent perfectae sed vt iis etiam confusio lentis ocularis ad nihilum redigeretur, quae si modo artifex exactissime perficere posset, nihil amplius desiderari posse videretur. Verum duabus adhuc difficultatibus haec telescopia premuntur; altera est, quod tribus huiusmodi lentibus coniungendis crassities ita fiat modica, vt non amplius tanquam euanescenti spectari possit, quemadmodum calculus noster postulat; vnde etiam si artifex nostras mensuras exactissime exsequi valeret, neutiquam tamen perfectus consensus inter theoriam et praxin sperari posset; altera difficultas in angustia campi apparentis est posita, maximeque est optandum, vt campo maior amplitudo concilietur; quo igitur huic duplici incommodo consulamus, in sequenti capite hanc investigationem vltius protequamur, dum huius generis telescopiis reuera plures duabus lentes tribuemus, quae omnes a se inuicem certis interuallis sint disiunctae, vbi imprimis in hoc erit inquirendum, num hoc modo etiam vtriusque generis confusio aequae feliciter tolli possit; deinde vero num hoc modo campus apparens magis amplificari possit, ac si praeterea longitudo horum telescopiorum minor prodiret; tum certe iis summus perfectionis gradus conciliatus esset censendus.

# CAPVT V.

DE

## VLTERIORE TELESCOPIORVM

PRIMI GENERIS PERFECTIONE VNA PLV-  
RIBVSVE LENTIBVS ADJICIENDIS.

### Problema I.

152.

**S**i huiusmodi telescopium primi generis ex tribus lentibus a se inuicem separatis sit conficiendum, inuestigare momenta, quibus ei maximus perfectionis gradus conciliari queat.

### Solutio.

Manentibus perpetuo omnibus elementis vti in principio sunt constituta, consideremus primo aequationem  $m = \frac{a}{b} \cdot \frac{\beta}{c}$  in qua ambae fractiones  $\frac{a}{b}$  et  $\frac{\beta}{c}$  debent esse negatiuae ac praeterea interualla  $a + b$  ac  $\beta + c$  positina et quoniam nunc non debet esse  $\frac{a}{b} = -1$ , ne binae priores lentes coalescant, statuamus  $\frac{a}{b} = -k$ , ut fiat  $m = -k \cdot \frac{\beta}{c}$  hincque  $\xi = \frac{-mc}{k}$  siue  $c = \frac{-\beta k}{m}$  et  $a = -b k$  vnde ob  $\xi = B b$  omnes hae distantiae per a sequenti modo determinantur,  $b = -\frac{a}{k}$ ;  $\xi = -\frac{B a}{k}$

Tem. II.

P

et

et  $c = +\frac{B}{m}$  existente  $\gamma = \infty$ . Hinc igitur esse oportebit  $a(1-k) > 0$ ;  $aB(\frac{1}{m} - k) > 0$ . seu, quia  $m$  et  $k$  sunt positiva  $a(k-1) > 0$  et  $aB(k-m) > 0$  adeoque etiam  $\frac{B(k-m)}{k-1}$  debet esse  $> 0$ ; quocirca, duo casus erunt perpendendi, *prior Casus*, quo  $a$  est quantitas positiva, tum debet esse  $k > 1$ ; tum vero vel  $k > m$  si  $B$  sit positivum vel  $k < m$ , si  $B < 0$ . *Altero casu*, quo  $a$  est negativum, debet esse  $k < 1$ ; tum vero vel  $k > m$ , si  $B$  sit negativum vel  $k < m$ , si  $B$  sit positivum, ubi ob  $m > 1$  illa conditio  $k > m$  sponte cadit. His igitur praemissis primo ad nihilum redigamus formulam pro semidiametro confusiois supra datam:

$$0 = \mu \lambda + \frac{\mu' \gamma}{B \cdot p} \left( \frac{\lambda'}{B} + \frac{\gamma}{B} \right) + \frac{\mu'' \lambda''}{B \cdot m}.$$

siue ob  $q = -\frac{a\gamma}{k}$  et  $p = a$

$$0 = \mu \lambda - \frac{\mu'}{Bk} \left( \frac{\lambda'}{B} + \frac{\gamma}{B} \right) + \frac{\mu'' \lambda''}{B \cdot m}$$

quae redit ad hanc formam

$$0 = \mu \lambda - \frac{\mu' \lambda'}{B \cdot k} + \frac{\mu'' \lambda''}{B \cdot m} - \frac{\mu' \gamma}{Bk}$$

Deinde ut margo coloratus tollatur ob  $O = 0$  haec habetur aequatio

$$0 = \frac{d\pi}{d\pi-1} B \pi' - \frac{d\pi'}{d\pi-1} k ((B+1)\pi' - \pi)$$

atque ut haec confusio penitus evertatur habetur  
ex §. 54.

0 =



$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{k}$$

Ad has aequationes resoluendas primo ratio inter  $\pi$  et  $\pi'$  debet definiri, id quod facillime praestabitur per formulas fundamentales in ipso initio positas:  $\frac{\pi}{\phi} = \frac{\pi-1}{\phi} = \frac{1-k}{\phi}$  et  $\frac{\pi'-\pi+\phi}{\phi} = \frac{B}{\phi} = m$  ex quibus colligitur  $\pi = \frac{1-k}{\phi}$  et  $\pi' = (m-1)\phi + \pi = \frac{1-k+(m-1)\phi}{\phi}$  ita, ut sit  $\pi: \pi' = 1-k: 1-k+(m-1)\phi = 1: 1 + \frac{m-1}{1-k} \cdot \phi$ . deinde breuitatis gratia statuamus

$$\frac{dn}{n-1} = N; \quad \frac{dn'}{n'-1} = N'; \quad \frac{dn''}{n''-1} = N''.$$

atque hinc IIda et IIItia aequatio transformabuntur in sequentes:

$$\text{II. } 0 = N \cdot B(1-k+(m-1)\phi)$$

$$- N' \cdot \frac{1}{k} (B(1-k) + (B+1)(m-1)\phi)$$

siue

$$0 = (m-1)N\phi + (1-k)N - \frac{\pi-1}{k} N'.$$

$$\text{III. } 0 = N - \frac{N'}{k\phi} + \frac{N''}{m\phi}$$

Ex vtraque harum aequationum definiri potest valor ipsius  $\phi$ .

Ex IIda

$$\phi = \frac{\pi-1-k}{(n-1)k} \cdot \frac{N'}{N} - \frac{1-k}{m-1}$$

Ex IIItia vero sequitur

$$\phi = \frac{mN' - N''}{k(mN - N'')}$$

P 2

videa-

Videamus, an posterior valor ipsius  $\mathfrak{B} = \frac{mN' - kN''}{k(mN' - N'')}$  cum conditione ante inuenta  $\frac{B(k-m)}{k-1} > 0$  subsistere possit. Hunc in finem ob  $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}}$ , quacramus  $1 - \mathfrak{B}$  fietque  $1 - \mathfrak{B} = \frac{m(kN' - N'')}{k(kN' - N'')}$  eritque  $B = \frac{mN' - kN''}{m(kN' - N'')}$  vnde conditio nostra postulat, vt sit  $\frac{(mN' - kN'')(k-m)}{m(kN' - N'')} > 0$  quae si esset  $N = N' = N''$  abiret in hanc  $\frac{(-m)}{m(k-1)} > 0$  quod est impossibile, eatenus igitur tantum haec conditio locum habere poterit, quatenus litterae  $N$ ,  $N'$ ,  $N''$  sunt inaequales, id quod eueniet, si numerator prodeat positius, quod fit, si vterque eius factor vel fiat positius vel vterque negatiuus; priori casu  $mN' - kN'' > 0$  adeoque  $k < m \cdot \frac{N'}{N''}$  et  $k > m$ , quod fieri potest, si modo sit  $\frac{N'}{N''} > 1$  siue  $N' > N''$ .

Pro altero vero casu, quo vterque factor est negatiuus, erit  $k < m$  et  $k > \frac{N'}{N''} \cdot m$ , quod fieri potest, si modo sit  $\frac{N'}{N''} < 1$  seu  $N' < N''$ ; vnde patet pro vtroque casu litteras  $N'$  et  $N''$  inaequales esse debere seu lentem illam et Illiam ex diuersis vitri speciebus confici debere. In genere autem patet,  $k$  non multum ab  $m$  differre posse. Sequuntur haec si numerator statuatur positius; si vero numerator sit negatiuus, etiam denominatorem oportet esse negatiuum, pro quo etiam duos casus habemus. Pro priori casu si fit  $k > 1$  debet esse  $kN < N'$  adeoque  $k < \frac{N'}{N}$  pro posteriori si  $k < 1$  debet simul esse  $k > \frac{N'}{N}$ , pro quorum vtroque prima et secunda lens debent esse ex diuerso

verso vitro formatae. Verum ex his quatuor casibus eum eligi conuenit, qui ambos valores pro  $\mathfrak{B}$  inuentos proxime aequales reddat; denique autem postquam  $\mathfrak{B}$  et  $k$  conuenienter definiuerimus, ex prima aequatione siue  $\lambda$  siue  $\lambda''$  quaeri debet, quia  $\lambda''$  iam indatur, quod lens ocularis debeat esse vtrinque aequaliter concaua.

## COROLL. I.

153. Quatuor illi casus pro determinatione litterae  $k$  facile ad duas sequentes condiciones reducuntur, nam

vel  $1^{\circ}$   $k$  sumi debet intra limites 1 et  $\frac{N'}{N}$

vel  $2^{\circ}$   $k$  sumi debet intra limites  $m$  et  $\frac{N'}{N''} \cdot m$

ita vt numerus iste  $k$  proxime vel unitati vel multiplicationi  $m$  aequalis accipi debeat, quoniam fractiones  $\frac{N'}{N}$  et  $\frac{N'}{N''}$  parumper tantum ab unitate differunt.

## COROLL. 2.

154. Operae igitur pretium erit inuestigare, casus, quibus  $k$  ipsi alterutri limiti aequalis statuitur

$1^{\circ}$ . Si  $k = 1$ . foret intervallum inter primam et secundam lentem  $= 0$ . et  $\mathfrak{B} = \frac{mN' - N''}{mN - N''}$  et  $B = \frac{mN' - N''}{m(N - 1)}$  et inter 2 et 3tiam lentem  $= B \alpha \left( \frac{1 - \alpha}{m} \right)$  vnde colligitur vtrum  $\alpha$  posituum an negativum sumi debeat.

P 3

 $2^{\circ}$ . Si

- 2°. Si  $k = \frac{N'}{N}$  fit interuallum inter primam et secundam lentem  $= \frac{N'-N}{N}$   $\alpha$  quod cum positivum esse debeat, patet, vtrum  $\alpha$  positivae an negativae sumi oporteat tum vero erit  $\mathfrak{B} = 1$  et  $B = \infty$  vnde  $\beta + \epsilon$  seu distantia inter 2 et 3 lentem fieret  $= \infty$ .
- 3°. Si  $k = m$  interuallum secundae et tertiae lentis evanescet fietque  $\mathfrak{B} = \frac{N'-N''}{mN-N''}$ ; et  $B = \frac{N'-N''}{mN-N''}$  interuallum vero inter 1 et 2 lentem  $= \alpha(k-1) = \alpha(m-1)$ , vbi manifesto  $\alpha$  debet esse quantitas positiva.
- 4°. Si  $k = \frac{N'}{N''} m$ , fiet  $\mathfrak{B} = 0$  et  $B = 0$ ; vnde fieret distantia inter 2 et 3 lentem  $= 0$ .

Cum igitur neque lentium distantias nullas neque infinitas admitti conveniat numerum  $k$  nulli limitum prorsus aequalis sumi poterit.

### COROLL. 3.

155. Quod porro ad campum apparentem atinet, qui pendet a formula  $\pi' - \pi$  quia invenimus  $\pi : \pi' = 1 : 1 + \frac{m-1}{1-k}$   $\mathfrak{B}$  erit pro memoratis quatuor casibus

- 1°. Si  $k = 1$  erit  $\pi : \pi' = 1 : \infty$  hinc  $\pi = 0$ ; ita, vt pro campo apparente haberetur  $\Phi = \frac{\pi'}{m-1}$

2°. Si

- 2°. Si  $k = \frac{N'}{N}$ ; fiet  $\pi: \pi' = 1:1 + \frac{mN-N}{N-N'} = 1: \frac{mN-N}{N-N'}$ ,  
 hincque  $\pi = \frac{N-N'}{mN-N'}$ ,  $\pi'$  et  $\pi' - \pi = \frac{N(m-1)}{mN-N'}$   $\pi'$ .  
 sicque pro campo apparente fiet  $\Phi = \frac{N}{mN-N'}$   $\pi'$ .  
 sicque  $\Phi$  maius euadet, si  $\frac{N}{mN-N'} > \frac{1}{m-1}$  hoc  
 est, si  $N < N'$ , quod ergo eueniet, si prima  
 lens ex vitro coronario, secunda ex chry-  
 stallino paretur.
- 3°. Si  $k = m$ , erit  $\pi: \pi' = 1: \frac{mN-N'}{mN-N'}$ , seu  $\pi = \frac{mN-N'}{mN-N'}$   $\pi'$ .  
 Vnde colligitur campum apparentem maio-  
 rem fieri, quam in capite praecedente, si  
 fuerit  $\pi < 0$ ; quod cum hic fieri nequeat,  
 in hoc casu campus maior non est ex-  
 spectandus.
- 4°. Si  $k = \frac{N'}{N} m$  erit  $\pi: \pi' = 1:1$ , unde  $\pi = \pi'$   
 et  $\pi' - \pi = 0$ , quo ergo casu campus appa-  
 rens plane euanesceat.

## Coroll. 4.

156. Hinc ergo concludimus, vt maiorem cam-  
 pum obtineamus, quam ante, necessario requiri, vt sit  
 $N' > N$  atque  $k$  capi debere intra limites 1 et  $\frac{N'}{N}$ ,  
 qui posterior limes cum sit unitate maior, etiam  $k$   
 erit maius unitate; ex quo sequitur distantiam  $a$  capi  
 debere posituiam, quia  $a(k-1) > 0$ .

Corol-

## Coroll. 5.

157. Cum igitur ob eam causam potissimum plures lentes adhibeamus, vt maiorem campum obtineamus, ex pluribus illis casibus, prout litterae  $N$ ,  $N'$ ,  $N''$  inter se variare possunt, hic vnicus nobis relinquitur, quo  $N' > N$  atque  $k$  inter limites 1 et  $\frac{N'}{N}$  sumitur.

## Scholion. I.

158. In his corollariis vsi sumus eo valore ipsius  $B$ , quem ex tertia aequatione deduximus. Supra autem iam obseruauimus, hanc aequationem ita esse comparatam, vt de ea nunquam omnino certi esse queamus; cum enim valores litterarum  $N$ ,  $N'$ ,  $N''$  etc. ex nulla theoria adhuc definiri possint, sed tantum per experimenta, qualia a Dollondo sunt instituta, concludantur; quantacunque cura et solertia in iis adhibeatur, nunquam tamen tantum praecisionis gradum sperare licet, vt non error satis notabilis sit pertimescendus; quam ob causam etiam valor ipsius  $B$  inde deductus pro vero haberi non poterit, sed contentos nos esse oportet, si modo hunc valorem propemodum cognouerimus; id quod ipsa etiam rei natura confirmatur, quia enim aequatio nostra tertia spatium diffusionis, per quod imagines diuersicolores sunt diffusae, prorsus ad nihilum redigit; facile intelligitur, ad praxin sufficere, dummodo hoc spatium reddatur satis exi-

exiguum, praecipue postquam id praestiterimus, vt margo coloratus dispereat inprimis igitur valor litterae  $\mathfrak{B}$  ex secunda aequatione determinari debet, qui si ita fuerit comparatus, vt tantum praeterpropter tertiae aequationi satisfaciat, confusio inde oriunda eo magis negligi poterit, quod etiam in telescopiis ex vna vitri specie paratis non adeo nocere deprehenditur. Verum ex secunda aequatione valorem ipsius  $\mathfrak{B}$  pro eo etiam casu definire licet, quo omnes lentes ex eadem vitri specie essent confectae, ita, vt foret  $N = N' = N''$  tum enim concluderetur

$$\mathfrak{B} = \frac{m-k}{(m-1)k} - \frac{1-k}{m-1} = \frac{m-m+k-k^2}{(m-1)k}$$

quo valore si velimus vti, vt conditio supra praescripta  $B \cdot \frac{k-m}{k-1} > 0$  adimpleatur, cum inde sit

$$1 - \mathfrak{B} = \frac{mk-m+k-k^2}{(m-1)k} = \frac{(k-1)(m-k)}{(m-1)k}$$

erit  $B = \frac{m-k+k^2}{(k-1)(m-1)}$  hincque conditio  $\frac{m-k+k^2}{(k-1)^2} > 0$ ; in qua cum denominator certe sit positivus, etiam numerator talis esse debet, adeoque  $1-m-(k-1)^2 > 0$ , quod fieri nequit. Ex quo perspicuum est, hoc casu marginem coloratum plane tolli non posse. Videamus igitur, si diuerso vitro vtamur, num hoc vitium effugere queamus. Hunc in finem ponamus breuitatis gratia  $\frac{N'}{N} = \xi$  vt  $\xi$  sit numerus vnitatem vel tantillum superans vel ab ea deficiens, et cum sit

$$\mathfrak{B} = \frac{(m-k)\xi+k(k-1)}{(m-1)k} \text{ erit } B = \frac{(m-k)\xi+k(k-1)}{(m-1)(1-\xi)}$$

Tom. II.

Q

vnde

vnde conditio nostra postulat, vt sit  $\frac{(k-m)\xi - k(k-1)}{(k-1)(k-\xi)} > 0$ .  
Hic duo casus sunt considerandi.

I°. Si denominator sit positivus, quod fit vel si  $k > \xi$  et  $k > 1$  vel si  $k < \xi$  et  $k < 1$ . Tum enim esse debet  $(k-m)\xi - k(k-1) > 0$

$$\text{siue } \frac{(1+\xi)^2}{4} - m\xi > (k - \frac{1}{2}(1+\xi))^2$$

quod cum  $m$  notabiliter superet unitatem,  $\xi$  vero ab unitate parum differat, manifesto fieri nequit.

II°. Si denominator sit negativus quod fit, si  $k$  continetur intra limites  $\xi$  et  $1$ . Tum vero numerator debet etiam esse negativus seu  $(k-m)\xi - k(k-1) < 0$

$$\text{siue } \frac{(1+\xi)^2}{4} - m\xi < (k - \frac{1}{2}(1+\xi))^2$$

quod sponte evenit, cum pars prior manifesto sit negativua. Hic igitur casus, vt iam notauimus, solus est, qui attentionem meretur, cum hoc modo etiam tertiae aequationi saltim proxime satisfiat.

### Scholion 2.

159. Quodsi ergo nobis propositum sit, marginem coloratum tollere, quae proprietas potissimum desiderari solet, primo tenendum est, hoc nullo modo lentibus ex vna vitri specie factis praestari posse, sed saltem primam et secundam lentem ex diuerso vitro constare debere, ita, vt posito  $\frac{N'}{N} = \xi$  siue  $N = 1$ ,  $N' = \xi$ , littera  $\xi$  ab unitate differat, dum pro  $N''$  siue



sive unitas sive  $\xi$  pro lubitu accipi poterit, deinde vidimus, numerum  $k$  intra limites 1 et  $\xi$  sumi debere, quo facto erit  $B = \frac{(m-k)\xi + k(k-1)}{(m-k)(k-\xi)}$  et  $\mathfrak{B} = \frac{(m-k)\xi + k(k-1)}{(m-1)k}$ ; unde distantiae determinatrices erunt

$$b = -\frac{\alpha}{k}$$

$$\beta = \frac{(m-k)\xi - k(k-1)}{k(m-k)(k-\xi)} \alpha$$

$$c = \frac{(m-k)\xi + k(k-1)}{m(m-k)(k-\xi)} \alpha$$

hincque lentium intervalla

$$a + b = \alpha \left( \frac{k-1}{k} \right)$$

$$\begin{aligned} \beta + c &= \frac{(m-k)\xi - k(k-1)}{(m-k)(k-\xi)} \cdot \frac{m-k}{m-k} \alpha \\ &= \frac{(m-k)\xi + k(k-1)}{m(k-\xi)} \alpha \end{aligned}$$

hincque tota telescopii longitudo erit

$$= \frac{m-1}{m} \left( \frac{\xi - k + 1}{k - \xi} \right) \alpha$$

Porro maxime interest in campum apparentem inquirere, quod fit determinando valorem  $\pi = \frac{\pi'}{1 + \frac{m-1}{1-k} \mathfrak{B}}$ , qui abit in sequentem  $\pi = \frac{k(k-1)}{(m-k)\xi} \cdot \pi'$ . unde adipiscimur  $\Phi = \frac{\pi' - \pi}{m-1} = \frac{\pi'}{m-1} \left( 1 + \frac{k(k-1)}{(m-k)\xi} \right)$ . Cum igitur maxime intersit, campum, quantum fieri potest, augeri, hinc obtinemus istam conclusionem, numerum  $k$  unitate maiorem esse debere, unde cum  $k$  contineatur intra limites 1 et  $\xi$ , haec porro regula observetur, litteram

Q 2

$\xi$  uni-

$\xi$  unitate maiorem esse debere; unde sequitur, lentem secundam ex vitro chrystallino, primam vero ex communi esse parandam; quo pacto alter casus, quo fieret  $\xi < 1$  penitus e praxi excluditur. Quare cum sit  $k > 1$  distantia  $a$ , quae adhuc incerta est relicta, debet esse positua.

Nunc demum consideremus aequationem tertiam, qua confusio colorum penitus tollitur, et videamus, quanta ea nunc sit proditura. Illa autem tertia aequatio nunc fit

$$0 = 1 - \frac{\xi}{k^2} + \frac{N''}{m^2}$$

quae nunc induet hanc formam:

$$0 = \frac{m(k-k')(k-k'') - (m-k)(k-k'')}{m((m-k, \xi-k, k-1,))} N''$$

quae quantitas utique non erit aequalis nihilo, sed cum  $k$ ,  $\xi$  et  $N''$  param ab unitate differant, semper erit valde parua, id quod clarius inde perspicitur, quod numerator habeat factorem minimum  $\xi - k$ , denominator autem semper sit satis magnus coque maior, quo maior fuerit multiplicatio. Ex quo manifestum est hanc confusionem nunquam fore perceptibilem. Praeterea autem cum haec confusio plane evanesceret, si caperetur  $\xi = k$ , consultum quidem videtur numerum  $k$  limiti  $\xi$  propiorem capere, quam unitati, quandoquidem ipsi limiti  $\xi$  aequari nequit, quia intervallum inter IIam et IIIam lentem fieret infinitum, uti et longitudo telescopii; quare ne  
ea

ea nimis magna. prodeat, contrarium potius suadendum est, vt littera  $k$  a limite  $\xi$ , quantum fieri potest remoueat, et vnitati propius capiatur. Consequenter vnicus casus, qui euolui meretur, in hoc consistet, vt numero  $k$  valor vnitati proximus assignetur et excessus tam sit exiguus, quam crassities lentium admittere solet. Si enim  $k$  ipsi vnitati aequaretur, haberemus casum praecedentis capitis, quo intervallum lentium plane nullum est positum, quod incommodum hic evitare constituimus.

### Problema 2.

160. Si prima lens ex vitro coronario, secundam vero ex chrystallino paretur, et inter eas intervallum tam exiguum statuatur, quam crassities lentium admittit, regulas determinare, quas in constructione huius telescopii observare oportet.

### Solutio.

Hic ergo ex Dollond's experimentis statui debet  $\xi = \frac{1}{2}$  et quia  $k$  limiti 1. propius accipi conuenit, quam alteri limiti  $\frac{1}{2}$ , sumamus  $k = \frac{1}{2}$  et quae in praecedentibus scholiis sunt tradita, sequentes nobis suppeditant determinationes.

#### I. Pro distantiiis determinatricibus.

$$b = -\frac{1}{2} \alpha; \beta = \frac{25(m-1)+20}{2(m-1)} \alpha$$

$$\text{vel } \delta = \frac{7(15m-16)}{2(m-1)} \alpha$$

$$c = \frac{-15m+16}{m(m-1)} \alpha$$

Q 3

#### II. Pro

## II. Pro intervallis lentium.

$$a + b = \frac{1}{2} a$$

$$b + c = \frac{25m-16}{2m} \cdot a$$

$$\text{et longitudo telescpii} = \frac{9(m-1)}{2m} \cdot a$$

Hic observandum est, cum  $a$  sit distantia focalis primae lentis eiusque semidiameter aperturae esse debeat  $x = my = \frac{m}{15}$  dig. istam distantiam  $a$  minorem esse non posse, quam  $5x$  seu  $\frac{m}{3}$  dig. ita ut sit  $a > \frac{m}{3}$  dig. quare si capiatur verbi gratia  $m = 50$ , longitudo telescpii prodiret maior, quam  $\frac{2}{3}$  dig.; maior quam 22 dig. et si fieri debeat  $m = 100$ , ea maior esse deberet, quam  $\frac{2}{3}$  dig. maior quam 44 dig. quae distantia cum facile tolerari queat, manifestum est, haec telescopia etiam ad maiores multiplicationes adhiberi posse; pro minoribus autem multiplicationibus eximium certe usum praestant, cum si statuatur  $m = 5$ , longitudo prodeat  $> \frac{1}{3}$  dig. maior, quam  $\frac{1}{2}$  dig., sumtoque  $m = 2$ , ea prodeat  $> \frac{1}{3}$  dig.

Pro campo autem apparente habebimus eius semidiametrum

$$\Phi = \frac{\pi r}{m-1} \left( 1 + \frac{4}{5(m-1)} \right)$$

ideoque aliquantum maior, quam casu praecedente, praesertim si multiplicatio fuerit exigua. Notentur etiam distantiae focales harum lentium  $p$ ,  $q$ ,  $r$  et cum sit

3 =

$$\mathfrak{B} = \frac{34m-16}{32(m-1)} \text{ et } B = \frac{34m-16}{-2m-3}$$

$$\text{erit } p = a; q = -\frac{(15m-16)a}{32(m-1)}; r = -\frac{(15m-16)a}{m(m-1)}$$

et semidiameter aperturæ secundæ lentis ex §. 23

$$= \frac{m(15m-16)\mathfrak{B}}{402(m-1)(m-3)} + \frac{14m(m-1)}{32}$$

Denique pro constructione harum lentium numeri  $\lambda$ ,  $\lambda'$  et  $\lambda''$  ita accipi debent, ut satisfiat primæ nostræ æquationi, quæ erat

$$0 = \mu \lambda - \frac{\mu' \lambda'}{\mathfrak{B}^2 k} + \frac{\mu'' \lambda''}{B^2 m} - \frac{\mu' \nu'}{\mathfrak{B} B k}$$

vbi notandum est, ut lens ocularis vtrinque fiat æque concava, statui debere  $\lambda'' = 1.60006$ . si hæc lens sit ex vitro coronario ideoque  $\mu'' = \mu$  sin autem sit ex vitro chrySTALLINO ideoque  $\mu'' = \mu'$ , fore  $\lambda'' = 1.67445$ . hæc autem æquatio non nisi casibus particularibus pro data multiplicatione euolui poterit; vbi meminisse iuvabit, fores,

$$\mu = 0.9875; \mu' = 0.8724.$$

$$\nu'' = 0.2529; \mu' \nu' = 0.2206.$$

### Exempl. I.

161. Si multiplicatio sit  $m = \frac{1}{2}$ , telescopium huius generis ex tribus lentibus constans describere.

Cum sit  $m = \frac{1}{2}$ , erunt distantie determinatrices

$$b = -\frac{7}{2} a; \mathfrak{B} = \frac{721}{128} a$$

$$c = -\frac{106}{25} a. B = -\frac{101}{19}$$

et

et intervalla lentium

$$a + b = \frac{1}{2} a; \quad c + c = \frac{102}{10} a$$

et longitudo telescopii  $= \frac{27}{15} a$  atque pro campo appa-  
rente fiet  $\Phi = \frac{\pi}{4} (1 + \frac{1}{2})$  sumto  $\pi' = \frac{1}{2}$  et multi-  
plicando per 3437 minut. erit angulus  $\Phi = 10^{\circ} 21' 2''$

$$\text{Cum nunc sit } B = \frac{102}{49} \text{ erit } \mathfrak{B} = \frac{102}{44}$$

et habebimus

$$\text{Log. } (-B) = 0.7340836 (-)$$

$$\text{et Log. } \mathfrak{B} = 0.0885580$$

aequatio autem pro confusione prima tollenda, si lentem  
ocularem ex vitro coronario faciamus, vt fit

$$\mu'' = \mu \text{ et } \lambda'' = 1.60006, \text{ erit}$$

$$0 = 0.9875. \lambda - 0.4140 \lambda' - 0.00396$$

$$+ 0.02903$$

$$0 = 0.9875. \lambda - 0.4140 \lambda' + 0.02507$$

vnde quaeratur  $\lambda'$ , et habebitur

$$\lambda' = 2,3852. \lambda + 0.06055$$

Si ergo hic capiatur  $\lambda = 1$ , fiet

$$\lambda' = 2,4457$$

$$\text{vnde fit } \lambda' - 1 = 1,4457$$

$$\text{et log. } \mathcal{V}(\lambda' - 1) = 0.0800391$$

vnde constructio singularum lentium sequenti modo  
se

se habebit, siquidem radii facierum primae lentis sint F et G; secundae F' et G' et tertiae F'' et G''.

I. Pro prima lente ex vitro coronario.

$$F = \frac{a}{\sigma} = 0.6023. a$$

$$G = \frac{\pi}{\epsilon} = 4.4131. a$$

II. Pro secunda lente ex vitro chrySTALLINO.

$$\frac{a}{F'} = \frac{\epsilon\beta + \sigma b + \tau.(b+\beta)\sqrt{\lambda'-1}}{\sigma\beta}$$

$$\frac{a}{G'} = \frac{\sigma\beta + \epsilon b + \tau.(b+\beta)\sqrt{\lambda'-1}}{b\beta}$$

cum nunc sit  $\log. \frac{b}{a} = \log. (-\frac{1}{2}) = 9.9420080(-)$

et  $\log. \frac{\beta}{a} = 0.6760917.$

et  $\log. \frac{(b+\beta)}{a} = \log. \frac{117}{100} = 0.5875336.$

$\log. \sigma = 0.1993986.$

$\log. \epsilon = 9.1501422.$

$\log. \tau = 9.9432471.$

Vnde inuenitur

$$\frac{1}{F'} = \frac{-0.7347 + 4.0813}{b\beta}. a$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{+7.1818 + 4.0813}{b\beta}. a$$

Vt maiores numeri cuitentur, sumantur signa inferiora, fietque

$$F' = \frac{b\beta}{2.1668} = -1.2327. a$$

$$G' = \frac{b\beta}{2.1022} = -1.2568. a$$

Tom. II.

R

Pro

Pro lente oculari ex vitro coronario paranda, cum ea vtrunque sit aequè concaua, eiusque distantia focalis sit  $c = -\frac{100}{99} \cdot a$ , radius concauitatis pro vitraque facie erit  $= 2(n-1)c = -\frac{100}{55} \cdot a = -2,2985 \cdot a$ .

Prima lens admittit aperturam, cuius semidiameter  $x = 0,1506 \cdot a$ . Nunc vero claritas postulat, vt sit  $x = \frac{m}{13}$  dig.  $= \frac{1}{13}$  dig. vnde  $a$  maius, quam  $\frac{1}{13}$  dig. Sumatur ergo  $a = \frac{1}{1}$  dig. et constructio telescopii ita se habebit:

#### I. Pro lente prima

rad. faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = + 0,3012 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = + 2,2065 \text{ dig.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Crown} \\ \text{Glass.} \end{array}$

#### II. Pro lente secunda

rad. faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = - 0,6163 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = - 0,6284 \text{ dig.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Flint} \\ \text{Glass.} \end{array}$

#### III. Pro lente tertia

radius vtriusque faciei  $= - 1,1492 \text{ dig.}$   
quae paratur ex Crown Glass.

Tum intervallum statuatur

Inter

I. et II.  $= \frac{1}{17} \text{ dig.} = 0,0625 \text{ dig.}$

II. et III.  $= \frac{10}{9} \text{ dig.} = 1,2875 \text{ dig.}$

ita, vt tota telescopii longitudo sit futura

$= 1,3500 \text{ dig.} = 1 \frac{1}{4} \text{ dig.}$

spatii vero visi semidiameter erit  $= 10^{\circ} . 21' 2''$ .

Exem-



## Exemplum II.

162. Si multiplicatio  $m = 5$ . telescopium huius generis ex tribus lentibus constans describere.

Cum sit  $m = 5$ , erit  $7m - 8 = 27$  et  $35m - 36 = 139$ , vnde distantiae determinatrices fient

$$b = -7. a = -0,8750. a$$

$$\beta = \frac{77}{118} a = +4,5046. a$$

$$c = \frac{-119}{139} a = -1,0296. a$$

Ex quibus fiunt interualla

$$a + b = \frac{1}{2} a; b + c = 3,4750. a$$

vnde telescopii longitudo  $= 3,6. a$ .

Pro campo autem apparente fiet  $\Phi = \pi' (1 + \frac{1}{139})$  sumtoque  $\pi' = \frac{1}{2}$  et multiplicando per 3437 min. erit  $\Phi = 3^{\circ} 41'$ .

Cum iam sit  $B = \frac{118}{139}$  et  $B = \frac{-119}{139}$ , sumtisque logarithmis

$$\text{Log. } B = 0.0937968$$

$$\text{Log. } B = 0.7116510 (-)$$

et aequatio pro confusione prima tollenda, si lentem ocularem ex vitro coronario paremus, vt sit  $\mu'' = \mu$  et  $\lambda'' = 1.60006$ , erit

$$0 = 0.9875. \lambda - 0.39933. \lambda' - 0.002316$$

$$+ 0.030211$$

$$+ 0.027895$$

R 2

ex

ex qua iterum quaeratur

$$\lambda' = 2,4729 \lambda + c.06985.$$

Hic non, vt ante sumamus  $\lambda = 1$  sed, vt prima lens maximae aperturae fiat capax, ideoque distantia  $a$  minor accipi possit, capiatur  $\lambda = 1,60006$ , vt haec lens fiat vtrinque aequaliter conuexa, habebiturque

$$\lambda' = 4,0266 \text{ et } \lambda' - 1 = 3,0266.$$

$$\text{et } \text{Log. } \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0,2404775.$$

atque hinc obtinebimus:

I. Pro prima lente ex vitro coronario.

radius vtriusque faciei  $= 2(n-1).a = 1,06.a$ ;  
quae aperturam admittit, cuius semidiameter  $x = 0,26.a$ .

II. Pro secunda lente ex vitro chrysellino.

$$\text{ob Log. } \frac{(b+3)}{a} = 0,5598588.$$

calculus ita se habebit:

$$\frac{1}{F'} = \frac{-0,7470 + \sqrt{0,5100}}{0,16}. a$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{+1,0057 + \sqrt{0,5100}}{0,16}. a$$

valeant hic signa superiora eritque:

$$F' = \frac{16}{2,7470} a = -0,8223.a$$

$$G' = \frac{16}{1,1047} a = -2,6908.a$$

III. Pro

III. Pro tertia lente ex vitro coronario.

erit radius vtriusque faciei  $= 2(n-1)c = 1,06c$   
 $= -1,0920. a.$

Cum nunc ob claritatem esse debeat  $x = \frac{7}{10}$  dig.  
 $= \frac{1}{10}$  dig. fiet  $\alpha$  maius, quam  $\frac{1}{10}$  dig.

Sumi igitur poterit  $\alpha = \frac{1}{10}$  dig. et constructio telescopii ita se habebit.

I. Pro lente prima Crown Glass.

rad. faciei vtriusque  $= 0,5300. \text{dig.}$

II. Pro lente secunda Flint Glass.

radius faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = -0,4111. \text{dig.} \\ \text{poster.} = -1,3454. \text{dig.} \end{array} \right\}$

III. Pro lente tertia Crown Glass.

rad. vtriusque faciei  $= -0,5460. \text{dig.}$

Tum vero statuatür intervallum

I. et II.  $= \frac{5}{10}$  dig.

II. et III.  $= 1,7375. \text{dig.}$

ita, vt tota longitudo sit  $= 1,8. \text{dig.}$  ideoque nondum duos adaequet digitos.

Spatii tandem visi semidiameter erit  $= 3^{\circ} 41'.$

## Corollarium.

163. Telescopia igitur in his duobus exemplis constructa aptissima videntur ad vsum vulgarem quoniam ea facile quis secum gerere potest iisque in spectaculis praesertim vti. Sequentia autem exempla ad maiores multiplicationes accommodemus.

## Exempl. III.

164. Sit multiplicatio  $m = 25$ , telescopium huius generis tribus lentibus constans describere.

Cum sit  $m = 25$ , crit  $7m - 8 = 167$  et  $35m - 36 = 839$ , eruntque distantiae determinatrices

$$b = -\frac{1}{2}.a = -0,875.a;$$

$$\beta = \frac{7,429}{2,167}.a = 4,3960.a;$$

$$\text{Log. } \frac{b}{a} = 9,9420081 (-)$$

$$\text{Log. } \frac{\beta}{a} = 0,6430535.$$

$$c = -\frac{875.a}{21,167} = -0,2009.a$$

$$b + c = 3,5210.a$$

$$\text{Log. } (b + c) = 0,5466660.$$

Hinc prodeunt lentium intervalla

$$a + b = \frac{1}{2}.a; \beta + c = 4,1951.a$$

$$\text{et tota longitudo} = 4,3201.a$$

Pro

Pro campo autem apparente fiet  $\Phi = \pi''(1 + 1,117)$   
hincque angulus  $\Phi = 36$  min. prim. circiter.

Cum iam porro sit  $\mathfrak{B} = \frac{17,12}{17,14}$

et  $\text{Log. } \mathfrak{B} = 0.0963927$

$\text{Log.} - B = 0.7010454 (-)$

peruenietur ad sequentem aequationem

$$0 = 0,9875\lambda - 0,3922\lambda' - 0,0004984 + 0,03077$$

seu  $0 = 0,9875\lambda - 0,3922\lambda' + 0,03028.$

Quoniam vidimus, valorem  $\lambda = 1,60006$  longitudinem telescopii haud mediocriter diminuisse, statim ponamus  $\lambda = 1,60006$  eritque

$$0 = 1,6103 - 0,3922\lambda'.$$

vnde prodit

$$\lambda' = 4,1057; \text{ et } \lambda' - 1 = 3,1057$$

$$\text{et } \log. \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0,2460797.$$

vnde constructio singularum lentium ita se habebit:

I. Pro prima lente ex vitro coronario  
radius vtriusque faciei  $= 1,06 \alpha$  quae ergo aperturam  
admittit, cuius semidiameter  $x = 0,265. \alpha.$

II. Pro secunda lente  
calculus ita se habebit

$$\frac{r}{r'} = \frac{-0,691 + 0,1449}{b\beta} \alpha.$$

$$\frac{r}{r'} = \frac{0,1111 + 0,1449}{b\beta} \alpha.$$

Valcant

Valeant signa superiora, critque

$$F' = \frac{b\beta}{1,7112a} = -0,8216a$$

$$G' = \frac{b\beta}{1,7110,2} = -2,7694.a$$

III. Pro tertia lente ex vitro coronario.

$$\text{radius vtriusque faciei} = 1\ 06.\epsilon = -0,21295.a$$

Claritas autem postulat  $x = \frac{m}{n}$  dig.  $= \frac{1}{2}$  dig. vnde concluditur  $\alpha > 1,88$  sumatur ergo  $\alpha = 2$  et constructio haec erit

I. Pro lente prima

$$\text{rad. vtriusque faciei} = 2,12 \text{ dig. Crown Glass}$$

II. Pro lente secunda

$$\text{rad. faciei} \begin{cases} \text{anter.} = -1,6432 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -5,5388 \text{ dig.} \end{cases} \begin{matrix} \text{Flint} \\ \text{Glass.} \end{matrix}$$

III. Pro lente tertia

$$\text{radius vtriusque faciei} = -0,42590 \text{ dig. Crown GL.}$$

Tum statuatur intervalum lentium

$$\text{I. et II.} = \frac{1}{2} \text{ dig.}$$

$$\text{II. et III.} = 8.3902. \text{ dig.}$$

et tota longitudo  $= 8.64 \text{ dig.}$  campique apparentis semidiameter  $x = 36'$  circiter.

Exem-

## Exempl. IV.

165. Si  $m$  debeat esse  $= 50$ , erit  $7m - 8 = 342$ ;  
 $35m - 36 = 1714$  adeoque distantiae

$$b = -\frac{1}{2}a = -0,875.a$$

$$\beta = 4,3852.a; \epsilon = -0,10023.a$$

$$\log. \frac{\beta}{a} = 0.6419928$$

$$\log. \frac{-\epsilon}{a} = 9.9420081 (-)$$

$$\log. \frac{(\beta + \epsilon)}{a} = 0.5453319.$$

$$\log. \frac{\beta}{a} = 0.5840009 (-)$$

Tum vero intervalla lentium erunt

$$a + b = \frac{1}{2}a = 0,125.a$$

$$\beta + \epsilon = 4,2850.a \text{ hincque}$$

tota longitudo  $= 4,4100.a$ .

Porro reperitur

$$\text{Log. } -B = 0,6999847.$$

$$\text{Log. } \mathfrak{B} = 0,0966567.$$

Pro campo apparente reperitur  $\Phi = \frac{\pi}{18}(1 + \frac{1}{1.514})$   
 seu angulus  $\Phi = 17\frac{1}{2}$  minut.

Pro confusione tollenda statuatur statim in aequatione inuenta  $\lambda = 1,60006$  critque

$$0 = 1,5801 - 0.3915.\lambda' - 0,00025 \\ + 0,03083$$

Tom. II.

S

siue

sive  $0,3915 \lambda' = 1,6107$

vnde  $\lambda' = 4,1141$ ; hinc  $\lambda' - 1 = 3,1141$  et

$\log. \sqrt{\lambda' - 1} = 0,2466663$

vnde constructio singularum lentium ita se habebit.

### I. Pro lente prima

radius vtriusque faciei  $= 1,06 a$  quae ergo aperturam admittit, cuius semidiameter  $= 0,265. a$ .

### II. Pro lente secunda

$$\frac{1}{F'} = \frac{-0,7653 + 0,1155}{b\beta} a$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{+0,9160 - 0,1155}{b\beta} a$$

Valcant ergo signa superiora eritque

$$F' = \frac{b\beta}{4,6702 a} = -0,8216. a$$

$$G' = \frac{b\beta}{1,2914 a} = -2,7776. a$$

### III. Pro lente tertia

erit radius vtriusque faciei  $=$

$$2(n-1)c = 1,06. c = -0,10624. a$$

Claritas autem postulat,  $x = \frac{m}{15} = 1$  dig. vnde sequitur  $a > 3,8$ , sumto ergo  $a = 4$ , habebitur sequens telescopii constructio.

### I. Pro lente prima: Crown Gl.

radius vtriusque faciei  $= 4,24$ . dig.

### II. Pro



## II. Pro lente secunda

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = -3,2864 \\ \text{poster.} = -11,1104 \end{cases} \begin{matrix} \text{Flint} \\ \text{Glaſſ.} \end{matrix}$$

## III. Pro lente tertia

$$\text{radius utriusque faciei} = -0,42496 \text{ Crown Glaſſ.}$$

Tum vero statui debet intervallum lentium

$$\text{I. et II.} = 0,5 \text{ dig.}$$

$$\text{II. et III.} = 17,1400 \text{ dig.}$$

$$\text{adeoque telescopii longitudo} = 17,6400 \text{ dig.}$$

Campi denique viſi ſemidiameter inuentus eſt  
 $17\frac{1}{2}$  min.

## Scholion.

166. Cum in his ſolutionibus littera  $\lambda$  indeterminata ſit reſta, in tribus poſterioribus exemplis eius loco non unitatem poſuimus, ut ante fecimus, ſed potius ei tribuimus illum valorem, quo ambae eius facies inter ſe aequales redderentur hocque modo inſigne commodum ſumus naſti, ut lens prima fere duplo maiorem aperturam admitteret hincque diſtantia  $a$  fere ad dimidium reduci poſſet. Ut autem in genere quaeſiam lens cuius diſtantiae determinatrices ſunt  $a$  et  $\alpha$  ambas ſuas facies obtineat aequales, ſupra vidimus, capi debere  $\sqrt{(\lambda-1)} = \frac{(c-g)(c-a)}{2r(c+g)} = \frac{r(nn-1)}{n\sqrt{(1+n-1)}} \cdot \left(\frac{-1}{1+\lambda}\right)$

S 2 . ob

ob  $\alpha = A a$ , unde fit  $\lambda = 1 + \frac{\alpha(n-1)^2}{n(n-1)} \cdot \frac{(1-\lambda)^2}{(1+\lambda)^2}$  quare si vel  $a$  vel  $\alpha$  fuerit infinitum, vti fit tam in lente obiectiua, quam in lente oculari, habebitur  $\lambda = 1 + \frac{\alpha(n-1)^2}{n^2(n-1)}$ . Sin autem velimus, vt alia quacpiam lens obtineat ambas suas facies inter se aequales; tum ob  $\frac{(1-\lambda)^2}{(1+\lambda)^2} = 1 - \frac{A}{(1+\lambda)^2}$  capere debemus  $\lambda = 1 + \frac{\alpha(n-1)^2}{n(n-1)} - \frac{16(n-1)^2 \cdot A}{n(n-1)(1+\lambda)^2}$ . Cum autem in nostra expressione pro semidiametro confusionis tum occurrat talis forma  $\lambda(A+1)^2 + \nu A$ , valor istius formulae fiet  $= (A+1)^2 + \frac{\alpha(n-1)^2(A+1)^2}{n(n-1)} - \frac{16(n-1)^2 \cdot A}{n(n-1)} + \frac{\alpha(n-1)^2 \cdot A}{n(n-1)}$ .

Commodius autem crit, hoc casu valorem ipsius  $\lambda$  pro facilitate calculi ita exprimere  $\lambda = 1 + \frac{(\sigma-\rho)^2(1-\lambda)^2}{4\tau^2(1+\lambda)^2}$ .

### Exempl. V.

167. Si multiplicatio  $m$  debeat esse valde magna vel saltim maior, quam 25, huius generis telescopia ex tribus lentibus constantia describere. Hic statim obseruo, sumta prima lente vtrinque aequaliter conuexa, fore radium vtriusque curuaturae, vt ante,  $= 1,06. \alpha$ , quae admittet aperturam, cuius semidiam.  $= \frac{1}{2} \cdot \alpha = x$ , cum autem ob claritatem sumi debeat  $x = \frac{\pi}{10}$ . dig. hinc intelligimus, semper statui posse  $\alpha = \frac{\pi m}{10} = 0,08. m$ . dig. et pro campo apparente  $\Phi = \frac{\pi'}{m-1}$ ; sumtoque  $\pi' = \frac{1}{2}$ , erit  $\Phi = \frac{0,60}{m-1}$ . min.

Nunc

Nunc autem ante, quam reliquas partes constructionis definiamus, contemplemur casum, quo  $m = \infty$  eritque

$$b = -\frac{1}{2}a; \quad \mathfrak{C} = \frac{11}{2}a; \quad c = \frac{3}{2}a; \quad = -\frac{1}{2} \text{ dig.}$$

Distantiae porro lentium  $a + \mathfrak{C} = \frac{11}{2}a$ .

$$\text{et } \mathfrak{C} + c = \left(\frac{11a}{2} - \frac{1}{2}\right) \text{ dig.}$$

$$\text{et } \mathfrak{B} = \frac{1}{2}; \quad B = -5.$$

Pro sequente calculo statim sumamus  $\lambda = 1,60006$ .  
et aequatio prodibit

$$0 = 1,5801 - 0,3908. \lambda' + 0,03088$$

vnde invenitur

$$\lambda' = 4,1220. \text{ et } \lambda' - 1 = 3,1220.$$

$$\text{et log. } \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0,2472164$$

$$\text{Hinc ob Log. } -\frac{b}{a} = 9,9420081 (-)$$

$$\text{Log. } \frac{\beta}{a} = 0,6409781.$$

$$\text{Log. } \frac{b+\beta}{a} = 0,5440680.$$

$$\text{Log. } \frac{b\beta}{a^2} = 0,5829862 -$$

Ex quibus pro secunda lente habebimus

$$\frac{1}{F'} = \frac{-0,7662 + 1,4166}{b\beta} \cdot a$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{+0,1006 + 1,4166}{b\beta} \cdot a$$

S 3

feu

seu sumtis signis superioribus

$$F' = \frac{b\beta}{1,7657x} = -0.8214. a$$

$$G' = \frac{b\beta}{1,314x} = -2.7861. a$$

qui valores pro multiplicatione infinita locum habent;  
• at nunc pro multiplicatione quacunque  $m$  statuatur

$$F' = -(0.8214 + \frac{f}{m}) a$$

$$G' = -(2.7861 + \frac{g}{m}) a$$

vbi valores litterarum  $f$  et  $g$  ex casu praecedente  
 $m = 50$  vel etiam, sed minus tuto, ex casu  $m = 25$   
erui debent, hocque modo reperitur  $f = 0.01$  et  
 $g = -0.4250$  ita, vt sit in genere

$$F' = -(0.8214 + \frac{0.01}{m}) a$$

$$G' = -(2.7861 - \frac{0.4250}{m}) a$$

Deinde cum supra iam inuenta sit distantia fo-  
calis lentis tertiae  $= -\frac{1}{3}$  dig. pro  $m = \infty$ , statuamus  
pro quavis multiplicatione  $m$  esse  $c = -\frac{1}{3} - \frac{h}{m}$  critque

$$c = -(\frac{1}{3} + \frac{0.4450}{m}) \text{ dig.}$$

cuius ergo radius vtriusque faciei crit

$$-(0.4240 + \frac{0.4450}{m}) \text{ dig.}$$

Cum igitur sit  $a = 0.08 m$  dig.

Con-

Constructio telescopii sequenti modo se habebit

I. Pro lente prima Crown Glass.

rad. faciei vtriusque  $\doteq 0.0848. m. dig.$

II. Pro lente secunda Flint Glass.

rad. faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = -(0.0657. m + 0.0008) \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -(0.2228. m - 0.0340) \text{ dig.} \end{array} \right.$

III. Pro lente tertia Crown Glass.

radius vtriusque faciei  $= -(0.4240 + \frac{1.1928}{m})$

Tum vero interualla erunt

$a + b = 0.01. m;$

$\beta + c = (0.35 m - 0.36) \text{ dig.}$

hincque tota longitudo

$= (0.36 m - 0.36) \text{ dig.}$

campique visi semidiameter  $= \frac{1.19}{m-1}. \text{ minut. prim.}$

### Corollarium.

168. Si ergo telescopium desideretur, quod centies multiplicet, id ita se habebit

I. Pro lente prima. Crown Glass.

radius vtriusque faciei  $= 8, 48. \text{ dig.}$

II. Pro

## II. Pro lente secunda. Flint Glass.

$$\text{rad. faciei} \begin{cases} \text{anter.} = -6, 57. \text{ dig.} \\ \text{poster} = -22, 24 \text{ dig.} \end{cases}$$

## III. Pro lente tertia.

$$\text{radius vtriusque faciei} = -0, 43. \text{ dig.}$$

Interuallum erit lentis

$$\text{I. et II.} = 1. \text{ dig.}$$

$$\text{II. et III.} = 34, 64. \text{ dig.}$$

hincque longitudo telescopii

$$= 35, 64. \text{ dig.}$$

campique visi semidiameter

$$= 8 \frac{1}{2} \text{ min.}$$

## Problema 3.

169. Si huiusmodi telescopium primi generis ex quatuor lentibus a se inuicem separatis sit construendum, inuestigare momenta, quibus ei maximus perfectionis gradus conciliatur.

## Solutio.

Hic igitur istarum trium fractionum  $\frac{a}{b}$ ;  $\frac{\beta}{c}$ ; et  $\frac{\gamma}{d}$  singulae debent esse negatiuae; ponamus ergo  $\frac{a}{b} = -k$  et  $\frac{\beta}{c} = -k'$ . et cum sit  $m = -\frac{a}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d}$  habebimus

$$b =$$

$b = -\frac{a}{k}$ ;  $\beta = -\frac{Ba}{k}$ ;  $c = -\frac{\beta}{m} = +\frac{Ba}{k m}$  et  $\gamma = +\frac{BCa}{k k'}$   
 et  $m = -\frac{k k' \gamma}{d}$  hinc  $d = -\frac{BCa}{m}$ ; vnde intervalla len-  
 tium  $a + b = a(1 - \frac{1}{k})$  &  $c = Ba(\frac{1}{k k'} - \frac{1}{k})$  et  
 $\gamma + d = BCa(\frac{1}{k k'} - \frac{1}{m})$  quae cum debeant esse po-  
 sitivae aequae ac numeri  $k$ ,  $k'$  et  $m$ , bina posteriora per  
 primum diuisa dabunt has duas conditiones

$$1^{\circ}. \frac{B(-k\gamma)}{k'(k-1)} > 0.$$

$$2^{\circ}. \frac{BC(m-kk')}{m k (k-1)} > 0.$$

Iam consideremus aequationem, qua margo colo-  
 ratus tollitur, pro casu, quo distantia  $O$  est negatiua:  
 ponendo, vt ante  $\frac{da}{a-1} = N$ ;  $\frac{d\pi'}{\pi'-1} = N'$ ;  $\frac{d\pi''}{\pi''-1} = N''$ .  
 $\frac{d\pi''}{\pi''-1} = N'''$  eritque

$$0 = N, BC \pi'' \cdot a + N', b((B+1)C \pi'' - \pi) \\ + N'', c((C+1)\pi'' - \pi')$$

$$\text{seu } 0 = N B C \pi'' - \frac{N'}{k}((B+1)C \pi'' - \pi) \\ + \frac{N''}{k k'}((C+1)\pi'' - \pi')$$

quem in finem inuestigare oportet relationes inter li-  
 teras  $\pi$ ,  $\pi'$ ,  $\pi''$ , est vero ex capite 1.

$$\text{Imo. } \frac{\pi - \beta}{\phi} = -k$$

$$\text{vnde } \pi = \frac{-\pi - \beta}{\phi} \cdot \phi.$$

$$\text{IIdo. } \frac{\pi' - \pi + \beta}{\phi} = \frac{Ba}{k} = k k'$$

$$\text{vnde } \pi' = (\frac{1}{k} - \frac{1}{\phi} + k k') \frac{\phi}{k}.$$

Tem. II.

T

IIIto.

$$\text{III}^{\text{tio}}. \frac{D\pi'' - \pi' + \pi - 1}{\phi} = \frac{BCa}{d} = -m;$$

vnde ob  $D = 1$  fiet

$$\pi'' = (-m + \frac{1}{BC} - \frac{1}{BC} + \frac{kk'}{C}) \phi$$

vnde aequatio nostra erit

$$0 = N(-BCm + 1 - \frac{1}{BC} + \frac{BC.k.k'}{C})$$

$$\frac{-N'}{k} (\frac{-BCm}{C} - \frac{1}{BC} + \frac{BC.k.k'}{C})$$

$$+ \frac{C.N''}{C.k.k'} (-m + k.k'); \text{ vnde fit}$$

$$C = N - N(B+1)k + NB.k.k' + N'(B+1) - N'(B+1)k' - \frac{N''m}{k.k'} + N''$$

diuisum per

$$NBm - NB.k.k' - \frac{N'(B+1)m}{k} + N'(B+1)k' + \frac{N''m}{k.k'} - N''$$

vel succinctius

$$C = N.k.k'(1-k-Bk(1-k')) + N'k.k'(B+1)(1-k') - N''(m-k.k')$$

diuisum per

$$(m-k.k')(N.k.k'B - N'k.k'(B+1) + N'')$$

adeoque

$$1 + C = N.k.k'(1-k+B(m-k'))$$

$$- N'(B+1)k'(m-k)$$

diui-



diuisum per

$$(m - k k') (N k k' B - N' k' (B + 1) + N'')$$

atque hinc

$$\begin{aligned} \mathfrak{E} &= N k k' (1 - k - B k (1 - k')) \\ &\quad + N' k k' (B + 1) (1 - k') - N'' (m - k k') \end{aligned}$$

diuisum per

$$N k k' (1 - k + B (m - k)) - N' (B + 1) k' (m - k)$$

sed facile patet, hoc modo nobis vix ulterius progredi licere ob harum formularum complicationem, nisi pro  $k$  et  $k'$  et pro  $N$ ,  $N'$ ,  $N''$  valores substituantur interim tamen haec methodus etiam successura videtur, si eam ad plures adhuc lentes applicare vellemus, ceterum haud abs re erit hoc negotium etiam alio modo tentasse.

Ex praecedentibus scilicet aequationibus non litteras  $\pi$ ,  $\pi'$ ,  $\pi''$  quaeri, sed potius his quasi datis spectatis litteras  $\mathfrak{B}$  et  $\mathfrak{E}$  definiri conueniet; vnde statim obtinemus

$$\mathfrak{B} = \frac{1-k}{\pi} \cdot \Phi; \quad \mathfrak{E} = \frac{(kk'-1)\Phi + \pi}{\pi}$$

ex tertia denique aequatione ob  $\mathfrak{D} = 1$  colligitur

$$\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m-1};$$

ita, vt et  $\Phi$  quasi datum spectari queat. Hinc cum sit

$$T =$$

$$B =$$

$$B = \frac{0}{1-0} \text{ et } C = \frac{0}{1-0}$$

habebimus

$$B = \frac{(1-k)\Phi}{\pi-(1-k)\Phi}; C = \frac{(k,k'-1)\Phi+\pi}{\pi'-\pi-(k,k'-1)\Phi}.$$

Nunc cum prior conditio postulet, ut sit  $\frac{B(1-k')}{k'(k-1)} > 0$ ; altera vero per hanc diuisa  $\frac{C(m-kk')}{1-k'} > 0$  valoribus illis substitutis hae duae conditiones abibunt in sequentes:

$$1^{\circ}. \frac{(k'-1)\Phi}{\pi-(1-k)\Phi} > 0$$

$$\text{seu } \frac{(k'-1)\Phi}{\pi-(1-k)\Phi} > 0$$

$$2^{\circ}. \frac{((k,k'-1)\Phi+\pi)(m-kk')}{(1-k')(\pi'-\pi-(k,k'-1)\Phi)} > 0$$

quae per illam multiplicata dat

$$\frac{-\Phi(m-kk')(\pi+(k,k'-1)\Phi)}{(\pi-(1-k)\Phi)(\pi'-\pi-(k,k'-1)\Phi)} > 0$$

si hic loco  $\Phi$  eius valor substituatur, qui cum semper sit positivus ob  $m-1$  etiam positivum, dat primo

$$-\pi + \pi' - \pi'' > 0;$$

tum vero binae istae conditiones dabunt

$$1^{\circ}. \frac{k'-1}{(m-k)\pi-(k-1)\pi'+(k-1)\pi''} > 0$$

$$2^{\circ}. \frac{(m-kk')((m-kk')\pi+(k,k'-1)\pi'+(k,k'-1)\pi'')}{(k'-1)((m-kk')\pi-(m-kk')\pi'+(k,k'-1)\pi'')} > 0$$

tum vero B et C ita definiuntur:

$$B = \frac{(k-1)(\pi-\pi'+\pi'')}{(m-k)\pi+(k-1)\pi'+(k-1)\pi''}$$

$$C = \frac{(m-kk')\pi+(k,k'-1)\pi'+(k,k'-1)\pi''}{-(m-kk')\pi+(m-kk')\pi'+(k,k'-1)\pi''}$$

Verum

Verum si hos valores substituere vellemus siue in aequatione pro margine colorato vitando siue in primis pro semidiametro confusionis ad nihilum redigendo in multo maiores ambages incideremus, quam priore methodo euenit; quocirca aliam adhuc methodum quaerere debemus; nulla autem alia nobis relinquitur, nisi vt ex superioribus aequationibus litteras  $k$  et  $k'$  inuestigemus; quo pacto nostra inuestigatio satis plana reddetur.

Hanc viam sequentes statim habemus  $k = \frac{\Phi - \Theta \pi}{\Phi}$  et  $k' = \frac{\Phi - \pi + \Theta \pi'}{\Phi}$ ; existente  $\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{\pi - \pi'}$  vnde cum  $k$  et  $k'$  sint numeri positiui, pariter atque angulus  $\Phi$  habemus statim istas conditiones:

$$\Phi - \Theta \pi > 0.$$

$$\Phi - \pi + \Theta \pi' > 0.$$

$$-\pi + \pi' - \pi'' > 0.$$

Porro cum hinc intervalla lentum fiant

$$1^{\circ}. a + b = \frac{-\Theta \pi}{\Phi - \Theta \pi}. a > 0$$

$$2^{\circ}. c + e = \frac{(\Theta \pi - \Theta \pi') \pi \Phi}{(\Phi - \pi + \Theta \pi') (\Phi - \Theta \pi)} > 0$$

$$3^{\circ}. \gamma + d = \frac{(\pi - 1) \Phi + \pi - \Theta \pi'}{\pi (\Phi - \pi + \Theta \pi')}. B C a > 0.$$

inde colligimus has nouas conditiones:

$$-\Theta \pi. a > 0.$$

$$(\Theta \pi - \Theta \pi') a > 0.$$

$$((\pi - 1) \Phi + \pi - \Theta \pi') B C a > 0.$$

T 3

ideo-

ideoque etiam harum quoti positiui esse debent

$$\frac{\pi - \pi' - \pi''}{\pi - \pi'} > 0$$

$$\frac{((m-1)\pi + \pi - \pi')\pi}{\pi - \pi' - \pi''} > 0$$

quae posterior ob  $(m-1)\pi = -\pi + \pi' - \pi''$  abit in hanc

$$\frac{(\pi - \pi' - \pi'')\pi}{\pi - \pi' - \pi''} > 0.$$

sicque quinque habentur conditiones ab  $\alpha$  liberae, quibus satisfieri oportet. Nunc autem aequatio pro destruendo margine colorato ita se habebit:

$$0 = N B C \pi'' - \frac{N' \Phi}{\pi - \pi'} ((B+1) C \pi'' - \pi) \\ + \frac{N'' \Phi}{\pi - \pi' + \pi''} ((C+1) \pi'' - \pi')$$

His quomodocunque obseruatis perpendatur aequatio vltima pro confusione penitus destruenda

$$0 = N - \frac{N'}{k' b} + \frac{N''}{k' b c} - \frac{N''}{m b c}.$$

$$\text{ob } p = a, q = B b = -\frac{B a}{k}; \quad r = c = \frac{B c}{k'}$$

$$\text{et } s = d = -\frac{B c a}{m}$$

num ei vel absolute vel saltim proxime satisfieri queat.

Denique vt etiam confusio prior tollatur fiat huic aequationi:

$$\mu \lambda - \frac{\mu' \lambda'}{k b} + \frac{\mu'' \lambda''}{k' b c} - \frac{\mu'' \lambda''}{B' C' m} - \frac{\mu'' \lambda''}{k' b} + \frac{\mu'' \lambda''}{k' b c} = 0.$$

Scho-

## Scholion.

170. Cum hic in genere vix vltius progredi liceat, ad casus particulares erit descendendum, et quia in capite praecedente lentes perfectae triplicatae id optatum vsum non praestiterant, quod confusio a lente oculari oriunda ab iis non destruebatur, hic lentem obiectiuam iterum triplicatam statuamus, vt bina priora interualla euanescant, eius vero tres lentes ita definiamus, vt iis etiam confusio a lente oculari oriunda destruat; quo facto deinceps forte via patebit inter tres lentes priores exigua interualla statuendi. Semper enim in huiusmodi disquisitionibus arduis expedire casibus facillioribus exoriri, quoniam inde ratio perspicitur difficultates superandi, quae primo intuitu inuincibiles erant visae.

## Problema 4.

171. Si tres lentes priores inter se immediate iungantur, vt lentem obiectiuam triplicatam constituent, quarta vero lens sit ocularis, regulas pro constructione huiusmodi telescopii exponere.

## Solutio.

Cum hic sint interualla tam  $a + b = 0$ , quam  $b + c = 0$  fiet statim  $k = 1$  et  $k' = 1$ , vnde sequuntur distantiae

$$b =$$

$$b = -\alpha; \quad \beta = -B\alpha; \quad c = B\alpha,$$

$$\gamma = BC\alpha \text{ et } d = -\frac{nCa}{m}$$

hincque intervallum

$$\gamma + d = BC\alpha \left(1 - \frac{1}{m}\right) = \frac{m-1}{m} \cdot BC\alpha$$

quod debet esse positivum. Pro litteris autem  $\pi$ ,  $\pi'$ ,  $\pi''$  habebimus

$$1^\circ. \pi = 0; \quad 2^\circ. \pi' = 0.$$

$$3^\circ. \pi'' = -(m-1)\Phi.$$

Atque hinc aequatio pro tollendo margine colorato erit

$$0 = NBC - N'(B+1)C + N''(C+1)$$

unde elicimus

$$C = -\frac{N''}{NB - N'(B+1) + N''}$$

unde intervallum  $\gamma + d$  fit

$$= -\frac{(m-1)}{m} \cdot \frac{N''B\alpha}{NB - N'(B+1) + N''}$$

quod cum esse debeat positivum, duo casus sunt perpendendi.

Alter, quo  $\alpha > 0$ . tum esse debet

$$\frac{N''B}{NB - N'(B+1) + N''} < 0.$$

Idcoque

$$N - \frac{N'}{B} (B+1) + \frac{N''}{B} < 0.$$

finis

siue  $N - N' + \frac{1}{2}(N'' - N') < 0$ .

Altero casu, si  $\alpha < 0$ ; contrarium euenire debet, scilicet

$$N - N' + \frac{1}{2}(N'' - N') > 0.$$

Consideretur nunc aequatio, qua ista confusio penitus tollitur, scilicet

$$0 = N - \frac{N'}{B} + \frac{N''}{B^2} - \frac{N'''}{mBC}$$

ex qua per BC multiplicata, vt fit

$$0 = NBC - N'(B+1)C + N''(C+1) - \frac{N'''}{m}$$

quoniam a praecedente aequatione non differt, nisi ultimo termino  $\frac{N'''}{m}$  qui prae reliquis est valde paruus, concludimus, si illi fuerit satisfactum, simul quoque huic proxime satisfieri idque eo magis, quo maior fuerit multiplicatio  $m$ , quae conclusio nititur fundamento, quod numeri  $N$ ,  $N'$ ,  $N''$ ,  $N'''$  parum ab unitate differunt.

Pro priore autem confusione tollenda insuper satisfieri debet huic aequationi

$$0 = \mu \lambda - \frac{\mu' \lambda'}{B^2} + \frac{\mu'' \lambda''}{B^2 C^2} - \frac{\mu''' \lambda'''}{m B^2 C^2} + \frac{\mu'' \lambda''}{B^2 C}$$

in qua loco  $C$  eius valor supra inuentus

$$C = \frac{-N''}{B(N - N') - N' + N''}$$

substitui debet, id quod in genere ad formulam valde molestam deduceret, quare solutio non nisi casibus particularibus absolui poterit.

Tom. II.

V

Co-

## Coroll. 1.

172. Etſi conditiones pro littera B ſunt datae, haec tamen littera prorfus indeterminata relinquitur, dummodo notetur

1°. ſi fuerit

$$N - N' + \frac{1}{B}(N'' - N') < 0$$

tum capi debere  $\alpha$  poſitium.

2°. Sin autem fuerit

$$N - N' + \frac{1}{B}(N'' - N') > 0$$

tum capi debere  $\alpha$  negatiuum.

## Corollarium 1.

$$\text{Cum inuenerimus } C = \frac{-N''}{B(N - N') - N' + N''}$$

$$\text{erit } 1 + C = \frac{B(N - N') - N'}{B(N - N') - N' + N''}$$

$$\text{hincque } \mathfrak{C} = \frac{-N''}{B(N - N') - N'}$$

## Coroll. 2.

173. Si velimus loco B introducere  $\mathfrak{B}$  ponendo  $B = \frac{\mathfrak{B}}{1 - \mathfrak{B}}$ ; tunc conſequemur

$$C = \frac{-N''(1 - \mathfrak{B})}{(N - N'')\mathfrak{B} - N' + N''} \text{ et } \mathfrak{C} = \frac{-N''(1 - \mathfrak{B})}{N\mathfrak{B} - N'}$$

quibus obſeruatis ſubſtitutio poſtrema facilius expeditur: fiet enim poſtrema aequatio

$0 =$



$$0 = \begin{cases} \mu \lambda \mathfrak{B} - \mu' \lambda' - \mu' \nu' \mathfrak{B} (1 - \mathfrak{B}) \\ - \frac{\mu'' \lambda'' (1 - \mathfrak{B} - \nu'')^2}{(1 - \nu'')^2} \\ + \frac{\mu'' \nu'' (1 - \mathfrak{B}) (N \mathfrak{B} - N') ((N - N') \mathfrak{B} - \lambda' + \nu'')}{(N'')^2} \\ + \frac{\mu'' \lambda'' ((N - N') \mathfrak{B} - \lambda' + \nu'')^2}{m (N'')^2} \end{cases}$$

## Coroll. 3.

174. Respectu campi apparentis cum sit  $\pi'' = -(m-1)\Phi$ , si statuamus, ut hactenus  $\pi'' = -\frac{1}{4}$ ; prodibit semidiameter  $\Phi = \frac{1}{4(n-1)}$  et in min. primis  $\Phi = \frac{110}{m-1}$  min. prim. siquidem lens ocularis fiat vtrunque aequaliter concava, quod vti ostendimus fiet si  $\lambda''' = 1.60006$ . hac scilicet lente ex vitro coronario parata. Sin autem eam ex vitro chrySTALLINO parare velimus, poni debet  $\lambda''' = 1.67445$ .

## Exemplum I

175. Si prima et tertia lens fuerit ex vitro coronario, media ex chrySTALLINO, ex hisque lens obiectiua constituatur, lens vero ocularis ex vitro coronario paretur, pro quavis data multiplicatione telescopium construere.

Hoc exemplum ideo afferro, quod hic casus in capite praecedente est praetermissus, quem autem hic alio modo tractabo, ut longitudo minor prodeat.

V 2

Cum

Cum igitur hic sit  $n = 1.53$ ;  $n' = 1.58$ ;  $n'' = 1.53$ ;  $n''' = 1.53$  erit, vti vidimus,  $N = 7$ ,  $N' = 10$ ;  $N'' = 7$ ;  $N''' = 7$  ita, vt sit  $\mu'' = \mu$ ;  $\nu'' = \nu$ ;  $\mu''' = \mu$ . Ex his colligitur  $C = +\frac{1}{2}(1-B)$   $E = \frac{7(1-B)}{7B-10}$ . Tantum ergo restat haec aequatio resoluenda

$$0 = \begin{cases} \mu \lambda B' - \mu' \lambda' - \mu' \nu' B (1-B) \\ - \frac{\mu \lambda'' (7B-10)^2}{7^2} \\ - \frac{3\mu \nu (1-B)(7B-10)}{7^2} - \frac{37\mu \lambda'''}{7^2 \cdot 15} \end{cases}$$

quodsi ergo statuamus  $\lambda'' = \lambda$  et  $\lambda''' = 1.60006$ , haec aequatio inducet hanc formam

$$\begin{aligned} & \mu \lambda \left( \frac{10}{7} B^2 - \frac{200}{49} B + \frac{1000}{343} \right) \\ & - \mu' \lambda' + \mu' \nu' (B^2 - B) \\ & + \mu \nu \left( \frac{1}{7} B^2 - \frac{51}{49} B + \frac{10}{49} \right) \\ & - \frac{37\mu \lambda'''}{242.105} = 0. \end{aligned}$$

quae tantum est aequatio quadratica, ex qua valor ipsius  $B$  erui debet; terminis igitur secundum potestates ipsius  $B$  dispositis habebitur:

$$\begin{aligned} & B^2 \left( \frac{10}{7} \mu \lambda + \mu' \nu' + \frac{1}{7} \mu \nu \right) \\ & + B \left( -\frac{200}{49} \mu \lambda - \mu' \nu' - \frac{51}{49} \mu \nu \right) \\ & + \frac{1000}{343} \mu \lambda - \mu' \lambda' + \frac{10}{49} \mu \nu \\ & - \frac{37\mu \lambda'''}{242.105} = 0. \end{aligned}$$

Reso-

Resolutionem autem huius aequationis ita instituemus, ut lens obiectiua maiorem aperturam admittat, quem in finem, non ut ante,  $\lambda = 1$ , sed  $\lambda = 1.60006$  statuamus, ut prima lens utrinque sibi similis euadat; quare cum sit

$$\log. \mu = 9.9945371$$

$$\log. \mu \nu = 9.3360593. \text{ I. } \mu' = 9.9407157$$

$$\log. \mu' \nu' = 9.3436055. \mu' \nu' = 0.2206$$

$$\text{et } \text{Log. } \lambda = \text{Log. } \lambda''' = 0.2041363$$

at pro secunda lente ponatur non, ut ante,  $\lambda = 1$ , sed hanc litteram indeterminatam relinquamus; vnde nostra aequatio in numeris ita erit comparata:

$$0 = 7.0852 \mathfrak{B} - 10.1201 \mathfrak{B}$$

$$+ 4.7393 - \mu' \lambda'$$

$$- 0. \frac{0.1717}{m}.$$

quae reducitur ad hanc

$$\mathfrak{B} = \frac{10.1201}{7.0852} \mathfrak{B} - \frac{4.7393}{7.0852}$$

$$+ \frac{\mu' \lambda'}{7.0852} + \frac{0.1717}{m \cdot 7.0852}$$

$$\mathfrak{B} = 1.4283 \mathfrak{B} - 0.6689$$

$$+ 0.1231 \lambda' + 0. \frac{0.1717}{m}.$$

Vnde inuenitur

$$\mathfrak{B} = 0.7142 \pm \sqrt[3]{\left( -0.1589 + 0.1231 \lambda' \right) + \frac{0.1717}{m}} \quad \text{Vnde}$$

Vnde patet,  $\lambda'$  capi debere vnitatem maius. Statuatur ergo  $\lambda' = 1\frac{1}{2}$  eritque

$$\mathfrak{B} = 0.7142 \pm \sqrt{0.0257 + \frac{0.0175}{m}}$$

hinc autem ulterius progredi non licet, nisi litterae  $m$  valores determinatos tribuendo; quem in finem sequentes casus adiungimus.

Casus I.

$$m = 10.$$

$$176. \text{ Erit hoc casu } \mathfrak{B} = 0.7142 \pm 0.1657$$

sumtoque signo inferiore

$$\mathfrak{B} = 0.5485.$$

vel sumto superiore signo

$$\mathfrak{B} = 0.8799.$$

Sin autem velimus, ut pro  $\mathfrak{B}$  vnicus valor = 0.7142 prodeat, capi deberet

$$\lambda' = \frac{0.1577}{0.1231} = 1\frac{241}{1231}$$

hocque casu hic vtamur.

$$\text{Cum igitur sit } \lambda' = 1\frac{241}{1231} \text{ erit } \lambda' - 1 = \frac{241}{1231}.$$

$$\text{Log. } \sqrt{\lambda' - 1} = 9.7208976$$

$$\text{Log. } (\lambda' - 1) = 9.4417952.$$

Cum nunc pro omni multiplicatione sit  $\mathfrak{B} = 0.7142$ , si quidem capiamus

$$\lambda' =$$

$$\lambda' = 1.2908 - \frac{0.2118}{m}$$

$$\lambda' - 1 = 0.2908 - \frac{0.1618}{m}$$

hincque erit  $1 - \mathfrak{B} = 0.2857$

$$B = 2.4998. C = 0.6666 = \frac{2}{3}.$$

Vnde obtinemus distantias

$$b = -a; \beta = -2.4998. \alpha = -2\frac{1}{3}a$$

$$c = +2.4998. a.$$

$$\gamma = 1.6665. a, d = -0.16665 a$$

Cum nunc sit  $\lambda = 1.60006$ .

$$\text{et } \lambda' = 1.2766$$

$$\lambda'' = 1.60006 = \lambda'''. \quad \text{erit}$$

I. Pro Ima lente vtrunque aequaliter conuexa  
radius vtriusque faciei = 1.06. a.

II. Pro Ilda lente ex vitro chrystallino

$$\frac{1}{f'} = \frac{e\beta + c\delta + \tau(b + \beta)\sqrt{\lambda' - 1}}{c\beta}$$

$$\frac{1}{c'} = \frac{e\beta + c\delta + \tau(b + \beta)\sqrt{\lambda' - 1}}{b\beta}$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{-1.0160 + 1.5158}{b\beta} a$$

$$\frac{1}{c'} = \frac{-1.0000 + 1.5158}{b\beta} a$$

sum-

sumtisq; signis superioribus erit

$$F' = \frac{-b\beta}{-0.5312a} = -0.7039a$$

$$G' = \frac{-b\beta}{-0.4929a} = -1.0070a.$$

III. Pro tertia lente ex vitro coronario.

$$\text{Cum hic sit } \tau. \sqrt{\lambda'' - 1} = \frac{c\gamma}{1}$$

tum vero  $c = 2\frac{1}{2}a$ . et  $\gamma = 1\frac{1}{2}a$ . erit  $c + \gamma = 4\frac{1}{2}a$ .

$$\frac{1}{F'} = \frac{+0.5280 + -0.6870}{c\gamma} a$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{+0.5280 - -0.6870}{c\gamma} a$$

et ex signis inferioribus

$$F' = \frac{c\gamma}{1.2410a} = 2.7039.a$$

$$G' = \frac{c\gamma}{0.1205a} = 0.6592.a.$$

Hae ergo tres lentes sibi iunctae aperturam admittent, cuius semidiameter aestimari potest

$$x = 0.1648.a = \frac{1}{6}a \text{ circiter.}$$

Cum autem ob claritatem esse debeat  $x = \frac{m}{10} \text{ dig.} = \frac{1}{10} \text{ dig.}$  capi debeat circiter  $a = \frac{1}{6} \text{ dig.}$  vnde telescopii longitudo  $= 1.4999a = 1\frac{1}{2}a = 2, 1. \text{ dig.}$

IV. Pro quarta lente aequaliter vtrinque concaua. erit rad. vtriusque faciei =

$$1.06.d. = -1.06.(0.1666)a$$

$$= -0.1766.a$$

$$= -0.2472.\text{dig.}$$

Co-

## Corollarium 1.

177. Si ergo hoc modo valor ipsius  $\lambda'$  definiatur, praecedentes determinationes pro omnibus multiplicationibus valebunt, excepta sola lente secunda; tum autem pro quarta lente semidiameter vtriusque eius faciei capi debet  $= -(1.06.) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{m}$  siue  $= -1.7666 \cdot \frac{a}{m}$ .

## Coroll. 2.

178. Constructio autem secundae lentis a multiplicatione pendebit, quia valor litterae  $\lambda'$  multiplicationem inuoluit, cum sit  $\lambda' = 1.2908 - \frac{0.1431}{m}$ .

## Scholion.

179. Haud difficile autem erit, pro quauis multiplicatione secundam lentem definire, postquam ea iam pro casu  $m = 10$  est inuenta; statuatur enim  $m = \infty$  erit  $\lambda' = 1.2908$ . hinc  $\lambda' - 1 = 0.2908$ . et  $\text{Log. } \sqrt{(\lambda' - 1)} = 9.7317972$  vnde membrum ambiguum erit  $= 1.6562 a$ . vnde pro lente secunda erit

$$\frac{1}{F'} = \frac{-1.9260 + 1.6162}{b\beta} \cdot a$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{-1.0080 + 1.0656}{b\beta} \cdot a$$

sumtis ergo signis superioribus

$$F' = \frac{-b\beta}{1.1522a} = -0.6959 \cdot a$$

$$G' = \frac{-b\beta}{2.4412a} = -1.0239 \cdot a$$

Ter. II.

X

Nunc

Nunc igitur ponamus pro multiplicatione quacunque  $m$  esse

$$F' = -\left(0.6959 + \frac{f}{m}\right) a$$

$$G' = -\left(1.0239 + \frac{f}{m}\right) a$$

et quia posito  $m = 10$ .

$$0.6959 + \frac{f}{10} = 0.7039$$

$$\text{et } 1.0239 + \frac{f}{10} = 1.0070$$

$$\text{reperitur } f = 0.0800$$

$$g = -0.1690$$

quibus inuentis adipiscimur sequentem telescopii constructionem.

I. Pro prima lente Crown Glass.

$$\text{radius utriusque faciei} = +1.08 a$$

II. Pro secunda lente Flint Glass.

$$\text{rad. faciei } \begin{cases} \text{anter.} = -\left(0.6959 + \frac{0.0800}{m}\right) a \\ \text{poster.} = -\left(1.0239 - \frac{0.0800}{m}\right) a \end{cases}$$

III. Pro tertia lente Crown Glass.

$$\text{rad. faciei } \begin{cases} \text{anter.} = +0.7039 a \\ \text{poster.} = +0.6592 a \end{cases}$$

IV. Pro quarta lente Crown Glass.

$$\text{rad. utriusque faciei} = -1.7666 \frac{a}{m}$$

quibus



quibus lentibus paratis ternae priores sibi invicem iungantur, post quas tertia collocetur intervallo  $= \frac{m-1}{m} \cdot \frac{1}{2} \cdot a$ .

Cum porro sit  $x = \frac{m}{10}$  dig. et invenerimus  $x = 0.1648 a$ , hinc colligitur fore  $a = \frac{m}{1.648}$ , ita, ut statui possit  $a = \frac{1}{17} \cdot m$  seu  $a = \frac{m}{100} \cdot m$ . Quare habetur

Constructio telescopii primi generis:

I. Pro prima lente Crown Glass.

rad. fac. vtriusque  $= 0.1272 \cdot m$ .

II. Pro secunda lente Flint Glass.

rad. fac.  $\begin{cases} \text{anter.} = -0.0835 \cdot m - 0.0096 \\ \text{poster.} = -0.1229 \cdot m + 0.0202. \end{cases}$

III. Pro tertia lente Crown Glass.

rad. fac.  $\begin{cases} \text{anter.} = 0.3244 \cdot m \\ \text{poster.} = 0.0791 \cdot m \end{cases}$

quibus tribus lentibus immediate iunctis postea intervallo  $= \frac{1}{2} (m-1)$  dig. statuatur lens ocularis.

IV. Pro quarta lente. Crown Glass.

radius vtriusque faciei  $= -0.2119$ .

## CASUS 2.

180. Cum pro omnibus multiplicationibus constructio telescopii sit tradita, solutionem exempli supra allati alio modo expediamus. Scilicet cum hic

X 2

pro

pro  $\mathcal{B}$  valorem unitate minorem finis consecuti, qui supra unitate maior prodierat, notatu dignus videtur casus  $\mathcal{B} = 1$ , quem hic euoluamus. Tum autem erit  $B = \infty$  et quia distantiae determinatrices sunt  $a$ ;  $b = -a$ ;  $\beta = -Ba$ ;  $c = Ba$ ;  $\gamma = BCa$ ,  $d = \frac{BCa}{m}$  necesse est, ut sit  $BC$  quantitas finita ideoque  $C = 0$  et  $E = C = 0$ . Quare statuamus  $BC = 9$ , ut fiat  $\gamma = 9a$  et  $d = \frac{9a}{m}$  hincque telescopii longitudo  $= \frac{m-1}{m} \cdot 9a$ . His positis aequatio pro margine colorato tollendo dabit ob  $N = 7$ ,  $N' = 10$ ,  $N'' = N''' = 7$ . et  $\pi = 0$ ,  $\pi' = 0$ ,  $\pi'' = -(m-1)\Phi$ .

$$0 = N9 - N'9 + N''$$

$$0 = 79 - 109 + 7; \text{ hincque } 9 = 7.$$

Nunc autem aequatio pro confusione primae speciei tollenda fiet

$$0 = \mu\lambda - \mu'\lambda' + \frac{27\mu\lambda''}{103} - \frac{87\mu\lambda'''}{103 \cdot m}$$

quare per  $\mu$  diuisa ob  $\frac{E}{\mu} = 0.8834$  abit in hanc

$$0 = \lambda - 0.8834\lambda' + 0.0787\lambda'' - \frac{0.0787 \cdot \lambda'''}{m}$$

facta autem lente oculari vtrinque aequali erit

$$\lambda''' = 1.60006 \text{ et}$$

$$0 = \lambda - 0.8834\lambda' + 0.0787\lambda'' - \frac{0.1559}{m}$$

ex qua litteras  $\lambda$  ita definiri conuenit, ut unitatem minimum superent statuamus ergo  $\lambda = 1$  et  $\lambda'' = 1$  erit

erit  $0.8834 \lambda' = 1.0787 - \frac{0.177}{m}$

unde colligitur

$$\lambda' = 1.2210 - \frac{0.177}{m}$$

sola ergo lens secunda a multiplicatione  $m$  pendet, quam deinceps seorsim euoluamus

Calculum ergo pro prima, tertia et quarta instituamus

Pro prima autem est

$$F = \frac{a}{f} = 0.6023. a$$

$$G = \frac{a}{f} = 4.4111. a$$

Pro tertia lente ob  $\lambda' = 1.$  et  $c = \infty$

$$F = \frac{\gamma}{f} = 1.4055. a$$

$$G = \frac{\gamma}{f} = 10.2925. a$$

Pro quarta lente

$$\text{radius utriusque faciei} = 1.06. d'$$

$$= -\frac{2.4711. a}{m}$$

et tota telescopii longitudo  $= \frac{m-1}{m}. f.$  a.

Pro secunda autem lente cum in genere sit

$$F = \frac{d\beta}{\sigma\beta + \sigma d \pm \tau(d + \beta)\sqrt{\lambda - 1}}$$

$$G = \frac{d\beta}{\sigma\beta + \sigma d \pm \tau(d + \beta)\sqrt{\lambda - 1}}$$

ob  $\beta = \infty$  et  $b = -a$  erit

$$F = \frac{-a}{1 \pm \tau \sqrt{\lambda - 1}}$$

$$G = \frac{-a}{1 \pm \tau \sqrt{\lambda - 1}}$$

pro quo duo casus sunt confluendi alter, quo  $m = 10$ ,  
et alter, quo  $m = \infty$ .

Priore erit ob  $m = 10$

$$\lambda' = 1.2068; \lambda' - 1 = 0.2068.$$

$$\text{et } \text{Log. } \sqrt{\lambda' - 1} = 9.6577753$$

$$\text{Log. } \tau = 9.9432471$$

$$9.6010224$$

cui logarithmo respondet 0.3990 ideoque

$$F = \frac{-a}{0.1414 \pm 0.3990}$$

$$F = \frac{-a}{0.5404} = -1.8505. a$$

$$G = \frac{-a}{1.2068 \pm 0.3990}$$

$$G = \frac{-a}{1.1027} = -0.8467. a$$

Altero casu ob  $m = \infty$  erit

$$\lambda' = 1.2210 \text{ et } \lambda' - 1 = 0.2210$$

$$\text{et } \text{Log. } \sqrt{\lambda' - 1} = 9.6721961$$

$$\text{Log. } \tau = 9.9432471$$

$$9.6154432$$

hinc  $\tau. \sqrt{\lambda' - 1} = 0.4125.$

Vnde

Vnde fit

$$F = \frac{-a}{0.1014 + 0.6125} = \frac{-a}{0.5139}$$

$$G = \frac{-a}{0.3587 + 0.6125} = \frac{-a}{0.9712}$$

hincque

$$F = -1.8054 \cdot a$$

$$G = -0.8545 \cdot a$$

quare statumamus pro multiplicatione quacunque  $m$

$$F = -(1.8054 + \frac{f}{m}) a$$

$$G = -(0.8545 + \frac{g}{m}) a$$

et ex casu  $m = 10$  elicimus

$$f = 0.4510; g = -0.0780$$

ita, ut fit

$$F = -(1.8054 + \frac{0.4510}{m}) a$$

$$G = -(0.8545 - \frac{0.0780}{m}) a$$

pro  $a$  autem definiendo consideretur radius minimus in lente hac obiectiva triplicata occurrens 0.6023 $a$ , cuius pars quarta 0.1506 $a = \frac{m}{10}$ ; sicque prodibit  $a = \frac{m}{4.0109}$  dig. Sumatur ergo  $a = \frac{m}{4}$  dig. et habetur sequens

Con

Constructio Telescopii primi generis.

I. Pro prima lente Crown Gl.

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = + 0.0803. m. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = + 0.5882. m. \text{ dig.} \end{cases}$$

II. Pro secunda lente Flint Glass.

$$\text{rad. fac.} \begin{cases} \text{anter.} = (-0.2407. m - 0.0601) \text{ dig.} \\ \text{poster.} = (-0.1139. m + 0.0104) \text{ dig.} \end{cases}$$

III. Pro tertia lente Crown Glass.

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = + 0.1874. m. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = + 1.3723. m. \text{ dig.} \end{cases}$$

IV. Pro quarta lente Crown Glass.

$$\text{radius vtriusque faciei} = 0.3298. \text{ dig.}$$

Tribus prioribus lentibus inuicem iunctis quartae ab  
iis intervallum erit

$$= \frac{1}{2} (m - 1) \text{ dig.}$$

et campi apparentis semidiameter erit, vt haecenus,

$$\Phi = \frac{0.59}{m-1} \text{ min. prim.}$$

### Scholion.

181. Quia in hac solutione posuimus  $\lambda = 1$   
et  $\lambda' = 1$ , consulimus potissimum artifice, quia hoc  
casu errores in executione commissi non admodum  
negotium turbant, sed longitudo horum telescopiorum  
prodiit aliquanto maior, propterea quod radius satis  
exi-

exiguus in determinatione lentis obiectivae occurrebat, huic autem incommodo medelam afferemus, si pro prima et tertia lente statuamus  $\lambda = 1.60006$ , quo facto obtinebitur  $\lambda' = 1.9536 - \frac{0.00125}{m}$  qui numerus tantum in secundam lentem insuit, cuius constructio- nem deinceps inuestigemus.

Iam vero erit

Pro prima lente Crown Glass.

radius utriusque faciei  $= 1.06. \alpha$ .

Pro tertia lente Crown Glass.

radius utriusque faciei  $= 1.06. \gamma$   
 $= 2.473 \alpha$ .

Pro quarta lente

radius utriusque faciei  $= -\frac{2.4731 \alpha}{m}$ .

Restat igitur, ut secundam lentem euoluamus, ut ante.

Scilicet duos casus contemplantur, alterum, quo  $m = 10$ , alterum, quo  $m = \infty$ .

Sit igitur primo  $m = 10$  eritque  $\lambda' = 1.93937$  et  $\lambda' - 1 = 0.93937$  et  $\tau. \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0.85048$ .

Quare

$$F = \frac{-\alpha}{0.11346 \pm 0.15019}$$

$$G = \frac{-\alpha}{1.0027 \pm 0.15019}$$

Tom. II.

Y

feu

feu

$$F = \frac{-a}{0.319} = -1.0082. a$$

$$G = \frac{-a}{0.7122} = -1.3657. a$$

Sit nunc  $m = \infty$ , erit

$$\lambda' = 1.9536$$

$$\tau V(\lambda' - 1) = 0.8569$$

hincque

$$F = \frac{-a}{0.1116 \pm 0.8569}$$

$$G = \frac{-a}{0.1027 \pm 0.8569}$$

$$F = \frac{-a}{0.7453} = -1.0017. a$$

$$G = \frac{-a}{0.7572} = -1.3778. a$$

Nunc pro multiplicatione quacunq;  $m$  statuatur

$$F = -(1.0017 + \frac{f}{m}) a.$$

$$G = -(1.3778 + \frac{g}{m}) a.$$

ex prioris casu  $m = 10$  colligitur

$$f = 0.065; g = -0.121$$

ita, ut sit pro lente secunda

$$\text{rad. fac. } \begin{cases} \text{anter.} = -(1.0017 + \frac{0.065}{m}) a \\ \text{poster.} = -(1.3778 - \frac{0.121}{m}) a \end{cases}$$



Hic iam tuto sumi potest  $x = \frac{1}{4}a = \frac{m}{16}$ ; hinc  
obtinetur  $a = \frac{1}{109}m$ .

Hinc ergo orietur sequens

Telescopii primi generis Constructio:

I. Pro lente prima: Crown Glass

radius vtriusque faciei  $= 0.0848m$  dig.

II. Pro lente secunda

rad. fac.  $\begin{cases} \text{anter.} = (-0.08014m - 0.0052) \text{ dig.} \\ \text{poster.} = (-0.110224m + 0.0097) \text{ dig.} \end{cases}$

III. Pro lente tertia Crown Glass.

radius vtriusque faciei  $= 0.19784m$  dig.

IV. Pro lente quarta.

radius vtriusque faciei  $= -0.19786$  dig.

Tribus lentibus prioribus sibi immediate iunctis ad interuallum  $= (0.187)(m-1)$  dig. collocetur lens quarta, cui oculus immediate adplicatus cernet campum, cuius femidiameter erit  $\frac{180}{m-1}$  min. prim.

### Scholion.

182. Hic casus inprimis est omni attentione dignus, quoniam pro quavis multiplicatione huius generis telescopia brevissima suppeditat: si enim multiplicationem adeo centuplam desideremus, longitudo vix superabit  $18\frac{1}{2}$  digitos. Haec igitur methodus,

Y 2

qua

qua posuimus  $B = 1$  utique mereretur, ut etiam ad alias vitri species seu ubi pro lentibus alia combinatio vitri coronarii et chrysellini statueretur, seorsum adplicaretur. Sed quia ea etiam ad problema nostrum generale soluendum aequae felici successu in vsum vocari potest eiusque beneficia insignes difficultates supra commemoratae evanescent, expedit sequens problema generalius tractasse.

### Problema 5.

183. Si telescopium ex quatuor lentibus fit construendum, duae priores vero lentes ita debeant esse comparatae, ut radii per eas transmissi iterum inter se fiant paralleli, regulas pro constructione describere.

### Solutio.

Cum igitur radii per secundam lentem refracti iterum fiant axi paralleli, erit  $\beta = \infty$  ideoque  $\frac{b}{\beta} = B = \infty$  et  $B = 1$ , erunt distantiae determinatrices

$$b = -\frac{a}{k}; \beta = -\frac{B a}{k} = \infty$$

$$c = \frac{B a}{k k'}; \gamma = \frac{B C a}{k k'}; d = -\frac{B C a}{n}.$$

hucque iam notari oportet, ut distantia inter primam et secundam lentem  $\beta + c$  fiat finita, debere ob  $\beta = \infty$  esse  $c = -\infty$ , unde fit  $k' = 1$ .

Quo

Quo autem rem clarius explicemus, statuatur haec distantia  $= \eta \alpha$ , vt sit  $B \alpha (\frac{1}{k} - k) = \eta \alpha$  vnde fit  $k' = \frac{\eta}{k + \eta k}$ , quae ob  $B = \infty$  fit  $k' = 1$ ; interim tamen conueniet, illam expressionem  $k' = \frac{\eta}{k + \eta k}$  in vsum sequentem notasse.

Deinde quia  $c = \infty$ ,  $\gamma$  vero finita quantitas, erit  $\frac{\gamma}{c} = C = 0$ , hincque etiam  $E = \frac{c}{1+C} = C = 0$ ; interim tamen productum  $B C$  debet esse finitum. Sit igitur  $BC = \vartheta$ , vt fiat  $\gamma = \frac{\vartheta \alpha}{k}$  et  $d = \frac{\vartheta \alpha}{m}$ ; cum illa autem aequatione coniungi debet ista, qua summo rigore est  $C = \frac{\gamma}{c} = \frac{\vartheta}{\infty}$ , hincque  $E = \frac{c}{1+C}$ . His notatis erunt interualla lentium

$$\alpha + b = \alpha (\frac{k-1}{k})$$

$$\beta + c = \eta \alpha$$

$$\gamma + d = (\frac{1}{k} - \frac{1}{m}) \vartheta \alpha$$

$$= \frac{m-k}{km} \vartheta \alpha.$$

Vnde hae fractiones  $\frac{\eta k}{k-1}$  et  $\frac{m-k}{m(k-1)} \vartheta$  debent esse positivae, seu  $\frac{\eta}{k-1} > 0$ ;  $\frac{m-k}{k-1} \vartheta > 0$  seu  $\frac{m-k}{\eta} \vartheta > 0$ . Iam inquiramus in valores litterarum  $\pi$ ,  $\pi'$  et  $\pi''$ , ex tribus sequentibus aequationibus definiendos

$$I. \quad \mathfrak{B} \pi - \Phi = -k \Phi$$

$$II. \quad E \pi' - \pi + \Phi = k k' \Phi$$

$$III. \quad (m-1) \Phi = -\pi + \pi' - \pi''$$

Y 3

qua-

quarum prima statim dat ob  $\mathfrak{B} = 1$

$$\pi = (1 - k) \Phi = -(k - 1) \Phi$$

vnde ut hic valor campo augendo inferuiat,  $\pi$  numerus negatiuus esse debet ideoque  $k > 1$ .

Secunda autem aequatio ob  $\mathfrak{C} = 0$  et  $\mathfrak{K} = 1$ . daret  $-\pi + \Phi = k \Phi$ , vnde pro  $\pi'$  nihil concludere liceret, quare pro  $\mathfrak{C}$  valores illos exactiores scribi oportebit fietque

$$\frac{\theta}{\mathfrak{B}+1} \cdot \pi' - \pi + \Phi = \frac{\mathfrak{B}k}{\mathfrak{B}+\eta k} \Phi$$

quae ob  $\pi = -(k - 1) \Phi$  abit in hanc

$$\frac{\theta}{\mathfrak{B}+1} \cdot \pi' + k \Phi = \frac{\mathfrak{B}k}{\mathfrak{B}+\eta k} \Phi$$

$$\text{seu } \frac{\theta}{\mathfrak{B}+1} \pi' = \frac{-\eta k^2}{\mathfrak{B}+\eta k} \cdot \Phi$$

quae ergo ob  $\mathfrak{B} = \infty$  dat

$$\pi' = \frac{-\eta k^2}{\theta} \cdot \Phi$$

quia autem conuenit sumere  $k > 1$  debet esse  $\alpha > 0$  ideoque et  $\eta > 0$ , hic valor  $\pi'$  erit negatiuus, si fuerit  $\mathfrak{S} > 0$ ; sin autem  $\mathfrak{S} < 0$ , is erit positius, vbi autem meminisse oportet esse debere  $(m - k) \mathfrak{S} > 0$ .

Tertia denique aequatio abit in hanc formam:

$$(m - 1) \Phi = + (k - 1) \Phi - \frac{\eta k^2}{\theta} \Phi - \pi''$$

$$\text{hincque } \pi'' = (k - m - \frac{\eta k^2}{\theta}) \Phi$$

$$\text{siue } \pi'' = -(m - k + \frac{\eta k^2}{\theta}) \Phi$$

quae

quae formula cum etiam inferuiat campo definiendo,  
 si capiatur  $\pi'' = -\frac{1}{2}$ ; reperitur

$$\Phi = \frac{859}{m-k+\frac{\eta k^2}{\delta}} \text{ minut.}$$

$$\Phi = \frac{ac \cdot \delta}{(m-k)\delta + \frac{1}{2}k^2}$$

quare curandum est, vt  $\frac{\eta k^2}{\delta}$  quam minimum reddatur,  
 quod facile praestatur faciendo interuallum secundae  
 et tertiae lentis quam minimum adeoque euanesceat,  
 quo casu erit  $\Phi = \frac{859}{m-k}$  qui eo maior fit, quo maior  
 sumitur  $k$ . Nunc igitur aequationem pro margine  
 colorato tollendo consideremus, quae erit

$$0 = N \delta \pi'' - \frac{N'}{k} (\delta \pi'' - \pi) \\ + \frac{N''}{k} (\pi'' - \pi')$$

quae substitutis valoribus dat

$$0 = -N((m-k)\delta + \eta k^2) \\ + \frac{N'}{k}((m-k)\delta + \eta k^2 - k + 1) \\ - \frac{N''}{k}(m-k)$$

ex qua aequatione  $\delta$  commodè definiri potest repe-  
 riaturque

$$\delta = \frac{-\eta \eta k^2 + \eta' k^2 - \eta'(k-1) - N''(m-k)}{(m-k)(Nk - N')}$$

quia autem conuenit  $\eta$  quam minimum assumere ac  
 praeterea non necesse est, vt isti aequationi summo  
 rigore satisfiat, his terminis omisis habebimus

$$\delta =$$

$$\vartheta = \frac{-N'(k-1) - N''(m-k)}{(m-k)(Nk-N')}$$

unde fit

$$(m-k)\vartheta = \frac{-N'(k-1) - N''(m-k)}{Nk-N'}$$

quae quantitas cum debeat esse positiva, numerator autem manifesto fit negatius, etiam denominatorem negatium esse oportet ideoque  $N' > Nk$ . Quod si ergo  $N'$  maximum habeat valorem ex vitro scilicet chrysellino,  $N$  vero minimum ex vitro coronario, ut sit  $N = 7$  et  $N' = 10$ ; numerus  $k$  non amplius nostro arbitrio relinquitur, sed ita capi debet, ut fiat  $7k < 10$ ; et  $k < \frac{1}{2}$  seu contineri debet intra limites 1 et  $\frac{1}{2}$ . Notetur hic, si caperetur  $k = 1$ , casum praecedentem esse oriturum, neque campum hinc auctum iri; Sin autem capiatur  $k = \frac{1}{2}$  foret  $\vartheta = \infty$  et longitudo telescopii fieret infinita; unde conveniet  $k$  propius unitati; quam alteri limiti assumere. His probe perpenfis statuamus  $k = \frac{1}{2}$ ,  $N = 7$ ;  $N' = 10$ .  $N'' = 7$ , quo  $\vartheta$  obtineat valorem minorem. Vnde fiet  $\vartheta = \frac{1.5 \cdot 7 - 10}{2(7 \cdot 7 - 10)}$  hincque  $\frac{1.5}{\vartheta}$  habebit hunc valorem  $\frac{2.5 \cdot 2 \cdot (7 \cdot 7 - 10)}{7 \cdot 2 \cdot (7 \cdot 7 - 10)}$ .  $\eta$  qui sumto  $m = \infty$  fit  $= \frac{1.5}{3.5}$ .  $\eta$  ex quo colligitur, si modo  $\eta$  non excedat  $\frac{1}{10}$  campi diminutionem non fore sensibilem.

Denique pro semidiametro confusionis ad nihilum redigendo satisfiat huic aequationi:

$$0 = \mu \lambda - \frac{\mu' \lambda'}{k} + \frac{\mu'' \lambda''}{k \vartheta^2} - \frac{\mu''' \lambda'''}{m \vartheta^3}$$

ex

ex qua commodissime definiemus  $\lambda'$ , qui erit ob  
 $\mu' = \mu'' = \mu'''$

$$\lambda' = \frac{k}{\mu'} (k\lambda + \frac{\lambda''}{\theta} - \frac{k\lambda''}{m\theta})$$

sicque hoc problema feliciter est solutum.

### COROLL. I.

184. Distantiae ergo determinatrices singularum  
 lentium crunt

Pro prima:  $\infty$  et  $\alpha$  cum  $\lambda$

Pro secunda:  $b = \frac{\alpha}{k}$ ; et  $\beta = \infty$  cum  $\lambda'$

Pro tertia:  $c = \infty$  et  $\gamma = \frac{\alpha}{k}$  cum  $\lambda''$

Pro quarta:  $d = \frac{\alpha}{m}$ ;  $\delta = \infty$  cum  $\lambda'''$ .

vbi notandum, primam, tertiam et quartam ex vitro  
 coronario, secundam ex chrySTALLINO esse parandam;  
 tum vero fore intervalla lentium

$$\alpha + b = \alpha (\frac{k-1}{k}) = \frac{1}{k} \alpha$$

$$\beta + c = \eta \alpha$$

de qua distantia notetur, eam statui debere quam mi-  
 nimam; ac denique

$$\gamma + d = \frac{m-k}{km} \cdot 9 \alpha$$

vnde tota longitudo prodit

$$= \alpha (\frac{k-1}{k} + \eta + \frac{m-k}{km} \cdot 9).$$

Tom. II.

Z

Co-

## Coroll. 2.

185. Pro litteris autem  $k$  et  $\vartheta$  hos valores statuimus,  $k = \frac{1}{2}$ ,  $\vartheta = \frac{20m-16}{2(m-2)}$ , quae expressio cum adhuc  $m$  inuoluat, calculum non, ut ante, pro quavis multiplicatione in genere absolueri licebit; interrim tamen simili modo, quo ante usi sumus, postquam pro duabus tribusue multiplicationibus calculum absoluerimus, interpolando formulas generales pro omni multiplicatione concludere poterimus.

## Scholion.

186. Haec telescopia iis, quae modo ante descripsimus, ideo erunt praefenda, quod in his nullae lentes sibi immediate iunctae assumuntur, quippe quod in praxi locum habere nequit; tum vero etiam quod aliquod campi augmentum largiuntur. Ceterum haec telescopia aliquanto sunt longiora, tam ob distantiam inter lentes primam et secundam, quam potissimum ob maiorem valorem ipsius  $\vartheta$ , a quo intervallum tertiae et quartae lentis potissimum pendet. Intervallum autem medium  $\eta$  & hic merito negligimus. Quo tamen breuitati instrumenti quantum fieri licet, consulamus, expediet sine dubio, ut modo ante fecimus, tam primam et tertiam lentem, quam quartam vtrinque aequales formare, ita, ut sit  $\lambda = \lambda'' = \lambda''' = 1.60006$ ; tum vero erit  $\mu = 0.9875$ ;  $\mu' = 0.8724$ . vnde harum lentium constructio statim sequitur.

Erit



Erit scilicet radius utriusque faciei.

I. Pro lente prima

$$= 1.06 \alpha.$$

II. Pro lente tertia

$$= 1.06. \frac{\theta \alpha}{\kappa}.$$

III. Pro lente quarta

$$= -1.06. \frac{\theta \alpha}{m}.$$

Nihil igitur aliud restat, nisi ut pro quibusdam multiplicationibus calculum expediamus; ac primo quidem conveniet, multiplicationem quandam exiguam  $m = 5$  evolvere, ut pateat, quantum haec inuestigatio in minimis telescopiis huius generis praestare possit; tum vero multiplicationem quandam maiorem veluti  $m = 10$ , indeque subito  $m = \infty$  evoluamus, ut ex horum casuum comparatione conclusionem pro quavis maiore multiplicatione formare queamus.

### Exemplum I.

$$m = 5.$$

187. Telescopium pro multiplicatione  $m = 5$  describere.

Erit hoc casu

$$\left. \begin{array}{l} \vartheta = \frac{169}{14} = 3.6852 \\ \text{Log. } \vartheta = 0.5664593 \end{array} \right\} \text{ et Log. } k = 0.0579920$$

$$\text{hincque } b = -\frac{1}{4} \alpha; \beta = \infty; \epsilon = \infty$$

$$Z = 2$$

$$\gamma =$$

$$\gamma = 3, 2246. \alpha$$

$$d = -0, 7370. \alpha$$

hincque

$$a + b = \frac{1}{2} \alpha; \beta + c = \eta \alpha = \text{minimo.}$$

$$\gamma + d = 2. 4876. \alpha$$

sicque longitudo tota telescopii erit  $= 2. 6126 \alpha + \eta \alpha$ .

Vnde tres lentes ex vitro coronario parandae ita se habebunt:

I. Pro prima lente

$$\text{radius vtriusque faciei} = 1. 06. \alpha.$$

II. Pro tertia lente

$$\text{radius vtriusque faciei} = 3. 4181. \alpha$$

III. Pro quarta lente

$$\text{radius vtriusque faciei} = -0. 7812. \alpha.$$

IV. Pro secunda lente. Flint Glass.

ante omnia quaeri debet numerus  $\lambda'$ . ex formula

$$\lambda' = 1. \frac{e + c + u}{\mu'} \left( k + \frac{1}{k^2} - \frac{k}{m k^2} \right) \text{ vnde}$$

$$\lambda' = 2, 0977; \text{ ergo } \lambda' - 1 = 1, 0977$$

hincque  $\tau. \lambda' (\lambda' - 1) = 0. 91936.$

Quare

Quare pro hac lente erit

$$F = \frac{b}{0.1118 + 0.1118} = \frac{b}{0.2236}$$

$$G = \frac{b}{1.1027 - 0.1118} = \frac{b}{0.9909}$$

$$F = -0.8248. a; G = -1.3192. a$$

Vnde fluit sequens

Constructio Telescopii

I. Pro lente prima Crown Glass.

$$\text{radius vtriusque faciei} = +1.06 a$$

$$\text{Interuallum} = 0.125 a.$$

II. Pro lente secunda Flint Glass.

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = -0.8248 a \\ \text{poster.} = -1.3192 a \end{cases}$$

Interuallum minimum.

III. Pro lente tertia Crown Glass.

$$\text{radius faciei vtriusque} = 3.4181. a$$

$$\text{Interuallum} = 2.4876. a.$$

IV. Pro lente quarta Crown Glass.

$$\text{radius vtriusque faciei} = -0.7812. a.$$

Lenti obiectionae tribui potest apertura, cuius semidiameter  $x = \frac{1}{3} a$ .

Cum autem ob claritatem statui debeat  $x = \frac{m}{13} \text{ dig.} = \frac{1}{13} \text{ dig.}$  vnde  $a = \frac{1}{3} \text{ dig.}$

Z 3

et

et telescopii longitudo  $= 2.6126. a + 7a$

et semidiameter campi  $\Phi = 223 \text{ min.} = 3^{\circ} 43'$ .

### Exempl. II.

188. Si multiplicatio  $m = 10$  desideretur, telescopium huius generis describere.

Ob  $m = 10$  erit  $\vartheta = \frac{1}{13} = 3.5806$

Log.  $\vartheta = 0.5539613$ .

Log.  $\frac{1}{2} = 9.4460386$ .

vnde  $b = -\frac{1}{2}a = -0.875a$

$\beta = \infty = c$ ;  $\gamma = 3.1331.a$

$d = -0.35806.a$ .

Nunc euoluatur numerus  $\lambda'$ , qui reperitur

$\lambda' = 2.1049$ ;  $\lambda' - 1 = 1.1049$

hinc  $\tau. \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0.92132$

Vnde radii facierum

$$F = \frac{b}{0.1414 + 0.5212} = \frac{b}{1.0627}$$

$$G = \frac{b}{1.5827 + 0.5212} = \frac{b}{2.1039}$$

feu  $F = -0.8234a$

$G = -1.3230a$

Vnde colligitur sequens

Con-

## Constructio Telescopii

## I. Pro prima lente Crown Glass.

radius vtriusque faciei  $= 1.06. a$

Interuallum  $= 0.125. a$

## II. Pro secunda lente Flint Glass.

rad. fac.  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = -0.8234. a \\ \text{poster.} = -1.3230. a \end{array} \right.$

Interuallum minimum.

## III. Pro lente tertia: Crown Glass.

radius vtriusque faciei  $= 3.3211. a$

Interuallum  $= 2.7751. a$

## IV. Pro lente quarta Crown Glass.

radius vtriusque faciei  $= -0.3796. a$

Vnde fit tota longitudo  $= 2.9001. a$ . Lenti primae autem apertura tribui debet, cuius semidiameter  $x = \frac{1}{8} = \frac{1}{4} a = \frac{1}{4} \text{ dig.}$  Vnde sequitur  $a = \frac{1}{4} \text{ dig.}$  siue maius. Campi autem visi semidiameter crit  $\Phi = 94 \text{ minut.} = 1^{\circ} 34'.$

## Exempl. III.

189. Si multiplicatio  $m$  fuerit  $\infty$ , telescopium huius generis describere.

Ob  $m = \infty$  erit  $\mathcal{P} = 3, 5.$

et

$$\text{et Log. } \vartheta = 0.5440680$$

$$\text{Log. } \frac{1}{2} = 9.4559319$$

$$\text{hincque } b = -0.875. a; \beta = \infty = c$$

$$\gamma = 3.0625. a; d = -3.5. \frac{a}{m}.$$

Pro lente autem secunda invenimus

$$\lambda' = 2.1120; \lambda' - 1 = 1.1120$$

$$\text{et } \tau. \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0.9253.$$

Ex quibus colligitur

$$F = \frac{b}{c_0 1614 + \frac{1}{c_0 353}} = \frac{b}{19.0607}$$

$$G = \frac{b}{10.0827 + \frac{1}{c_0 353}} = \frac{b}{c_0 0.274}$$

$$F = -0.8205. a$$

$$G = -1.3309. a$$

Vnde colligitur sequens

#### Constructio Telescopii

##### I. Pro prima lente Crown Glass.

$$\text{radius utriusque faciei} = 1.06. a$$

$$\text{Interuallum} = 0.125. a$$

##### II. Pro secunda lente Flint Glass.

$$\text{radius faciei } \begin{cases} \text{anter.} = -0.8205. a \\ \text{poster.} = -1.3309. a \end{cases}$$

$$\text{Interuallum minimum.}$$

##### III. Pro

## III. Pro tertia lente Crown Glass.

radius vtriusque faciei = 3.2462.  $\alpha$

Interuallum =  $(3.0625 - \frac{121}{m}) \alpha$

## IV. Pro quarta lente Crown Glass.

radius vtriusque faciei =  $-3.710 \cdot \frac{\alpha}{m}$

Hincque longitudo telescopii erit =  $(3.1875 - \frac{121}{m}) \cdot \alpha$

Lenti vero obiectivae apertura tribuatur, cuius semidiameter =  $\frac{1}{4} \alpha = \frac{m}{10}$  ita, vt capi possit

$\alpha = \frac{4}{10} \cdot m \cdot \text{dig.} = \infty.$

## Exempl. IV. generale.

190. Si multiplicatio fuerit quaecunque  $m$ , faltem denario maior, telescopium huius generis describere.

Cum pro casu  $m = \infty$  innenerimus  $\vartheta = 3,5$  nunc in genere ponamus  $\vartheta = 3,5 + \frac{e}{m}$  et quia pro  $m = 10$  fuerat  $\vartheta = 3,5806$ , erit  $e = 0.806$ , ita vt sit  $\vartheta = 3,5 + \frac{0.806}{m}$  vnde distantiae ita se habebunt:

$$b = -0.875 \cdot \alpha; \beta = \infty = c$$

$$\gamma = (3,0625 + \frac{0.806}{m}) \alpha$$

$$d = -(3,5 + \frac{0.806}{m}) \frac{\alpha}{m}$$

Tom. II.

A 2

Pro

Pro lente autem secunda ponatur

$$F = - (0.8205 + \frac{f}{m}) \alpha$$

$$G = - (1.3309 + \frac{f}{m}) \alpha$$

Comparatione igitur instituta cum casu  $m = 10$  erit  $f = 0.0290$ ,  $g = -0.0790$ .

Constructio huius Telescopii

I. Pro prima lente. Crown Glass.

radius vtriusque faciei  $= 1.06. \alpha$

Interuallum  $= 0.125. \alpha$ .

II. Pro secunda lente. Flint Glass.

$$\text{rad. faciei } \begin{cases} \text{anter.} = - (0.8205 + \frac{0.0190}{m}) \alpha \\ \text{poster.} = - (1.3309 - \frac{0.0710}{m}) \alpha \end{cases}$$

Interuallum minimum.

III. Pro tertia lente. Crown Glass.

radius vtriusque faciei  $= + (3.2462 + \frac{0.7498}{m}) \alpha$

Interuallum  $= (3.0625 - \frac{0.7147}{m} - \frac{0.1060}{m^2}) \alpha$

IV. Pro quarta lente.

radius faciei vtriusque  $= - (3.710 + \frac{0.1144}{m}) \frac{\alpha}{m}$

hæcque rota longitudo erit

$$= (3.1875 - \frac{0.7047}{m} - \frac{0.1060}{m^2}) \alpha$$

deinde lentis obiectiuæ semidiameter aperturæ debet esse  $x = \frac{m}{3}$  dig. vnde  $\alpha$  capi debet  $\alpha = \frac{3}{31}$  m. dig. sive maius, campique visû semidiameter

$$= \Phi = \frac{859}{m - 7} \text{ min. prim.}$$

Scho-



## Scholion.

191. En ergo insignem multitudinem variorum primi generis telescopiorum, quae adhuc in infinitum multiplicari possent, si litteris B et C alios valores tribuere vel etiam pluribus lentibus uti vellemus. Verum huiusmodi inuestigatio prorsus superflua videtur, cum maior perfectionis gradus expectari nequeat ac plures lentes claritati semper obsint, neque etiam maior campus sperari possit. Inprimis autem obseruandum est in his telescopiis marginem coloratum aliter destrui non potuisse, nisi diuersis vitri speciebus adhibendis, ita, ut iam affirmare possimus, ex eadem vitri specie huiusmodi telescopia confici non posse, quae non vitio marginis colorati laborent, cum tamen in sequentibus generibus, lentibus ex vna vitri specie factis talis margo feliciter tolli possit, etiamsi tunc ipsum diffusionis spatium ad nihilum redigere non liceat. Haec restrictio etiam in causa erat, quod campum apparentem vix notabiliter augere licuerat; sin autem marginem coloratum negligere vellemus, campus haud mediocriter augeri posset. Tum enim in casu vltimi problematis litterae  $k$  et  $S$  manerent arbitrio nostro relictæ et cum semidiameter campi esset  $\Phi = -\frac{m^2}{m-k}$ , posito  $\eta = 0$ , videtur is ad lubitum augeri posse, dum tantum  $k$  parum ab  $m$  deficiens assumatur atque adeo sumto  $k = m$  in infinitum abiret; quod tamen nullo modo praestari posse experientia abunde testatur. Quare hoc dubium soluisse operæ erit

A a 2

pre-

pretium; ad quod tantum recordari oportet, litteris  $\pi$ ,  $\pi'$  et  $\pi''$  certum praescriptum esse terminum veluti  $\frac{1}{2}$  quem transgredi nunquam debent; quare etsi hoc casu valor  $-\pi'' = \frac{1}{2}$  enormem magnitudinem pro  $\Phi$  praebet, tamen hic etiam ad valorem ipsius  $\pi$  spectari conuenit, qui cum ante iam inuentus esset  $\pi = -\Phi(k-x)$ , ideoque  $\pi = \frac{\pi''(k-x)}{m-k}$ , maxime cauendum est, ne hinc prodeat  $\pi > \pi''$ . quamobrem litteram  $k$  iam non pro lubitu augere licebit, sed eo usque tantum, quoad fiat  $k-x = m-k$ , siue  $k = \frac{m+x}{2}$ , quae positio campum duplo maiorem, quam ante, produceret, scilicet  $\Phi = \frac{\pi''}{m-k} = \frac{\pi''}{m-1}$ , quem ergo obtinere possemus, si modo marginem coloratum despiciamus. Tum autem pro eodem casu ultimi problematis forent distantiae determinatrices  $b = \frac{\pi''\alpha}{m+1}$ ;  $\beta = \infty = c$  et  $\gamma = \frac{\pi''\beta\alpha}{m+1}$  et  $d = \frac{\pi''\alpha}{m}$ ; vnde fit postremum intervallum  $\gamma+d = +9\alpha\left(\frac{\pi''}{m+1} - \frac{1}{m}\right) = \frac{8\pi''(m-1)}{m(m+1)}$  vbi adhuc  $9$  nostro arbitrio permittitur, dummodo positue capiatur; verum quia hoc modo margo coloratus praemagnus esset proditurus; huiusmodi telescopia nullo modo commendari poterunt atque hoc praeceptum etiam in posterum obseruabimus, nullaue alia telescopia exceptis tantum simplicissimis proferemus, nisi quae saltem a margine colorato sint immunia, siquidem tota haec confusio non vitari queat.

---

 LIBRI

LIBRI SECVNDI,  
DE  
CONSTRVCTIONE  
TELESCOPIORVM  
SECTIO SECVNDA.  
DE  
TELESCOPIIS SECVNDI GENERIS,  
QVAE  
LENTE OCULARI CONUEXA INSTRVCTA,  
OBIECTA SITU INVERSO REPRÆSENTANT.





CAPVT I.  
DE  
TELESCOPIIS SIMPLICIORIBVS  
SECVNDI GENERIS, EX VNICA VITRI  
SPECIE PARATIS.

Praeceptum generale.

192.

Cum in hac sectione obiectorum repraesentatio semper futura sit inuersa, hic ante omnia monendum est, in omnibus formulis generalibus supra traditis litteram  $m$ , qua multiplicatio indicatur, vbique negativae capi debere, ita, vt in illis formulis, quoties  $m$  occurrit, eius loco  $-m$  scribi oporteat.

Pro-

## Problema I.

193. Simplicissimum huius generis telescopium ex duabus lentibus eademque vitri specie construere, quod obiecta secundum datam multiplicationem  $m$  aucta situque inuerso repraesentet.

## Solutio.

Tab. III.  
Tom. I.  
Fig. 13.

Proposita multiplicatione  $m$  formulae nostrae generales statim praebent hanc determinationem:  $m = \frac{a}{b}$  vbi manifestum est,  $a$  exprimere distantiam focalem lentis obiectivae,  $b$  vero ocularis ob  $\beta = \infty$ . Cum igitur fractio  $\frac{a}{b}$  hic sit positiva, simulque harum lentium distantia  $a + b$ , utramque distantiam  $a$  et  $b$ , positivam esse oportet, ita, ut ambae lentes futurae sint conuexae et imago realis in puncto F repraesentetur, quod simul est focus communis utriusque lentis. Tum vero campi apparentis semidiameter erit  $\Phi = \frac{\pi}{m+1}$ , qui autem non conspicietur, nisi oculo in certo loco constituto cuius distantia post lentem ocularem est  $O = \frac{\pi q}{m\Phi}$  denotante  $q$  distantiam focalem lentis ocularis, quam vidimus esse  $= b$ . Cum igitur sit  $\pi = (m+1)\Phi$ ; erit haec distantia  $O = \frac{m+1}{m} q$  ideoque tantillo maior, quam  $q$ . Vt iam obiecta dato claritatis gradu adpareant, quem vocauimus  $= y$ , ita, ut  $y$  sit mensura semidiametro pupillae minor, ostensum est, aperturam lentis obiectivae tantam esse debere, ut eius semidiameter sit  $x = my$  vnde iam intelli-

telligitur, eius distantiam focalem  $p$  vel  $a$  certe minorem statui non posse, quam  $4x$ . Videamus nunc etiam quomodo hoc telescopium ratione marginis colorati futurum sit comparatum. Cum is prorsus tolli non possit, quia fieri nequit, ut sit  $0 = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi}{m\phi} = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{m+1}{m}$ ; multo minus haec confusio penitus destrui potest, cum esse deberet  $0 = \frac{dn'}{n'-1} \cdot (p+q)$ , quia  $p+q$  est distantia lentium. Eo magis autem in id est incumbendum, ut confusio primae speciei ab apertura pendens insensibilis reddatur, seu ut semidiameter huius confusiois certum quendam limitem, quem littera  $k$  indicauimus, non superet. Quare ex superioribus colligetur haec conditio:

$$+ \frac{m+1}{n'-1} (\lambda + \frac{\lambda'}{m}) < \frac{1}{kx}$$

$$\text{seu } \frac{x^2}{p^2} (\mu \lambda m + \mu \lambda') < \frac{1}{k^2}$$

unde pro distantia focali lentis obiectivae  $p = a$  hanc obtinemus conditionem;  $p > kx \sqrt[3]{(\mu \lambda m + \mu \lambda')}$  et ob  $x = my$ , erit  $p > kmy \sqrt[3]{(\mu \lambda m + \mu \lambda')}$  seu ad minimum  $p$  huic formulae aequalis capi poterit.

### COROLLARIUM I.

194. Hinc ergo statim apparet, quo maior requiratur multiplicatio, eo maiorem esse debere lentis obiectivae distantiam focalem ideoque etiam longitudinem telescopii neque id in ratione tantum simpliciter,  
*Tom. II.* B b sed

sed fere in ratione sesquitriplicata multiplicationis, scilicet ut  $m \frac{1}{2}$ , hincque ista longitudo mox tanta euadit, ut neutiquam sit verendum, ne quantitas  $p$  minor fiat, quam  $4my$ .

### Coroll. 2.

195. Numerus  $\mu$ . ab indole vitri pendet, vnde sequitur, quo minor is fuerit, eo magis longitudinem  $p$  imminui. Vidimus autem supra crescente ratione refractionis  $n$  istum numerum  $\mu$ . diminui; sed quicum formula  $\frac{dn}{n-1}$  crescit, ideoque margo coloratus augetur, praestabit vitro uti communi.

### Coroll. 3.

196. Hinc etiam intelligimus, quo maior gradus claritatis  $y$  desideretur, eo magis quantitatem  $p$  augeri debere quod etiam vsu venit, si maior distinctio requiratur, quia tum litterae  $k$  maior valor tribui deberet.

### Coroll. 4.

197. Ad longitudinem autem horum instrumentorum contrahendam plurimum interest, lentem obiectiuam ita conficere, ut fiat  $\lambda = 1$ . quippe qui huius litterae minimus est valor. Quare huic lenti eam formam tribui conueniet, quam supra in capitula de lentibus obiectiuis descripsimus.

Co-



## Coroll 5.

198. Circa lentem autem ocularem parum lucraremur si et  $\lambda' = 1$  capere vellemus, quoniam in maioribus multiplicationibus hic terminus prae primo evanescit; quin potius huic lenti eiusmodi figuram tribui necesse est, quae maximae aperturae sit capax; quoniam ab ea campus apparens potissimum pendet; quare haec sancitur regula, ut lens ocularis utrinque aequaliter convexa conficiatur, quoniam tum demum littera  $\pi$  valorem; vel etiam maiorem accipere potest. Tum vero erit

I. Pro vitro coronario seu  $n = 1.53$

$$\lambda' = 1.60006.$$

II. Pro vitro communi seu  $n = 1.55$

$$\lambda' = 1.62991.$$

III. Pro vitro denique chrysalino  $n = 1.58$

$$\lambda' = 1.67445.$$

## Scholion. I.

199. Hugenius partim theoriae satis incompletæ partim experimentis innixus distantiam focalem lentis obiectivæ quadrato multiplicationis proportionalem statuit, cui tantum abest, ut aduersari velim, ut potius in praxi eius praesertim temporis assentiar, nostra enim determinatio innititur huic rationi quod

Bb 2

facies

facies lentium ad figuram sphaericam perfecte sint formatae, quam si artifex exacte efficere posset, nullum est dubium, quin nostra forma a veritati sit consentanea, quod quidem nunc summorum artificum industriae concedendum videtur; sed quando figura lentium a sphaerica figura tantillum aberrat, notum est, vitium eo magis esse sensibile, quo maior fuerit distantia focalis lentis, cui propterea aliter occurri nequit, nisi distantiam focalem maiorem reddendo, quam secundum nostram regulam. Num autem praecise ratio duplicata inde exturgat, neutiquam affirmare licet, sed prout quaeque lens feliciori successu fuerit elaborata eo minor distantia focalis sufficit eidem multiplicationi producendae, seu potius eadem lens maiori multiplicationi producendae erit apta, quod etsi perpetuo est observandum, tamen hic assumo, lentibus non solum sphaericas figuras, sed etiam secundum datos radios tribui posse.

### Scholion. 2.

200. His autem Hugenii observationibus praecipue utemur, ad gradus tam claritatis, quam distinctionis definiendos, quibus astronomi contenti esse solent; etiam si cuique liberum relinquatur, siue maiorem siue minorem gradum eligere. Quod igitur primo ad gradum claritatis attinet, Hugenius lenti obiectivae, cuius distantia focalis = 20 ped. siue 240 digit. assignat aperturam, cuius semidiameter = 1.225 digit.

digit. eamque ad multiplicationem  $m = 89$  aptam indicat; quam rationem etiam in reliquis lentibus obiectivis observat; quare cum hic sit  $x = 1.225$  dig. et  $m = 89$  ob  $x = my$ , hinc colligimus  $y = \frac{x}{m} = \frac{1.225}{89} = \frac{1}{71}$ , quare cum supra passim assumerimus  $y = \frac{1}{75}$ , multo maiorem claritatis gradum illis instrumentis conciliauimus eumque adeo duplo maiorem.

Quod dein ad gradum distinctionis attinet littera  $k$  contentum, in allegato Hugonii exemplo perpendamus esse  $p = 240$  dig.  $m = 89$  et  $y = \frac{1}{71}$ , sumtoque  $\mu = \frac{1}{75}$  et  $\lambda = 1$ . reiectoque altero termino in formula radicali hi valores in nostra formula substituti dabunt

$$240 = 89 \cdot \frac{1}{71} \cdot k \sqrt{\frac{1}{75} \cdot 89}$$

$$\text{ergo } k = \frac{73.240}{89 \cdot \frac{1}{75}}$$

quae fractio euoluta dat  $k = 45$ . Quare cum supra passim sumserimus  $k = \frac{1}{75}$ , maiorem distinctionis gradum, quam hinc oritur, sumus complexi. Cum igitur in nostra formula  $ky$  occurrat, secundum Hugonium sufficeret, statuere  $ky = \frac{1}{75} = \frac{1}{75}$  circiter ex quo patet, si statuamus  $ky = 1$  non solum claritatis, sed et distinctionis maiorem gradum obtineri, simul vero longitudinem telescopii multo maiorem esse prodituram, quam si poneremus  $ky = \frac{1}{75}$ .

B b 3

Scho-

## Scholion 3.

201. Quoniam vitrum chryſtallinum ad huiusmodi teleſcopia ineptum eſt iudicandum, ſiquidem margo coloratus augetur, pro duabus vitri ſpeciebus, altera qua  $n = 1.53$ , altera qua  $n = 1.55$  conſtructiones hic apponamus.

Conſtructio huiusmodi teleſcopii vtraque lente ex vitro coronario  $n = 1.53$ . parata

## I. Pro lente obiectiua

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 0.6023. a \\ \text{poſter.} = 4.4131. a \end{cases}$$

$$\text{Interuallum} = \frac{n+1}{n}. a.$$

## II. Pro lente oculari

$$\text{radius vtriusque faciei} 1, 06. \frac{a}{n}.$$

Distantia oculi ab hac lente

$$= \frac{n+1}{n}. \frac{a}{n}.$$

$$\text{Semidiameter aperturæ lentis obiectiuæ} = m.y;$$

$$\text{lentis ocularis} = \frac{1}{3} \frac{a}{m}$$

$$\text{Semidiameter campi } \Phi = \frac{350}{m+1} \text{ minut.}$$

$$\text{ſumendo } a = k m y \sqrt{(0.9875 (m+1,60006))}$$

Con-

Constructio huiusmodi telescopii vtraque lente  
ex vitro communi  $n = 1.55$  parata.

I. Pro lente obiectiva

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 0.6145. a \\ \text{poster.} = 5.2438. a \end{cases}$$

$$\text{Semidiameter aperturæ} = m y$$

$$\text{Interuallum} = \frac{n+1}{n}. a$$

II. Pro lente oculari

$$\text{Radius vtriusque faciei} = 1, 10. \frac{a}{n}$$

$$\text{Semidiameter aperturæ} = \frac{1}{2} \frac{a}{n}$$

$$\text{Distantia oculi} = \frac{n+1}{n}. \frac{a}{n}$$

$$\text{Semidiam. campi appar. } \Phi = \frac{n+1}{n+1}. \text{ min.}$$

$$\text{sumendo } a = k m y \sqrt[3]{0,9381 (m + 1,62991)}$$

vbi quilibet gradum claritatis et distinctionis pro lubitu assumere potest.

Problema 2.

202. Si lens obiectiva fuerit duplicata eius generis, quod descripsimus, §. 65. constructionem telescopii describere.

Solutio.

Hic omnia, quae in praecedente problemate de multiplicatione, campo apparitione et loco oculi definitum,

vimus, manent eadem; tantum in expressione pro semidiametro confusionis inuenta numerus  $\lambda$  minorem adipiscitur valorem, ultra partem quintam unitatis imminutum; unde distantia focalis lentis obiectivae etiam minorem valorem habere poterit; id quod sine dubio tanquam insigne lucrum est spectandum, cum hoc modo longitudo instrumenti haud mediocriter contrahatur. Hic autem ad vitri speciem, ex quo lentes parantur, inprimis est attendendum, quandoquidem numerus  $\lambda$  per eam definitur, unde excluso vitro chrysellino ob rationes ante allegatas constructiones huiusmodi telescopiorum pro binis reliquis speciebus hic exhibeamus:

Constructio huiusmodi telescopii, utraque lente ex vitro coronasio, pro quo  $n = 1,53$  parata.

I. Pro lente obiectiva duplicata.

Lentis prioris  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = + 1.2047. a \\ \text{radius faciei} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{poster.} = + 8.8262. a \end{array} \right.$

Lent. posterioris  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = + 0.6464. a \\ \text{radius faciei} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{poster.} = - 1.6570. a \end{array} \right.$

Semidiameter aperturæ  $x = m y$

Internallum usque ad lentem ocularem  $= \frac{n+1}{n} a$

II. Pro lente oculari.

radius faciei utriusque  $= - 1,06. \frac{a}{m}$

Semidiameter aperturæ  $= \frac{1}{2}. \frac{a}{m}$

Distantia oculi post hanc lentem  $O = \frac{n+1}{n} \cdot \frac{a}{m}$

Hic

Hic scilicet ipsa lens obiectiua duplicata vt simplex spectatur, cuius distantia focalis sit  $= a$ , quae iam ita capi debet, vt fiat

$$a = kmy \sqrt{0,9875 (0,1951.m + 1,60006)}$$

Semidiameter vero campi apparentis est, vt ante,  $\Phi = \frac{870}{m+1}$ .

Constructio huiusmodi telescopii, utraque lente ex vitro communi,  $n = 1,55$ , parata.

I. Pro lente obiectiua duplicata.

Lentis prioris  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 1,2289.a \\ \text{radius faciei} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{poster.} = 10,4876.a \end{array} \right.$

Lentis poster.  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 0,6527.a \\ \text{radius faciei} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{poster.} = -1,6053.a \end{array} \right.$

Semidiameter aperturæ  $x = my$

Interuallum vsque ad lentem ocularem  $= \frac{m+1}{m}.a$ .

II. Pro lente oculari

radius faciei utriusque  $= 1,10. \frac{a}{m}$

Semidiameter aperturæ  $= \frac{1}{4}. \frac{a}{m}$

Distantia oculi post hanc lentem  $O = \frac{m+1}{m}. \frac{a}{m}$ .  
vbi cernetur campus, cuius semidiameter  $= \frac{870}{m+1}$  minut.

At distantia focalis ipsius lentis obiectiuae duplicatae ita capi debet, vt sit

$$a = kmy \sqrt{0,9381 (0,1918.m + 1,6299)}.$$

Tom. II.

C c

Corol.

## Corollarium 1.

203. Si ergo multiplicatio tanta sit, ut in valore ipsius  $\alpha$  postremus terminus prae altero euanescat, hoc casu distantia  $\alpha$  minor erit, quam praecedente, in ratione circiter  $\sqrt[3]{1}$ : 1. vel 1:  $\sqrt[3]{5}$  hoc est scire ut 10: 17.

## Coroll. 2.

204. Cum istae lentes duplicatae ex principio minimi sint deductae, eo magis sunt ad praxin accommodatae, cum metuendum non sit, ut exigui errores ab artifice commissi effectum perturbent, quod maxime esset metuendum, si reliquas lentes compositas, quae quidem perfectae sunt vocatae, loco obiectiuas substituere vellemus.

## Scholion.

205. Quo clarius appareat, quantum lucrum hinc sit expectandum, accommodemus ambos casus ad datam multiplicationem, puta,  $m = 100$ , ubi quidem solum vitrum commune consideremus. Si igitur I.) lente obiectiua simplici utamur, distantia focalis  $\alpha$  ita accipi debet, ut sit

$$\alpha = 100. ky \sqrt[3]{0,9381. 101,6299.}$$

$$\alpha = 100. ky. 4,5684$$

vnde



vade si cum Hugenio capiatur

$ky = \frac{1}{2}$  dig. prodit

$$\alpha = 285 \frac{1}{2} \text{ dig.} = 23 \text{ ped. } 9 \frac{1}{2} \text{ dig.}$$

si autem II) utamur lente obiectiua duplicata, habebimus

$$\alpha = 100 \text{ ky } \sqrt[3]{0.9381 (20, 8099)}$$

$$\alpha = 100. \text{ ky. } 2, 6926;$$

sumtoque iterum  $ky = \frac{1}{2}$  dig. erit

$$\alpha = 168 \frac{1}{2} \text{ dig.} = 14 \text{ ped. } \frac{1}{2} \text{ dig.}$$

haec certe contractio ante hac maximi momenti foret visa; nunc autem cum multo adhuc breuiora telescopia desideremus, non admodum notatu digna videbitur, quod etiam eueniet in casu sequentis problematis, ubi lentem obiectiuam triplicatam faciemus.

### Problema 3.

206. Si lens obiectiua fuerit triplicata, quam §. 66. descripsimus, telescopii constructionem describere.

### Solutio.

Omnia manent, vt ante, nisi quod pro hac lente triplicata futurum sit  $\lambda = \frac{2-17}{27}$ ; vnde considerando tantum vitrum commune, pro quo  $n = 1.55$  lentis huius obiectiuae distantia focalis  $a$  ita defini debet,

C c 2

vt

vt sit  $\alpha = k m y \sqrt[3]{0,9381 (0,0422 m + 1,6299)}$   
hinc igitur sequenti modo. talia telescopia erunt con-  
struenda:

Constructio huiusmodi telescopii, vtraque lente  
ex vitro communi, pro quo  $n = 1,55$  parata.

I. Pro lente obiectiua triplicata.

Lentis primae  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 1.8433. \alpha \\ \text{radius faciei.} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{poster.} = 15.7315. \alpha \end{array} \right.$

Lentis secundae  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 0.9790. \alpha \\ \text{radius faciei} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{poster.} = -2.4079. \alpha \end{array} \right.$

Lentis tertiæ  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = +13.5024. \alpha \\ \text{radius faciei.} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{poster.} = -8.0481. \alpha \end{array} \right.$

Eius aperturæ semidiameter  $x = m y$ . Interval-  
lum usque ad lentem ocularem  $= \frac{n+1}{n} \cdot \alpha$ .

II. Pro lente oculari.

radius faciei vtriusque  $= r, 10. \frac{\alpha}{m}$

eius aperturæ semidiameter  $= \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha}{m}$

Distantia oculi  $= \frac{n+1}{m} \cdot \frac{\alpha}{m}$

campique apparentis semidiameter  $\Phi = \frac{n+1}{m+1}$  minut.

Ipſa autem lentis obiectiuæ distantia focalis tan-  
ta accipi debet, vt sit.

$\alpha = k m y \sqrt[3]{0,9381 (0,0422 m + 1,6299)}$  ..  
Co-

## Coroll. 1.

207. Si ergo multiplicatio statuatur  $m = 100$ , capi poterit

$$\alpha = 100 \, ky \sqrt[3]{0,9381(5,8499)}$$

$$\text{siue } \alpha = 100. \, ky. 1,7639$$

sumtoque  $ky = \frac{1}{2}$  dig.

$$\alpha = 110 \frac{1}{2} \text{ dig.} = 9 \text{ ped. } 2 \frac{1}{2} \text{ dig.}$$

sicque longitudo totius telescopii usque ad oculum prodibit

$$\left(\frac{m+1}{m}\right)^3. \alpha = 117, \frac{1}{2} \text{ dig.} = 9. \text{ ped. } 4 \frac{1}{2} \text{ dig.}$$

## Coroll. 2.

208.. Quod ad gradum claritatis  $y$  attinet, quoniam hic plures sunt lentes per quas radijs est trans-eundum, eorumque ideo maior iactura metuenda etiamsi maiorem claritatem non requiramus, quam Hugenius; tamen ipsi  $y$  maior valor tribui debet, quam  $\frac{1}{17}$ ; quare retento valore  $k$  longitudo telescopii maior prodibit.

## Scholion.

209: Haec vltima cautela maximi est momenti et semper probe obseruanda quoties maiore lentium numero vtemur, atque hac occasione haud abs-re erit: eorum telescopiorum ex Anglia allatorum,

Cc 3.

quae

quae nocturna sunt appellata, mentionem facere; circa quae primum obseruo, eorum vsum in summis tenebris plane fore nullum sed tantum tempore crepusculi vel lucente Luna ea adhiberi solere ad obiecta non nimis longinqua spectanda. Totum autem mysterium quod in his telescopiis plerique quaeſiuerunt, huc redit, vt iis summus claritatis gradus concilietur, seu vt litterae  $y$  semidiameter ipsius pupillae tribuatur, siue circiter statuatur  $y = \frac{1}{11}$  dig. siquidem tum claritas visa tricies sexies maior sentietur, quam si ſumeretur  $y = \frac{1}{11}$ . Quare ne haec telescopia nimis fiant longa multo minori multiplicatione nos contentos esse oportet. Ad hunc autem scopum multiplicatio  $m = 10$  plus quam sufficiens esse solet. Si enim noctu obiecta longinqua quasi nobis decuplo essent propiora eaq̃ue eodem claritatis gradu aspicere, licebit atque nudis oculis, plus certe desiderari non poterit.

#### Problema 4.

210. Si denique lens obiectiua fuerit quadruplicata, secundum principia §. 154. libro superiore tradita constructa, telescopii constructionem describere.

#### Solutio.

Hic denuo omnia manent, vt ante, sed quod hic in primis notatu dignum occurrit, est quod in formula pro distantia focali  $a$  resultante scilicet

$a =$

$$\alpha = kmy \sqrt{\mu \left( \frac{1-\mu}{1+\mu} m + \lambda'' \right)}$$

valor numeri  $\lambda$  prodeat negatiuus ideoque certo casu tota confusio euanesceat; qui casus maxime meretur, vt omni diligentia euoluatur. Sumamus igitur omnes istas lentes ex vitro communi pro quo  $n = 1,55$  esse confectas lentemque ocularem vitrinque vt haecenus, aequae conuexam formari atque habebimus  $\lambda = \frac{1-\mu}{1+\mu} = -0,010216$  et  $\lambda'' = 1,6299$  vnde intelligitur semidiametrum confusionis prorsus in nihilum abire, si capiatur

$$m = \frac{1,6299}{0,010216} = 159 \frac{1}{2}.$$

Pro hoc ergo casu quantitas  $\alpha$  non amplius ex hac formula sed vnice ex apertura, quam gradus claritatis postulat, determinabitur; si enim pro gradu claritatis in genere sumamus  $y$ , semidiameter aperturae debet esse  $= my$ , vnde distantia  $\alpha$  tanta accipi debet, vt pro radiis singularum facierum tantam aperturam recipere possit. Quare si  $\alpha$  etiam nunc vt quantitatem indefinitam spectemus, constructio Telescopii ita se habebit.

Constructio huiusmodi Telescopii lentibus ex vitro communi paratis.

#### I. Pro lente obiectiua quadruplicata.

Lentis      § anter. = 2. 4580.  $\alpha$   
 Primae rad. fac. § poster. = 20. 975.  $\alpha$

Secun-

$$\text{Secundae rad. fac. } \left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 1.305. \alpha \\ \text{poster.} = -3.2108. \alpha \end{array} \right.$$

$$\text{Tertiae rad. fac. } \left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 0.8887. \alpha \\ \text{poster.} = -1.4917. \alpha \end{array} \right.$$

$$\text{Quartae rad. fac. } \left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 0.6733. \alpha \\ \text{poster.} = -0.9708. \alpha \end{array} \right.$$

Semidiameter aperturæ  $x = my$ .

Interuallum vsque ad lentem ocularem  $= \frac{m+1}{m}. \alpha$ .

## II. Pro lente oculari.

Radius vtriusque faciei  $= 1, 10. \frac{\alpha}{m}$ .

Semidiameter aperturæ  $= \frac{1}{2}. \frac{\alpha}{m}$ .

Distantia oculi  $= \frac{m+1}{m}. \frac{\alpha}{m}$ .

Campique visi Semidiam.  $= \frac{150}{m+1} \text{ min.}$

Hic autem in genere capi deberet

$$\alpha \approx kmy \sqrt[3]{0.9381(-0.010216.m + 1.6299)}$$

nisi valor hinc prodiens minor fuerit, quam vt præs-  
cripta apertura  $x = my$  locum habere possit, id quod  
potissimum pro  $m = 159 \frac{1}{2}$  eueniet.

Pro quo radii facierum modo exhibiti perpendi  
debent, inter quos minimus cum sit  $0,6733. \alpha$ , hu-  
ius pars quarta  $0,1683. \alpha$ , seu fere  $\frac{1}{2} \alpha$  determinabit  
semidiametrum aperturæ, qui cum ob  $m = 159 \frac{1}{2}$  sit

159  $\frac{1}{2}$   $y$  capi debebit  $\alpha > 6$ . 159  $\frac{1}{2}$   $y$  seu  $\alpha > 957. y$   
 si igitur sumamus  $y = \frac{1}{10}$  dig. capi debebit  $\alpha > 19 \frac{7}{10}$  dig.  
 quocirca statuamus  $\alpha = 20$ . dig. Sumtaque multi-  
 plicatione  $m = 160$  habebimus hanc specialissimam  
 constructionem.

Constructio Telescopii pro multiplicatione  $m = 160$ ,  
 lentibus e vitro communi  $n = 1,55$  confectis.

I. Pro lente obiectiua quadruplicata.

Lentis

|                    |                                                                                                                                 |
|--------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Primae rad. fac.   | $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = + 49, 16 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = + 419, 50 \text{ dig.} \end{array} \right.$ |
| Secundae rad. fac. | $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 26, 10. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = - 64, 21 \text{ dig.} \end{array} \right.$   |
| Tertiae rad. fac.  | $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 17, 77. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = - 29, 83, \text{ dig.} \end{array} \right.$  |
| Quartae rad. fac.  | $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 13, 47 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = - 19, 42 \text{ dig.} \end{array} \right.$    |

Eius aperturæ semidiameter  $x = my = 3, 2$  dig.  
 Interuallum vsque ad lentem ocularem  $= 20 \frac{1}{2}$  dig.

II. Pro lente oculari.

Radius vtriusque faciei  $= 0, 1375$ . dig.  
 eiusque semidiameter aperturæ  $= \frac{1}{2}$  dig.  
 distantia oculi  $= 0, 1258$  dig.  
 ita vt sit tota telescopii longitudo  $= 20 \frac{1}{2}$  dig.  
 campique visi semidiameter  $= 5' 21''$ .

Tom. II.

D d

Co-

## Coroll. 1.

211. Si multiplicationem minorem statuissimus, longitudo telescopii maior prodisset. Si enim statuamus  $m = 50$  litteraeque & etiam valorem 50 tribuamus, prodiret  $\alpha = 50 \sqrt{0,9381.1,1189}$ . seu  $\alpha > 50,81$  ideoque plusquam duplo maior, quam casu  $m = 160$  quod certe ingens est paradoxon.

## Coroll. 2.

212. Si artifex in constructione lentis obiectione tantillum aberret, eius error valorem numeri  $\lambda$  tantum paulisper augebit, quia ille valor  $\lambda = -0,010216$  omnium est minimus, si enim ob hos errores  $\lambda$  particula  $\frac{1}{1000}$  augeatur, prodit  $\lambda = -0,000784$  ita, ut tum ista lens quadruplicata ad maiorem multiplicationem producendam sit apta; quod paradoxon priori non cedit.

## Scholion 1.

213. Neque hic neque in praecedentibus definiuimus cuiusmodi mensuram digitorum intelligamus. An sint Parisini an Londinenses, an Rhenani etc. Verum consultum potius est, hanc mensuram prorsus indeterminatam relinquere. Quodsi enim causam dubitandi habeamus, lentes secundum regulas praescriptas accurate esse elaboratas, maxime e re erit, maiorem mensuram pro digitis adhibere. Sin autem de executione plane sumus certi, mensura digitorum minore tuto



tuto vti poterimus. Semper autem praxi consulendo vtile erit, maiorem digitorum mensuram adhibere; atque adeo ipsa ratio, quae nos ad digitorum mensuram perduxit, hoc suadet; haec enim ratio ex apertura pupillae nobis est nata, quam in partibus digiti expressimus. Cum igitur ipsa pupilla tantopere sit mutabilis, vt nihil plane certi de ea statui possit, manifestum est, tantum abesse, vt nobis certa quaedam mensura sit praescripta, vt nobis potius liberum sit, eam siue augendo siue minuendo notabiliter immutare.

## Scholion 2.

214. Haecenus ostendimus, quemadmodum lentibus compositis loco obiectivae adhibendis haec tele-  
scopia non mediocriter contrahi queant. Verum hoc modo nullum plane augmentum campo apparenti inducitur. Iam dudum autem est observatum, campum quoque apparentem non mediocriter augeri posse, si etiam lens ocularis siue duplicetur, siue adeo triplicetur. Cum enim campus apparens inprimis ab apertura lentis ocularis pendeat, quam ob causam etiam huic lenti figuram vtrinque aequalem tribuimus, vt maioris aperturae capax redderetur: evidens est, si hanc lentem ita instruere liceret, vt adhuc maiorem aperturam recipere posset, campum apparentem in eadem ratione auctum iri. Quo hoc clarius perspicatur, ponamus lentis ocularis distantiam focalem esse vnus digiti, ita, vt aperturam admittat, cuius semi-

D d 2

dia-

diameter  $= \frac{1}{2}$  dig. Iam satis manifestum est, si eius loco binæ lentes inter se iunctæ quarum vtriusque distantia focalis  $= 2$  dig. substituantur; tum illius lentis compositæ distantiam focalem quoque fore vnius digiti, sed hanc lentem compositam duplo maiorem aperturam esse admissuram, siquidem vtraque faciebus inter se æqualibus constet, ideoque aperturam admittat cuius semidiameter dimidii digiti atque hoc modo campus apparens duplicabitur. Simili modo si loco eius lentis ocularis simplicis substituantur ternæ lentes, quarum singularum distantia focalis sit trium digitorum, idem effectus ratione multiplicationis obtinebitur, sed quia aperturam triplo maiorem admittunt, campus triplicabitur. Haec autem omnino digna sunt, vt accuratius ex nostris principiis explicentur atque imprimis influxum huiusmodi lentium compositarum, quo confusionem afficiunt, determinemus.

### Problema 5.

215. Si lens ocularis duplicetur, vt semidiameter campi apparentis duplo maiorem valorem nanciscatur, constructionem huiusmodi telescopii describere.

### Solutio.

Cum hic telescopium reuera tribus constet lentibus, quarum binæ posteriores sibi immediate sunt iunctæ; hæc inuestigatio ex casu trium lentium est re-

reperenda. Primo igitur pro multiplicatione habebimus  $m = -\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\beta}{c}$  vbi cum esse debeat interuallum  $\beta + c = 0$ , erit  $c = -\beta$  ideoque  $\frac{\beta}{c} = -1$  vnde fit, vt haecenus,  $m = \frac{\alpha}{\beta}$  seu  $b = \frac{\alpha}{m}$ ; tum vero posuimus  $\beta = B b = \frac{B\alpha}{m}$  ideoque etiam  $c = -\frac{B\alpha}{m}$ , quae cum sit distantia focalis postremae lentis ob  $\gamma = \infty$  si secunda lens ipsi iuncta parem haberet distantiam focalem foret  $\frac{b\beta}{b+\beta} = c$ , siue  $\frac{B\alpha}{m(1+B)} = -\frac{B\alpha}{m}$ , hincque  $B = -2$  sed praestet haec ex nostris principiis deducere; quia enim campi apparentis semidiameter nunc est  $\Phi = \frac{\pi - \pi'}{m+1}$  vt hic duplo maior fiat, quam casu praecedente debet esse  $-\pi = \pi'$ , vt fiat  $\Phi = \frac{\pi}{m+1}$ . Ex principiis autem superioribus colligimus  $\frac{\Phi \pi - \beta}{\Phi} = \frac{\alpha}{\beta} = m$  vnde fit  $\beta \pi = (m+1)\Phi$ , ideoque  $\beta = 2$  hincque  $B = -2$  ita, vt postremae lentes fiant inter se aequales. Hoc autem valore inuento pro semidiametro confusio-  
nis habebimus

$$\frac{\pi \pi'}{2\pi'} \cdot \mu \left( \lambda + \frac{\sigma}{\Phi} \left( \frac{\lambda'}{\Phi^2} + \frac{\pi'}{B} \right) - \frac{\lambda''}{B \cdot m} \right)$$

vbi est  $p = \alpha$ ,  $q = \beta b = \frac{\alpha}{m}$  ita, vt haec expressio abeat in istam

$$\frac{\mu \pi \pi'}{2\pi'} \left( \lambda + \frac{1}{m} \left( \frac{\lambda'}{4} - \frac{\pi'}{2} \right) + \frac{\lambda''}{2m} \right).$$

Nunc autem probe notandum est, has duas lentes posteriores assumtam aperturam vt fiat  $\pi = \frac{1}{2}$  admittere non posse nisi vtraque sibi vtrinque reddatur aequalis. Ex qua conditione si quidem vitro com-

Dd 3

muni

muni utamur, pro quo  $n = 1,55$ , pro lente tertia erit, uti vidimus,  $\lambda'' = 1.6299$ . Quemnam autem valorem numerus  $\lambda'$  sit habiturus, ex supra allatis definire poterimus, cum sit  $\sqrt{\lambda' - 1} = \frac{\sigma - \varepsilon}{17} \cdot \frac{1 - \beta}{1 - \beta}$   
 $= \frac{1(\sigma - \varepsilon)}{17}$  vnde fit  $\lambda' = 1 + \frac{(\sigma - \varepsilon)^2}{17^2}$  quare cum fuerit  $\lambda'' = 1 + \frac{(\sigma - \varepsilon)^2}{17^2} = 1.6299$  erit  $\frac{(\sigma - \varepsilon)^2}{17^2} = 0.6299$   
 ideoque  $\lambda' = 6,6691$ . ex quo obtinemus  $\lambda' - 1 = 5,509$  hincque confusionis pars ex secunda lente orta fit  $\frac{0,7754}{m}$   
 dum pars ex tertia lente orta est  $\frac{0,7754}{m}$  sicque tota nostra lens ocularis duplicata producet in expressione confusionis partem  $= \frac{0,7754}{m}$ . Posito igitur illo semidiametro  $= \frac{1}{\lambda'}$  colligemus distantiam focalem lentis obiectivae

$$\alpha = k m y \sqrt{0,9381 (\lambda m + 0,9791)}$$

ob  $x = m y$ , ubi  $\lambda$  indefinitum relinquo, ut etiam lens obiectiva pro lubitu siue simplex siue duplicata siue triplicata siue etiam quadruplicata assumi queat. Binac autem lentes posteriores inter se aequales fient et utrinque aequae conuexae, radio conuexitatis existente  $= \frac{7,10 \cdot \alpha}{m}$ . Oculi vero distantia post hanc lentem reperitur  $O = \frac{m \cdot r}{\phi} = \frac{\pi r}{m \phi}$ ; quia nunc est  $r = \frac{\pi}{m}$  et  $\frac{\pi}{\phi} = \frac{m + 1}{2}$  erit  $O = \frac{m + 1}{m} \cdot \frac{\alpha}{m}$  prorsus ut ante; tum autem campi apparentis semidiameter erit  $= \frac{1,715}{n + 1}$  minut.

Co-

## Coroll. 1.

216. Hinc ergo patet, si lens ocularis hac ratione duplicetur, eius effectum in confusione augenda minorem esse futurum, quam si haec lens esset simplex.

## Coroll. 2.

217. Operae pretium erit pro hoc casu in marginem coloratum inquirere pro quo diuisione per  $\frac{d\pi}{\pi-1}$  facta haec in superioribus occurrit aequatio

$$0 = \frac{\pi b}{\phi} - \frac{\pi'}{m\phi} = \frac{\pi}{\phi} \cdot \frac{2}{m}$$

cum nunc sit  $\frac{\pi}{\phi} = \frac{m+1}{2}$  haec quantitas, quae euanescere deberet, sit  $\frac{m+1}{2}$  prorsus ut ante inuenimus pro lente oculari simplici, ita, ut hinc pro margine colorato nihil amplius sit metuendum.

## Coroll. 3.

218. Omnes igitur formulae supra allatae pro constructione telescopiorum siue lens obiectiua fuerit simplex siue multiplicata, etiam hic locum obtinere possunt, si modo loco lentis ocularis simplicis huiusmodi lens duplicata substituatur, cuius singulae facies secundum radium duplo maiorem sunt elaborandae; tum vero etiam in valore distantiae  $a$  post signum radicale loco numeri 1,6299 scribatur hic numerus 0,9791 atque tum campi apparentis semidiameter duplo euadet maior. Vix autem opus est, in formu-

la

la pro  $\alpha$  istam correctionem facere, quia tantum de limite sermo est, infra quem  $\alpha$  accipi non oportet.

### Scholion.

219. Hic autem in primis considerari meretur casus, quo lens obiectiua est quadruplicata siue  $\lambda = -0,010216$  et multiplicatio tanta accipitur, vt confusio penitus euanescat, quod fit si fuerit  $m = \frac{0,761}{0,010216} = 95+$ , quare capi potest  $m = 96$  et si pro gradu claritatis capiatur  $y = \frac{1}{4}$  dig. semidiameter aperturæ lentis obiectiuae debet esse  $= my = 2$  vnde  $\alpha$  facile definitur; supra enim vidimus, hanc lentem quadruplicatam maiorem aperturam non admittere, quam cuius semidiameter sit  $\frac{1}{4} \alpha$ , vnde posito  $\frac{1}{4} \alpha = 2$  dig. fiet  $\alpha = 8$  dig. ex quo sequens habebitur constructio.

Constructio Telescopii pro multiplicatione  $m = 96$ , lentibus ex vitro communi, pro quo  $n = 1,55$  confectis.

#### I. Pro lente obiectiua quadruplicata.

##### Lentis

Primæ rad. fac.  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 29,50 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 251,70 \text{ dig.} \end{array} \right.$

Secundæ rad. fac.  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 15,66 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -38,53 \text{ dig.} \end{array} \right.$

Ter-

$$\text{Tertiae rad. fac. } \left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 10, 66. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -17, 90. \text{ dig.} \end{array} \right.$$

$$\text{Quartae rad. fac. } \left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 8, 03. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -11, 65. \text{ dig.} \end{array} \right.$$

Eius aperturæ semidiameter = 2 dig.

Interuallum vsque ad lentem ocularem = 12  $\frac{1}{2}$ . dig.

## II. Pro oculari duplicata

lentis vtriusque radius faciei vtriusque = 0, 275 dig.

Eius aperturæ semidiameter =  $\frac{1}{16}$  dig.

Distantia oculi = 0. 126 dig.

ita, vt sit longitudo tota = 12, 251. dig.

campi autem apparentis semidiameter =  $\frac{1711}{97}$  minut  
= 17 min. 43 sec.

## Problema 6.

220. Si lens ocularis fuerit triplicata, vt semidiameter campi reddatur triplo maior, telescopii constructionem describere.

## Solutio.

Quia hic quatuor lentes sunt considerandæ formula pro multiplicatione erit  $m = \frac{a}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d}$  et quia ternæ posteriores sibi immediate iunguntur, fiet  $\beta + c = 0$ ; et  $\gamma + d = 0$ , vnde sequentes prodeunt

Tom. II,

E c

deter-

determinationes  $b = \frac{\alpha}{m}$ ;  $\beta = B b = \frac{B\alpha}{m}$ ,  $c = -\frac{B\alpha}{m}$ ;  
 $\gamma = C c = -\frac{BC\alpha}{m}$  et  $d = \frac{BC\alpha}{m}$ ; formula autem pro  
 campo apparente est  $\Phi = \frac{\pi - \pi' + \pi''}{m + 1}$ , qui ut triplo fiat  
 maior, quam supra, statui debet  $\pi' = -\pi$ , et  $\pi'' = \pi$ ;  
 tum enim erit  $\Phi = \frac{1\pi}{m+1}$ , ita, ut sit

$$\pi = -\pi' = \pi'' = \frac{m+1}{3} \cdot \Phi$$

Pro his autem litteris formulae nostrae sunt

$$\frac{\Phi \pi - \Phi}{\Phi} = \frac{\alpha}{b} = m$$

$$\frac{\Phi \pi' - \pi + \Phi}{\Phi} = \frac{B\alpha}{c} = -m$$

vbi substitutis valoribus ipsius  $\pi$  et  $\pi'$  habebitur

$$\frac{\Phi(m+1)}{3} - 1 = m \text{ et } B = 3 \text{ hincque } B = -\frac{1}{3}$$

Deinde  $+\frac{1}{3}; C + \frac{1}{3} = 1$ , et  $C = 2$  hincque  $C = -2$ ,  
 sicque trium lentium postremarum distantiae focales  
 erunt

$$\text{Idae. } B b = \frac{1\alpha}{m};$$

$$\text{IIItiae. } C c = \frac{1\alpha}{m};$$

$$\text{IVtae. } d = \frac{1\alpha}{m};$$

ita, ut hae tres lentes fiant inter se aequales; distan-  
 tia vero determinatrices erunt

$$b = \frac{\alpha}{m}; \beta = -\frac{1}{3} \cdot b = -\frac{1\alpha}{3m}$$

$c =$



$$c = \frac{r\alpha}{am}; \quad \gamma = -2c = -\frac{r\alpha}{m}$$

$$d = \frac{r\alpha}{m}.$$

Substituamus hos valores in formula pro semidiametro confusionis, quae fiet

$$\frac{\mu m x^2}{a p^3} \left\{ \lambda + \frac{q}{8 \cdot p} \left( \frac{\lambda'}{8} + \frac{v}{8} \right) + \frac{\lambda''}{8 \cdot C \cdot a \cdot m} \right.$$

quae ob  $p = a$ ,  $q = \frac{r\alpha}{m} = r$  abit in hanc formam:

$$\frac{\mu m x^2}{4 a^3} \left\{ \lambda + \frac{1}{am} \left( \frac{\lambda'}{8} - \frac{2v}{1} \right) + \frac{\lambda''}{27 \cdot m} \right.$$

vbi pro  $\lambda'$ ,  $\lambda''$ ,  $\lambda'''$  numeri idonei sunt quaerendi. Quia autem volumus, vt quaevis harum lentium maximam admittat aperturam, quod fit, si litteris  $\pi$ ,  $\pi'$ ,  $\pi''$  valor  $= \frac{1}{2}$  tribui possit, necesse est, vt quaelibet earum sit vtrunque aequaliter conuexa, id quod eueniet, si statuatur

$$\mathcal{V}(\lambda''' - 1) = \frac{\sigma - \rho}{2\tau}; \quad \mathcal{V}(\lambda'' - 1) = \frac{\sigma - \rho}{2\tau} \cdot \frac{c - \gamma}{c + \gamma}$$

$$\text{et } \mathcal{V}(\lambda' - 1) = \frac{\sigma - \rho}{2\tau} \cdot \frac{b - \beta}{b + \beta} \text{ ideoque}$$

$$\mathcal{V}(\lambda'' - 1) = +\frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma - \rho}{2\tau}$$

$$\mathcal{V}(\lambda' - 1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma - \rho}{2\tau}$$

Cum igitur sit, vt supra est ostensum,

$$\lambda''' = 1 + \left( \frac{\sigma - \rho}{2\tau} \right)^2 = 1,6299$$

erit  $\left( \frac{\sigma - \rho}{2\tau} \right)^2 = 0,6299$ , ex quo valore colligimus

Ecce

$$\lambda'' =$$

$$\lambda'' = 1 + 9.(0,6299) = 6,6691;$$

$$\text{et } \lambda' = 1 + 25(0,6299)$$

$$\text{feu } \lambda' = 16,7477.$$

Cum iam pro vitri specie proposita pro qua  $n = 1,55$ , sit  $\mu = 0,9381$  et  $\nu = 0,2326$ , nunc poterimus partem assignare, quam haec lens ocularis triplicata in formulam pro confusione infert, quippe in quo cardo rei versatur. Reperietur autem

$$\frac{\lambda'}{\nu} - \frac{1}{\nu} = 1,7058; \text{ et}$$

$$\frac{1}{2m} \left( \frac{\lambda'}{\nu} - \frac{1}{\nu} \right) = \frac{0,1616}{m}$$

$$\text{et } \frac{\lambda''}{\nu} - \frac{1}{\nu} = 1,5509$$

$$\text{et totus terminus} = \frac{0,5302}{m}$$

$$\text{et } \frac{\lambda''}{27 \cdot m} = \frac{0,0602}{m}$$

vnde pars a tota lente oculari orta erit  $= \frac{0,5116}{m}$

ita, ut sit tota expressio

$$\frac{\mu \cdot x^2}{4a^2} (\lambda m + 0,8586)$$

sumto igitur  $x = my$  positaque hac formula  $= \frac{1}{2a^2}$ , determinabimus lentis obiectivae distantiam focalem  $= a$ , ut sit

$$a = kmy \sqrt{0,9381(\lambda m + 0,8586)}$$

sive maius.

Inter-

Interuallum porro inter lentem obiectiuam et ocularem est

$$a + b = \frac{m+1}{m} \cdot a$$

Et cum tres lentes ocularem constituentes sint inter se aequales et vtrique aequaliter conuexae ob cuiuslibet distantiam focalem  $= \frac{1}{m}$ , radius singularum facierum erit  $= 3, 30 \frac{a}{m}$ , ipsius huius lentis triplicatae distantia focali existente  $= \frac{a}{m}$  et semidiametro aperturae  $= \frac{1}{4} \cdot \frac{a}{m}$ . Pro distantia oculi autem post hanc lentem reperitur  $O = \frac{\pi''}{\pi} \Phi$ , quae ob  $\pi'' = \frac{m+1}{2} \Phi$  et  $s = \frac{1}{m}$  fiet  $O = \frac{m+1}{m} \cdot \frac{a}{m}$  prorsus, vt ante, at campi apparentis semidiameter erit

$$\Phi = \frac{1+159}{m+1} \text{ minut} = \frac{257}{m+1} \text{ min.}$$

### COROLL. I.

221. Circa lentem obiectiuam hic nihil definimus, et ea pro lubitu siue simplex, siue duplicata, siue triplicata, siue etiam quadruplicata statui potest, atque etiam regulae constructionis manent eadem, vt ante; dummodo quantitas  $a$  ex formula hic data definiatur.

### COROLL. 2.

222. Eodem etiam modo, quo ante, ostendi potest, haec telescopia non magis margini colorato esse obnoxia, quam praecedentia, neque enim duabus len-

E e 3

tibus,

tibus, ad quem casum omnia haec telescopia referre licet, margo coloratus tolli potest.

### Scholion.

223. Simili modo etiam lens ocularis quadruplicari posset, ita, vt semidiameter campi quadruplo maior redderetur, at hanc inuestigationem non ulterius prosequor, quoniam si plures lentes adhibere velimus, iis insuper alia commoda telescopiis induci possunt, quemadmodum in sequentibus docebimus. Hic scilicet tantum simplicissimam horum telescopiorum speciem sumus contemplati, quae non nisi duabus lentibus, altera obiectiua, altera oculari, constare est censenda, etiamsi pro vtraque lentibus compositis vti liceat; quin etiam ambas has lentes ex eadem vitri specie factas assumimus atque etiam in sequente capite unicam vitri speciem adhibebimus vt intelligatur, ad quamnam perfectionis gradum haec telescopia euehi queant, ante quam vitri species diuersas in subsidium vocemus. Probe enim distinguendae sunt eae perfectiones, quae vnica vitri specie obtineri possunt, ab iis, quae diuersas species postulant; quo pacto ista tractatio magis perspicua reddetur. Hic autem adhuc meminisse oportet, qua ratione haec instrumenta ab alio insigni incommodo lierare conueniat, quod in eo consistit, quod saepenumero etiam radii peregrini, qui scilicet non ab obiecto spectando sunt profecti, in tubum intrent atque visionem non mediocriter perturbent.

bent. Quemadmodum igitur tales radii peregrini arceri debeant, in sequenti problemate ostendemus.

### Problema 7.

224. Constructis his lentibus ac tubo insertis, radios peregrinos, qui per lentem obiectiuam in tubum ingrediuntur arcere, ne in oculum incident et visionem turbent.

### Solutio.

Hunc in finem quandoque solet tubus aliquantillum diuergens lenti obiectivae praefigi, ut radii a lateribus aduenientes intercipientur; simul vero haec diuergentia tanta esse debet, ut radiorum ab obiecto versus lentem obiectiuam emissorum nulli excludantur; id quod fit, si diuergentia semidiametro campi fiat aequalis. Interim tamen hoc modo non omnes radii alieni ab introitu in obiectiuam arcantur; quare ne iis parietes tubi intus illuminentur; necesse est, ut tubi interna superficies ubique colore nigro obducatur, quod etiam de tubo praefixo est intelligendum. Neque tamen hoc prorsus sufficit, cum etiam color nigerimus cuiuspiam illuminationis sit capax atque ob hanc causam diaphragmata seu septa his tubis inferi solent, pertusa foraminibus, quae maiora esse non debent, quam transitus radiorum ad visionem necessarium postulat, id quod commodissime fiet, in ipso loco imaginis  $F\zeta$ , ubi omnes isti radii in spatium arctissimum sunt redacti. In hoc ergo loco huiusmodi diaphragma seu orbis circularis pariter nigerri-

mus

mus constitutur, cuius foramen praecise sit aequale magnitudini imaginis, quam oculo cernere licet, hocque modo radiis peregrinis omnis accessus ad lentem ocularem pracludetur, et si qui forte eo pertingant non ita refringentur, vt in oculum ingredi possint.

### Corollarium.

225. Ad quantitatem huius foraminis definendam consideretur semidiameter campi apparentis  $\Phi$  et cum semidiameter imaginis  $F\zeta$  sit  $= a\Phi$  hic simul capiatur pro semidiametro foraminis.

### Coroll. 2.

226. Quo maior ergo fuerit campus apparens, eo maiore opus erit foramine, quo diaphragma pertundatur. Ita in exemplo ultimo §. 219. allato cum sit  $a = 12$  dig. et  $\Phi = 17$  min. 43 sec. seu in partibus radii  $\Phi = \frac{1}{1.67}$  semidiameter istius foraminis debet esse  $\frac{6}{17}$  dig. siue circiter  $\frac{1}{17}$  dig. ita, vt eius diameter adaequet  $\frac{1}{8}$  dig.

### Scholion.

227. In tubis astronomicis ad hoc genus referendis hoc ipsum diaphragma etiam micrometro siue filis tenuissimis per hoc spatium dispositis, instrui solet, quae cum in ipso loco imaginis sint extensa, cum ea se quasi confundunt et oculo aequae distincte atque ipsa imago repraesentabuntur; vnde astronomi veram quantitatem obiecti distantiamque eius partium diiudicare solent.

---

SECTION-

# SECTIONIS SECVNDÆ.

## CAPVT II.

DE

VLTERIORI HORUM TELESCO-  
PIORUM PERFECTIONE, QUAM QUIDEM VNI-  
CAM VITRI SPECIEM ADHIBENDO  
ASSEQUI LICET.

### Problema 1.

228.

**S**i inter lentem obiectiuam et ocularem in ipso loco  
imaginis noua lens constituatur; inquirere in com-  
moda, quae eius ope telescopio conciliare licet.

### Solutio.

Quia igitur casum trium lentium habemus mul-  
tiplicatio  $m$  statim praebet  $m = -\frac{a}{o} \cdot \frac{\beta}{c}$  vbi cum esse  
debeat interuallum inter lentem primam et secundam  
 $= a$ , sit  $b = o$ , ideoque  $\beta = B b = o$  nisi forte  
 $B = \infty$ . Quo autem hinc valorem ipsius  $B$  definire  
qucamus, eius distantiam focalem in computum intro-  
ducamus.

Tom. II.

F f

duca-

ducamus, quae sit  $= q$ , ita, vt iam habeamus  $q = \frac{b\beta}{b+\beta}$ , ex qua aequatione colligemus  $\beta = \frac{b\gamma}{b-\gamma} = 0$ , vnde valorem litterae B consequimur, scilicet  $B = \frac{\beta}{b} = -1$  hincque  $\mathfrak{B} = \infty$ . Quoniam igitur tam  $b$ , quam  $\beta = 0$ , ita tamen, vt sit  $\frac{\beta}{b} = -1$  erit  $m = \frac{a}{c}$  ideoque  $c = \frac{a}{m}$ , vbi  $c$  denotat distantiam focalem lentis ocularis. His notatis semidiameter confusionis erit

$$\frac{\frac{a}{m} \pi^2}{4p^2} (\lambda + 0 + \frac{\lambda^2}{m})$$

ita, vt lens media nihil plane ad hanc confusionem conferat, perindeque sit, quaecunque figura huic lenti tribuatur. Deinde pro campo apparente habebimus eius semidiametrum  $\Phi = \frac{\pi - \pi'}{m+1}$  vbi valor ipsius  $\pi$  per hanc formulam definitur  $\frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} = \frac{a}{b}$  ex qua vt aliquid concludi possit, loco  $b$  introducamus distantiam focalem secundae lentis  $q$  et cum sit  $q = \mathfrak{B} b$  erit  $b = \frac{q}{\mathfrak{B}}$  qui valor nobis praebet hanc aequationem:  $\frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} = \frac{a\mathfrak{B}}{q}$ ; siue ob  $\mathfrak{B} = \infty$ ,  $\frac{\pi}{\Phi} = \frac{a}{q}$  seu  $\pi = \frac{a\Phi}{q}$ , vbi tantum est animaduertendum, valorem  $\pi$  quadrantem vnitatis superare non debere. Hoc autem valore  $\pi$  admissio, pro campo apparente erit  $\Phi = \frac{-\pi'q}{(m+1)\pi - a}$  hincque  $\pi = \frac{-a\pi'}{(m+1)\pi - a}$  quare si ponamus  $-\pi' = \frac{1}{2}$ , etiam  $\pi = \frac{\frac{1}{2}}{(m+1)\pi - a}$  maior quam  $\frac{1}{2}$  esse nequit; si igitur quoque sumamus  $\pi = \frac{1}{2}$ , novam hanc nunciscimus determinationem



$$1 = \frac{a}{(m+1)q-a} \text{ siue } (m+1)q = 2a \text{ et } q = \frac{2a}{m+1}$$

Sin autem in formula  $\pi = \frac{-a\pi'}{(m+1)q-a}$  fractio  $\frac{a}{(m+1)q-a}$  maior esset vnitae, tum pro  $-\pi'$  minorem valorem, quam  $\frac{1}{2}$  scribi oporteret, vt prodiret  $\pi = \frac{1}{2}$ ; tum autem campus apparens minor esset proditurus, quam si etiam  $-\pi'$  esset  $\frac{1}{2}$ . Vnde concludimus siue haec fractio  $\frac{a}{(m+1)q-a}$  maior sit vnitae, siue minor, vtro-

que casu fore  $\Phi < \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{m+1}$  ac solo casu  $\frac{a}{(m+1)q-a} = 1$  fieri posse  $\Phi = \frac{1}{2(m+1)}$ , qui valor duplo maior est, quam casu duarum lentium simplicium. Interim tamen de quantitate  $q$  nihil adhuc definiamus, sed potius videamus, num hoc modo margo coloratus destrui possit, quod eueniet, si fuerit  $0 = \frac{\pi'}{\Phi} - \frac{\pi'}{m\Phi}$  siue  $0 = 0 + \frac{(m+1)q-a}{m\Phi}$  ex qua sequitur  $q = \frac{a}{m+1}$ , vnde patet quantitatem  $q$  vtique ita assumi posse, vt margo coloratus penitus destruat, quae determinatio praecedenti longe est anteferenda. Posito igitur  $q = \frac{a}{m+1}$ , pro campo apparente foret  $\pi = \infty$ .  $\pi'$  seu  $\pi' = \frac{\pi}{\infty}$ , quare cum  $\pi$  maius quam  $\frac{1}{2}$  capi non possit, fiet  $\pi' = 0$ , ita, vt hoc casu lens ocularis nihil plane ad campum conferat quippe qui vnice a lente media pendebit, eritque  $\Phi = \frac{1}{2(m+1)}$  seu  $\Phi = \frac{a\infty}{m+1}$  minut. rum vero pro loco oculi prodibit eius distantia a lente oculari  $0 = \frac{\pi'}{m\Phi} = 0$  seu oculum lenti oculari imme-

diate adplicari oportet. Constructio ergo huiusmodi telescopii ita se habebit.

Primo distantia focalis  $a$  ita est definienda, vt sit  $a = k m y \sqrt{\mu} (\lambda m + \lambda'')$  sumto scilicet  $x = my$ , et  $\lambda$  ex forma lentis obiectionae, quaecunque fuerit siue simplex siue multiplicata, definitur, vt in capite praecedente est expositum. Circa lentem autem secundam tenendum est, quia ab ea totus campus pendet, eam vtrinque aequo conuexam formari debere, vt statui possit  $\pi = \frac{1}{2}$ , quare cum pro ea sit  $q = \frac{\alpha}{m+1}$ , radius vtriusque faciei erit  $= 1, 10. \frac{\alpha}{m+1}$ ; pro tertia autem lente oculari quoniam eius apertura plane non in calculum ingreditur, perinde est, quatenam ipsi figura tribuatur, dummodo minimam aperturam recipere possit, quae saltim pupillae sit aequalis. Conueniet igitur statui  $\lambda'' = 1$ , vt distantia  $a$  minor capi possit, eiusque figura secundum praecepta supra data elaborari poterit.

### COROLL. I.

229. Mirum videbitur, quod media lens in ipso loco imaginis constituta nihil plane ad confusio-nem conferat, cum tamen naturam telescopii tanto-pere immutet, vt oculum adeo lenti oculari immed-iate adplicari oporteat eiusque ope margo coloratus destrui possit. Quod eo magis adhuc est mirandum, quod haec lens nihil plane in imagine neque in eius loco vel quantitate immutet.

Co-

## Coroll 2.

230. In ipsa igitur hac lente media diaphragma ante memoratum constitui debet, cuius foramen ipsi huius lentis aperturæ æquale est capiendum, quia etiam super hac ipsa lente micrometrum statui poterit tenuissimis scilicet lineis super eius superficie ducendis.

## Coroll 3.

231. Videmus porro hanc lentem mediam tantillo minorem esse debere, quam lentem ocularem, cum eius distantia focalis sit  $q = \frac{a}{m+1}$ , huius vero  $= \frac{a}{m}$ ; nihiloque minus campum apparentem manere eundem ac si simplici lente oculari, ut ante, viceremur.

## Scholion I.

232. Introductio huius lentis in ipso loco imaginis collocandæ ideo est maximi momenti, quod margini colorato penitus tollendo inferuiat. Vfus autem huiusmodi lentis Astronomis ob aliam rationem iam dudum innotuit, siquidem hoc modo campum apparentem auxerunt simul autem ingens huius lentis inconmodum obseruauit, in eo constans, quod cum lentis huius quasi substantia se cum imagine permisceat omnes vel minimæ inæqualitates vitri veluti bullulae vel striae a politura relictæ cum imagine ipsa vniantur oculoque in pari ratione multiplicatae.

catae repraesententur quod certe incommodum eo magis est vitandum, quod vix eiusmodi vitri fluita reperire liceat, quae nullis plane inaequalitatibus sint obnoxia. Interim tamen haud difficile erit, has vitri inaequalitates ab ipso obiecto distinguere tubum quodammodo conuertendo; tum enim mox apparebit, quid ad obiectum pertineat quidue ad lentem. Istud autem incommodum tantum locum habet, quando lens in ipso imaginis loco collocatur; simulatque ea tantillum inde remouetur, illud mox insensibile euadit. Ceterum hanc inuestigationem ab hoc casu sum exorsus, quod lens in loco imaginis constituta terminum quasi constituat lentium, quae vel propius ad obiectiuam vel ad ocularem collocabuntur; quas ideo distinguere conuenit, quod illae magis ad obiectiuam, haec vero magis ad ocularem sint referendae, quemadmodum etiam his quotquot fuerint, commune nomen lentium ocularium tribui solet, quae appellatio illis lentibus, quae obiectivae sunt propiores, vtiquam certe conueniet.

### Scholion 2.

233. Si marginem coloratum non tantopere reformidemus, vt velimus tam insigne campi apparentis augmentum repudiare; casus in solutione memoratus omnem attentionem meretur. Ponamus igitur, vt ibi animaduertimus,  $q = \frac{r}{m+1}$ , vt statui possit  $\pi = -\pi' =$ ; et campi apparentis semidiameter erit

$$\Phi =$$

$\Phi = \frac{r}{2(m+1)}$  siue  $\Phi = \frac{1712}{m+1}$  min. atque tam lentem secundam, quam tertiam vtrunque fieri oportebit aequae conuexam; hac facta positione pro margine colorato tollendo aequatio fiet  $0 = \frac{m+1}{2m}$ , quae cum duplo sit minor, quam ea, quae capite praecedente debebat ad nihilum redigi hic istud lucrum adipiscimur, vt margo coloratus, dum penitus tolli nequit, duplo tamen minor fiat ita, vt vix sensibilis euadat; quod si ergo vitro communi, pro quo  $n = 1,55$  vtamur, limes distantiae focalis lentis obiectiuae erit

$$\alpha > kmy \sqrt{0,9381 (\lambda m + 1,6299)}$$

et pro loco oculi reperitur distantia  $O = \frac{\pi r}{m\Phi}$ , quae ob  $\frac{\pi r}{\Phi} = \frac{(m+1)q - a}{q} = \frac{m+1}{2}$  et  $r = \frac{a}{m}$  abit in hanc  $O = \frac{m+1}{2m} \cdot \frac{a}{m}$ , ita, vt iam oculus duplo propius lenti oculari admoueri debeat, quam casu praecedentis capitis. Distantia autem huius lentis ab obiectiua est, vt ibi  $= \frac{m+1}{m} \cdot a$ . Vnde sequens oritur constructio:

Constructio Telescopii ex tribus lentibus compositi  
ex eadem vitri specie formati,

pro qua  $n = 1,55$ .

- I. Lens obiectiua pro lubitu siue simplex, existente  $\lambda = 1$ ; siue duplicata, pro  $\lambda = 0,1918$ ; siue triplicata, pro  $\lambda = 0,0422$  siue denique quadruplicata pro  $\lambda = -0,0102$  eligatur, ita, vt in capite praecedente ex distantia focali  $\alpha$  determinetur.

Istius

Istius lentis semidiameter aperturæ esto  $x = my$ ,  
 intervallum vsque ad secundam lentem  $= a$ .

II. Lentis secundæ radius utriusque faciei  $= 1, 10, \frac{2a}{m+1}$   
 Eius aperturæ semidiameter  $= \frac{a}{2(m+1)}$ . Inter-  
 uallum ad lentem ocularem  $= \frac{a}{m}$ .

III. Lentis ocularis radius faciei utriusque  $= 1, 10, \frac{a}{m}$ .  
 Eius semidiameter aperturæ  $= \frac{1}{4} \cdot \frac{a}{m}$ . Pro loco  
 oculi eius distantia ab oculari O  $= \frac{m+1}{2m} \cdot \frac{a}{m}$ . Cam-  
 pi vero visi semidiameter  $= \frac{1+m}{m+1}$  minut.

et ut iam monitum quantitas  $\alpha$  ita est definienda,  
 ut sit

$$\alpha > kmy \sqrt{0,9381(\lambda m + 1,6299)}$$

nisi forte hic valor minor prodeat quam ut apertura  
 præscripta locum habere possit; quo casu semper di-  
 stantia focalis ex apertura definiri debet, ut hæcenus  
 fecimus.

### Problema 2.

234. Inter lentem obiectivam et imaginem  
 realem eiusmodi lentem constituere, qua omnis con-  
 fusio ab apertura lentium oriunda destruat, simul-  
 que margo coloratus, si fieri queat, tollatur.

### Solutio.

Cum hic iterum tres lentes in computum sint  
 ducendæ, formula pro multiplicatione dabit  $m = -\frac{a}{b} \cdot \frac{\beta}{\epsilon}$   
 ubi

vbi cum inter primam et secundam lentem non detur imago realis, sed ea inter secundam et tertiam cadat, fractio  $\frac{a}{b}$  erit negatiua at fractio  $\frac{\beta}{c}$  erit positiua. Ponamus ergo  $\frac{a}{b} = -k$  eritque  $\frac{\beta}{c} = \frac{m}{k}$ , vnde colligimus  $b = -\frac{a}{k}$ ;  $\beta = Bb = \frac{B a}{k}$  et  $c = \frac{k \beta}{m} = \frac{B a}{m}$ . Interualla autem, quae debent esse positiua, erunt  $a + b = \frac{k-1}{k} a$  ita, vt  $(k-1)a$  debeat esse positivum, et  $\beta + c = -B a (\frac{1}{k} + \frac{1}{m})$  sicque  $B a$  debet esse negatiuum hincque etiam  $\frac{B a}{m} < 0$ . His notatis consideremus formulas generales  $\frac{\pi}{\Phi} = \frac{a}{b} = -k$ , ideoque  $\pi = \frac{(1-k)\Phi}{\Phi}$ . Tum vero est  $\Phi = \frac{\pi}{m+1}$ ; vnde patet, vt valor  $\pi$  aliquid conferat ad campum augendum, debere esse  $\pi > 0$  seu  $\frac{1-k}{\Phi} > 0$ ; at quia  $\frac{B a}{m} < 0$  erit  $-\frac{B a}{\Phi} < 0$ ; ideoque  $\frac{B a}{\Phi} > 0$ ; hoc scilicet requiritur, si campum augere velimus. Nunc consideremus aequationem pro margine colorato tollendo  $0 = \frac{\pi b}{\Phi} - \frac{\pi'}{m \Phi}$  quae ob  $p = a$ ,  $b = -\frac{a}{k}$ ;  $\frac{\pi}{\Phi} = \frac{1-k}{\Phi}$  et  $\frac{\pi'}{\Phi} = \frac{1-k}{\Phi} - m - 1$  abit in hanc

$$0 = -\frac{(1-k)}{\Phi} (k + \frac{1}{m}) + \frac{(m+1)}{m}$$

vnde inuenimus

$$\Phi = \frac{(1-k)(m+k)}{k(m+1)} \text{ ideoque } B = \frac{(1-k)(m+k)}{2km-m+k^2}$$

Ex his autem valoribus fit  $\frac{B}{\Phi} = \frac{k(m+1)}{2km-m+k^2}$ ; vnde patet, vt etiam secunda lens campum augeat, esse debere  $2km - m + k^2 > 0$  ad quod requiritur, vt sit

Tom. II.

G g

k >

$k > \sqrt{(m^2 + m)} - m$  siue  $k > \frac{1}{2}$ ; cum igitur esse debeat  $(k-1)\alpha$  positium, duo hic casus sunt constituendi:

I. quo  $\alpha > 0$ ; tum esse debet  $k > 1$ , vnde fit

$$\mathfrak{B} = -\frac{(k-1)(m+k)}{k(m+1)}, \text{ et } B = -\frac{(k-1)(m+k)}{skm - m + k^2}$$

$$\text{Nunc igitur erit } \pi = -\frac{(k-1)\mathfrak{B}}{\Phi} = \frac{+k(m+1)\Phi}{m+k}$$

et  $\pi' = -\frac{m(m+1)\Phi}{m+k}$  et  $\frac{\pi}{\pi'} = -\frac{k}{m}$  vnde pater, si ponatur  $-\pi' = \frac{1}{2}$  fore  $\pi = +\frac{1}{2} \cdot \frac{k}{m}$ . Ambae ergo fractiones  $\pi$  et  $\pi'$  non aequales sumi poterunt, nisi sit  $k = m$ , quo casu statui poterit  $\pi = \frac{1}{2}$  et  $-\pi' = \frac{1}{2}$ , ita, vt campus fiat maximus. Tum autem erit  $b = -\frac{\alpha}{m}$  et  $\beta = c = \frac{2(m-1)\alpha}{m(m-1)}$  ob  $\mathfrak{B} = -\frac{2(m-1)}{m+1}$  et  $B = -\frac{2(m-1)}{skm-1}$ ; ita, vt nunc sit distantia focalis leptis secundae  $\mathfrak{B}b = \frac{2(m-1)\alpha}{m(m+1)}$  et lentis tertiae  $= c = \frac{2(m-1)\alpha}{m(m-1)}$ .

II. Sin autem sit  $\alpha < 0$ , debet esse  $k < 1$  et tamen  $k > \frac{1}{2}$  et litterae  $\mathfrak{B}$  et  $B$  fiunt positivae.

$$\text{Hincque habebitur } \frac{\pi}{\Phi} = \frac{k(m+1)}{m+k} \text{ et } \frac{\pi'}{\Phi} = \frac{-m(m+1)}{m+k}$$

ideoque  $\frac{\pi}{\pi'} = -\frac{k}{m}$  ita, vt ob  $k < 1$  littera  $\pi$  multo minor sit, quam  $-\pi'$ ; ideoque campus apparens hoc casu vix vllum accipiat augmentum.

Nunc denique id, in quo cardo rei versatur, perpendamus, formulam scilicet pro semidiametro confusiois, quae est:

μ μ x



$$\frac{\lambda''}{\lambda} (\lambda - \frac{1}{64} (\frac{\lambda'}{64} + \frac{\gamma}{8}) - \frac{\lambda''}{8^2 \cdot 64})$$

quae ut ad nihilum redigi queat, necesse est, ut  $\mathfrak{B}$  sit quantitas positiva unde casus prior ante memoratus locum habere nequit, ex quo necesse est, ut sit  $k < 1$ , ideoque etiam  $\alpha < 0$  et  $B > 0$ ; ex quo sequitur capi debere  $k > \frac{1}{2}$ , ita, ut  $k$  intra limites  $\frac{1}{2}$  et 1 contineri debeat; quare cum hoc casu sit  $\frac{B}{8} > 0$ , campus quoque augmentum quoddam accipiet, propterea quod sit  $\pi - \pi' = k : m$  quod autem vix erit sensibile. Si itaque statuatur semidiameter confusionis  $= 0$ , habebitur  $\lambda = \frac{1}{64} (\frac{\lambda'}{64} + \frac{\gamma}{8}) + \frac{\lambda''}{8^2 \cdot 64}$  vbi notandum est, litteras  $\lambda'$  et  $\lambda''$  unitate minores esse non posse.

Quo resolutio huius aequationis clarius perspiciatur, primum observo, sumi non posse  $k = 1$ ; tum quia duae priores lentes fierent contiguae, tum vero quod prodiret  $\mathfrak{B} = 0$  et  $B = 0$ ; sin autem poneretur  $k = \frac{1}{2}$ , fieret quidem  $\mathfrak{B} = \frac{1-m+\frac{1}{2}}{2(m+\frac{1}{2})}$  et  $B = 2m+1$ ; unde nostrae distantiae erunt

$$b = -2\alpha; \beta = -2(2m+1)\alpha$$

$$c = -\frac{(2m+1)^2}{m}\alpha$$

ideoque intervalla  $\alpha + b = -\alpha$

et  $\beta + c = -(2m+1)\alpha(2+\frac{1}{m}) = -\frac{(2m+1)^2}{m}\alpha$  quod posterius in enormem longitudinem excreceret, nisi  $-\alpha$  perexiguum caperetur, quod autem fieri nequit, quia eius apertura ob claritatem per se definitur;

G g 2

tur;

tur; ex quo manifestum est numerum  $k$  intra limites  $x$  et  $\frac{1}{x}$  accipi debere.

## Coroll. I.

235. Hoc ergo modo duplicem perfectionem his telescopiis conciliare licet, alteram, qua margo coloratus prorsus destruitur, alteram vero, qua confusio ab apertura oriunda ad nihilum redigitur. Neque vero campo apparenti vllum augmentum sensibile addi potest.

## Coroll. 2.

236. Quod ad lentiam harum aperturas attinet, pro prima quidem erit semidiameter  $x = my$ ; pro secunda autem  $\pi q \pm \frac{q^2 x}{6p}$  (§. 23) siue

$$= \frac{(1-k)(m+k)\pi a}{k^2(m+1)} + \frac{x}{k}$$

quia autem est  $\pi = -\frac{k}{m}$ ,  $\pi'$  capique potest  $\pi' = -\frac{1}{m}$ ; siquidem lens ocularis fiat vtrunque aequaliter conuexa, erit  $\pi = \frac{k}{m}$ , ideoque semidiameter aperturæ secundæ lentis

$$= -\frac{(1-k)(m+k)a}{4mk(m+1)} + \frac{x}{k}$$

cuius pars prior præ posteriore quasi evanescit, ita, ut sufficiat hunc semidiametrum statuisse  $= \frac{x}{k}$ , qui vtiq; maior est, quam  $x$  ob  $k < 1$ .

Lens

Lens autem ocularis vtrunque aequaliter conuexa esse debet, unde cum eius distantia focalis sit

$$c = \frac{-(1-k)(m+k)\pi}{m(2km-m+k^2)}$$

eius pars quarta dabit semidiametrum aperturæ.

### COROLL. 3.

237. Quod autem ad locum oculi attinet post sentem ocularem, eius distantia reperitur  $O = -\frac{\pi \cdot r}{m \cdot \Phi}$  quia autem est

$$-\frac{\pi}{\Phi} = \frac{m(m+1)}{m+k} \text{ et } r = \frac{-(1-k)(m+k)\pi}{m(2km-m+k^2)}$$

$$\text{erit } O = \frac{-(1-k)(m+1)\pi}{m(2km-m+k^2)}$$

quæ est quantitas positiua.

### Scholion.

238. Labor certe esset maxime operosus si hos valores pro B et  $\mathfrak{B}$  inuentos vellemus in vltima æquatione substituere indeque numeros  $\lambda$  et  $\lambda'$  inuestigare atque adeo coacti essemus pro quauis multiplicatione calculum de nouo suscipere, cui incommodo medela est quaerenda. Perpendamus igitur istos tam complicatos valores pro  $\mathfrak{B}$  et B ex æquatione pro margine tollendo effrutos vt scilicet illi æquationi summo rigore satisfaceret; quoniam autem superfluum est, hanc æquationem perfectissime adimplere, propterea quod locus oculi ob aperturam pupillæ haud me-

G g 3

dio-

diocrem latitudinem patitur; exiguaque eius mutatione margo coloratus, si quis forte obliuatur, facillime euitabitur; sufficiet ei quam proxime satisfecisse, quare cum semper  $m$  denotet numerum satis magnum,  $k$  autem sit vnitate minor, prae  $m$  facile licebit  $k$  negligere et  $m$  quasi infinitum spectare; vnde nanciscemur hos valores

$$\mathfrak{B} = \frac{(1-k)}{k}, \quad B = \frac{1-k}{1-k-1}$$

quibus itaque in euolutione nostri problematis vtetur; ex iis autem nostra elementa ita simplicius exprimentur:

$$b = -\frac{a}{k}; \quad \beta = \frac{-(1-k)a}{k(1-k-1)} \quad \text{et} \quad \epsilon = \frac{-(1-k)a}{m(1-k-1)};$$

hinc interualla

$$\begin{aligned} a + b &= \frac{-(1-k)a}{k} \quad \text{et} \\ \beta + \epsilon &= \frac{-(1-k)}{1-k-1} \left( \frac{1}{k} + \frac{1}{m} \right) a \\ &= \frac{-(1-k)(k+m)a}{(1-k-1)km} \end{aligned}$$

et pro oculi loco

$$O = \frac{-(m+1)(1-k)}{m(1-k-1)} \cdot \frac{a}{m}.$$

Lentium autem harum distantiae focales erunt

$$\text{I}^{\circ}. p = a; \quad \text{II}^{\circ}. q = \frac{-(1-k)}{k^2} \cdot a$$

$$\text{III}^{\circ}. r = \epsilon = \frac{-(1-k)a}{m(1-k-1)}$$

earum-

earumque aperturæ semidiametri

$$\text{Imae. } x = my. \quad \text{IIdae. } \frac{x}{k} = \frac{m}{k} y.$$

$$\text{IIIItiae. } = \frac{r}{4} y = \frac{-(1-k)k}{4m(1-k-1)}.$$

Campi denique apparentis semidiameter erit

$$\Phi = \frac{\frac{r}{4} (1 + \frac{k}{m})}{m+1}$$

$$\text{siue } \Phi = 859 \left( \frac{m+k}{m(m+1)} \right) \text{ min.}$$

Nunc autem æquatio adhuc resoluenda erit

$$\lambda = \frac{r}{1-k} \left( \frac{\lambda' k^2}{(1-k)^2} + \frac{v(1-k-1)}{1-k} \right) + \frac{\lambda''(1-k-1)^2}{(1-k)^2 m}$$

seu

$$\lambda = \frac{r}{(1-k)^2} \left( \lambda' k^2 + v(1-k)(2k-1) + \frac{\lambda''(1-k-1)^2}{m} \right)$$

Nihil aliud igitur superest, nisi vt pro quibusdam valoribus ipsius  $k$  hanc æquationem resoluamus, vbi notandum est,  $\lambda''$  poni debere = 1. 6299 siquidem vitro communi, pro quo est  $n = 1,55$ , vti velimus; quo casu etiam est  $v = 0,2326$ .

### Exemplum I.

239. Statuamus  $k = \frac{1}{2}$  vt intra limites suos, 1 et  $\frac{1}{2}$  medium teneat et æquatio nostra resoluenda inducet hanc formam:

$$\lambda = 64 \left( \frac{2\lambda'}{16} + \frac{1}{4} v + \frac{\lambda''}{4m} \right)$$

$$\text{siue } \lambda = 36 \lambda' + 8 v + \frac{16 \lambda''}{m}$$

$\lambda =$

et pro aperturis lentium semidiameter primae  $= x$ ,  
 secundae  $= \frac{2}{3}x$  et tertiae  $= -\frac{a}{\frac{2}{3}m}$  oculique post len-  
 tem distantia  $O = -\frac{2(m+1)}{m} \cdot \frac{a}{m}$ .

## Scholion.

241. Si huiusmodi casus pro variis multipli-  
 cationibus enoluere vellemus, ex superioribus intelli-  
 gitur, duos tantum casus sufficere posse; vt inde for-  
 mulae generales pro quantis multiplicatione elici que-  
 ant, dum scilicet altero, pro  $m$  numerus modice magnus,  
 veluti 20, assumatur, altero vero numerus quasi infini-  
 tus; quae investigatio cum omni attentione digna  
 videatur, eam in sequente problemate instituamus.

## Problema 3.

242. In casu praecedentis problematis si capia-  
 tur  $k = \frac{2}{3}$  pro quacunque multiplicatione maiore  $m$   
 telescopium construere, in quo non solum margo co-  
 loratus prorsus euanescat, sed etiam confusio ex aper-  
 tura oriunda ad nihilum redigatur.

## Solutio.

Cum hic fit  $k = \frac{2}{3}$  erit

$$\begin{aligned} B &= \frac{a(s m + 1) \cdot 0}{0 \cdot 0 \cdot 2(m+1)} = \frac{a(s m + 1)}{2s(m+1)} \\ B &= \frac{a(s m + 1) \cdot 0^2}{0 \cdot 0 \cdot (s m + 2s)} = \frac{a(s m + 1)}{s m + 2s} \end{aligned}$$

Tom. II.

. H h

Nunc

Nunc igitur duos casus euoluamus, in quorum priore sit  $m = 20$ ; in posteriore vero  $m = \infty$ .

I. Ob  $m = 20$  erit  $\mathfrak{B} = \frac{11}{13}$  et  $B = \frac{11}{17}$ ; vnde nostra aequatio, quae est

$$\lambda = \frac{1\lambda'}{16} + \frac{1\lambda''}{16} + \frac{\lambda''}{8 \cdot m}.$$

si omnes lentes ex vitro communi pro quo  $n = 1,55$  et  $\nu = 0,2326$  lentem autem ocularem vtrinque aequae conuexam assumamus, vt sit  $\lambda'' = 1,6299$ , sequentem induet formam; in subsidium vocatis logarithmis

$$\text{Log. } \mathfrak{B} = 9.8937999$$

$$\text{Log. } B = 0.5574778$$

hincque

$$\text{Log. } \frac{1}{16} = 0.1062000$$

$$\text{Log. } \frac{1}{8} = 9.4425221$$

$$\text{et Log. } \frac{1}{2} = 0,2552725$$

$$\lambda = 3,7486 \lambda' + 0,14812 + 0,00173.$$

$$\text{Log. } 3,7486 \lambda' = 0,5738725 + \text{Log. } \lambda'.$$

Hic circa numerum  $\lambda'$  obseruasse iuvabit, quod cum lens secunda maximam aperturam habere debeat, cuius scilicet semidiameter sit  $\frac{1}{2}x = \frac{1}{2}my$  expediat hanc lentem vtrinque aequae conuexam reddere, quam ob causam statui oportet

$$\sqrt{(\lambda' - 1)}$$

$$\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{c-b}{a} \cdot \frac{b-b}{b-b} = \frac{c-b}{a} \cdot \frac{b-b}{b-b}.$$

$$\text{hincque } \lambda' = 1 + \left(\frac{c-b}{a}\right)^2 \cdot \left(\frac{b-b}{b-b}\right)^2.$$

Cum autem constet esse  $\left(\frac{c-b}{a}\right)^2 = 0,6299$

$$\text{erit } \lambda' = 1 + 0,6299 \cdot \left(\frac{109}{119}\right)^2 \text{ seu}$$

$$\lambda' = 1,20189; \text{ hincque}$$

$$\lambda = 4,50544 + 0,14812 + 0,00173$$

$$\lambda = 4,65529.$$

Vnde fit  $\lambda - 1 = 3,65529$  et  $\tau \sqrt{\lambda - 1} = 1,7304$ .

Pro formatione igitur primae lentis habebimus

$$F = \frac{a}{c \pm 1,7304} = \frac{a}{-0,1020} = -9,7087 \cdot a$$

$$G = \frac{a}{c \pm 1,7304} = \frac{a}{+1,49311} = +0,52053 \cdot a$$

cuius lentis aperturæ semidiameter debet esse  $x = my$

At intervallum secundae lentis ab hac est

$$a + b = -0,8 \cdot a.$$

Pro secunda autem lente, cum sit eius distantia focalis  $q = Bb = -\frac{2}{3}Ba = -1,4095a$  erit radius vtriusque faciei  $= 1,10$ .  $q = -1,5504a$  eius aperturæ semidiameter  $= \frac{2}{3}x = \frac{2}{3}my$ . Ab hac autem lente ad tertiam, intervallum est

$$\beta + c = -Ba \left(\frac{m+b}{m}\right) = -6,4974a$$

$$-3,6097 \cdot \frac{a}{m} = -6,6780 \cdot a$$

H h 2

Pro



Pro lente tertia, cuius distantia focalis est

$$c = -\frac{11}{12} \cdot \frac{a}{m} = 3,6097 \cdot \frac{a}{m}$$

radius faciei utriusque  $= -1,1c = -3,9707 \cdot \frac{a}{m}$ ;

hincque ad oculum usque erit distantia

$$O = -\frac{(m+1) \cdot Bc}{(m+1)c} = -\frac{1,1}{1,1} \cdot \frac{a}{m} = -3,6878 \cdot \frac{a}{m}.$$

II. Sit nunc  $m = \infty$  erit  $B = \frac{1}{2}$   $B = 4$  unde nostra aequatio induet hanc formam:

$$\lambda = \frac{11}{12} \lambda' + \frac{1}{12} \nu$$

Hic iterum lentem secundam aequaliter conuexam reddamus et ob  $\beta = Bb = 4b$  erit

$$\sqrt{\lambda'} - 1 = \frac{c-b}{1+c} \cdot \frac{\beta-b}{\beta+b} = \frac{c-b}{1+c} \cdot \frac{1}{2}$$

Hincque  $\lambda' = 1 + 0,6299 \cdot \frac{c}{b}$ ,  $\lambda' = 1,2267$ . ex quo colligimus

$$\lambda = 4,3126 + 0,1308 = 4,4434$$

hincque  $\lambda - 1 = 3,4434$

et  $\tau \sqrt{\lambda - 1} = 1,6796$ ; quare sequens habetur constructio:

I. Pro prima lente

$$F = \frac{a}{c \pm 1,6796} = \frac{a}{-0,0512} = -19,1570 \cdot a$$

$$G = \frac{a}{c \pm 1,6796} = \frac{a}{+1,8708} = +0,5346.$$

Apertura est, ut ante, aequae ac distantia ad secundam lentem.

II. Pro

## II. Pro secunda lente

Quam eius distantia focalis

$$= -\frac{1}{2} \alpha = -\frac{16}{11} \cdot \alpha = -1.44 \alpha, \text{ fiet}$$

radius vtriusque faciei  $= -1.584 \cdot \alpha$

eiusque aperturæ semidiameter  $= \frac{1}{2} x$

at distantia ad lentem tertiam  $= -7,2 \alpha - 4 \cdot \frac{\alpha}{m}$ .

## III. Pro tertia lente

cuius distantia focalis  $= -4 \cdot \frac{\alpha}{m}$

radius vtriusque faciei  $= -4,4 \cdot \frac{\alpha}{m}$

eiusque aperturæ semidiameter  $= -1,1 \cdot \frac{\alpha}{m}$

Ab hac lente ad oculum vsque erit distantia

$$O = -4 \cdot \frac{\alpha}{m}.$$

His duobus casibus euolutis solutionem quaestionis nostræ generalis pro multiplicatione quacunque  $m$  maiore, quam 20, ita adstruamus:

## I. Pro prima lente

statuamus

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = -(19,1570 + \frac{f}{m}) \alpha \\ \text{poster.} = +(0,5346 + \frac{k}{m}) \alpha \end{cases}$$

et adplicatione ad casum  $m = 20$  facta reperietur

$$19,1570 + \frac{f}{20} = 9,7087$$

$$H h 3.$$

vnde

unde fit  $f = -188,966$

porro  $0,5346 + \frac{f}{2} = 0,5205$

hinc  $g = -0,2820$ .

## II. Pro secunda lente

statuatur

radius vtriusque faciei  $= -(1,584 + \frac{b}{m})a$

cumque esse debeat  $1,584 + \frac{b}{25} = 1,5504$

erit  $b = -0,6720$ .

Eius distantia focali existente  $= -(1,440 - \frac{0,6720}{m})a$

et aperturæ semidiameter  $= \frac{2}{3}x$ .

Pro distantia ad tertiam lentem inueniemus

$-(7,2 - \frac{7,20120}{m})a - (4,00 - \frac{7,20120}{m})\frac{a}{m}$

sive  $-7,200a + 10,0520 \cdot \frac{a}{m} + \frac{7,20120}{m^2} \cdot a$

sive  $-(7,200 - \frac{7,20120}{m} - \frac{7,20120}{m^2})a$ .

## III. Pro tertia lente

cuius distantia focalis reperitur

$= -(4,00 - \frac{7,20120}{m})\frac{a}{m}$

sumi debet radius vtriusque faciei

$= -(4,400 - \frac{7,20120}{m})\frac{a}{m}$

cuius parti quartæ semidiameter aperturæ æqualis statui potest.

Distan-

Distantia denique oculi ab hac lente reperitur

$$O = - \left( 4 - \frac{6,5170}{m} \right) \frac{a}{m}$$

Campi vero apparentis semidiameter erit  $\frac{a \cdot 10}{m+1}$  minut.

### Coroll. I.

243. Cum interuallum primae lentis et secundae sit  $= -0,8a$ , prodibit tota telescopii longitudo ab obiectiua vsque ad oculum

$$- \left( 8 - \frac{6,0520}{m} - \frac{1,4,7180}{m \cdot m} \right) a$$

ita, vt haec longitudo fere sit octuplo maior, quam distantia focalis  $a$  qua circumstantia haec telescopia non admodum commendari merentur.

### Coroll. 2.

244. Cum primae lentis semidiameter aperturæ debeat esse  $x = my = \frac{m}{15}$  dig. qui autem maior esse nequit parte quarta radii minoris, quae est  $0,1336.a = \frac{1}{4}a$  circiter; patet capi debere  $-a > \frac{16,7}{155}$  vel  $a > 0,16.m$ .

Quia autem lentis secundae semidiameter aperturæ esse debet  $= \frac{2}{3}x = \frac{2m}{15}$  dig. hic quoque minor esse debet parte quarta radii, quae est  $0,396.a$ ; vnde esse debet  $-a > 0,0909.m$ , qui limes cum minor sit praecedente, illum obseruari oportet.

Scho-

## Scholion.

245. Cum igitur  $-a$  maius esse debeat, quam 0, 16.  $m$  statuamus  $-a = \frac{1}{15} \cdot m$  siue  $a = -0,2 m$ , atque sequentem constructionem pro Telescopiis huius speciei obtinebimus.

Constructio Telescopiorum  
pro quacunque multiplicatione  $m$ , lentibus ex vitro communi confectis.

## I. Pro lente obiectiva

$$\text{rad. fac. } \begin{cases} \text{anter.} = + 3,8314 m - 37,7932 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = - 0,1069 \cdot m + 0,0564 \text{ dig.} \end{cases}$$

$$\text{Eius aperturæ semidiameter} = \frac{m}{30} \text{ dig.}$$

$$\text{Intervallum ad lentem secundam} = 0,16 \cdot m \text{ dig.}$$

## II. Pro lente secunda, in digitis .

$$\text{distantia focalis} = + 0,2880 m - 0,12.$$

$$\text{radius faciei utriusque} = + 0,3168 m - 0,13.$$

$$\text{Eius aperturæ semidiam.} = \frac{m}{373} \cdot m = 0,036 \cdot m.$$

Intervallum ad lentem tertiam

$$= + 1,4400 m - 2,01 - \frac{1,16}{m}.$$

## III. Pro tertia lente in digitis

$$\text{distantia focalis} = + 0,800 - \frac{1,16}{m}.$$

radius

radius vtriusque faciei  $= + 0,88 - \frac{1,77}{m}$   
 cuius pars quarta  $= \frac{1}{4}$  dig. dat femidiametrum aper-  
 turæ. Hinc ad oculum vsque distantia erit

$$O = 0,8 - \frac{1,77}{m} \text{ dig.}$$

Campi apparentis femidiameter  $= \frac{1,77}{m+1}$  minut.

Tota autem Telescopii longitudo erit

$$= (-1,30 + 1,6.m - \frac{1,7}{m}) \text{ dig.}$$

Ita v. gr. pro  $m = 100$  erit longitudo  $= 158 \frac{1}{2}$  dig.  
 siue 13 ped.  $2 \frac{1}{2}$  dig.

Cum igitur supra tubo vnum pedem vix supe-  
 rante fere tantam multiplicationem produxerimus, hæc  
 telescopiorum species nunc quidem erit repudianda, et-  
 si respectu vulgarium tuborum astronomicorum maxi-  
 me foret aestimanda, cum quod nullum marginem co-  
 loratum præbeat, tum vero etiam quia confusio ab  
 apertura oriunda prorsus sit sublata. Quamobrem no-  
 bis inquiri conueniet, num duabus lentibus inter ob-  
 iectiuam et imaginem collocandis hoc incommodum  
 cuitari possit.

#### Problema 4.

246. Inter lentem obiectiuam et imaginem  
 eiusmodi duas lentes interponere, vt non solum mar-  
 go coloratus, sed etiam confusio ab apertura oriunda  
 penitus destruat.

Tom. II.

I i

So-

## Solutio.

Cum hic quatuor lentes sint considerandae, multiplicatio dabit hanc formulam  $m = \frac{a}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d}$ , quarum trium fractionum binae priores negativae, tertia vero affirmativa esse debet. Statuatur ergo

$$\frac{a}{b} = -k; \frac{\beta}{c} = -k' \text{ critque } \frac{\gamma}{d} = \frac{m}{kk'}.$$

$$\text{Vnde erit } b = -\frac{a}{k}; c = -\frac{\beta}{k'}; d = \frac{\gamma k k'}{m}$$

praeterea vero est  $\beta = B b$ ;  $\gamma = C c$  vnde omnia haec elementa ex  $a$  ita definiuntur:

$$b = -\frac{a}{k}; \beta = -\frac{B a}{k}; c = +\frac{B a}{k k'}$$

$$\gamma = \frac{B C a}{k k'}; d = \frac{B C a}{m}$$

hinc intervalla lentium fient

$$1^{\circ}. a + b = \frac{k-1}{k} \cdot a.$$

$$2^{\circ}. \beta + c = \frac{B a}{k} \left( \frac{1-k'}{k'} \right)$$

$$3^{\circ}. \gamma + d = B C a \left( \frac{1}{k k'} + \frac{1}{m} \right)$$

vnde quia  $k k'$  et  $m$  sunt per se numeri positivi, haec sequuntur conditiones:

$$1^{\circ}. a(k-1) > 0; 2^{\circ}. B a(1-k') > 0;$$

$$3^{\circ}. B C a > 0;$$

quae

quae eliso  $a$  reducuntur ad has duas

$$4^{\circ}. \frac{B(1-k')}{k-k'} > 0;$$

$$5^{\circ}. \frac{C}{1-k'} > 0 \text{ seu } C(1-k') > 0.$$

Iam ex superioribus vidimus, marginem coloratum destrui non posse, nisi ante fractiones  $\pi$ ,  $\pi'$  et  $\pi''$  definiantur quem in finem sequentes aequationes considerari debent:

$$\frac{\pi - \Phi}{\Phi} = \frac{a}{b} = -k$$

$$\frac{\pi' - \pi + \Phi}{\Phi} = \frac{B\pi}{C} = k k'$$

$$\text{et } \Phi = \frac{\pi - \pi' + \pi''}{m + 1}$$

ex quibus assequimur:

$$\frac{\pi}{\Phi} = \frac{1-k}{\Phi};$$

$$\frac{\pi'}{\Phi} = \frac{1-k}{\Phi C} + \frac{k k' - 1}{C}$$

$$\begin{aligned} \frac{\pi''}{\Phi} &= \frac{\pi'}{\Phi} - \frac{\pi}{\Phi} + m + 1 \\ &= \frac{1-k}{\Phi C} + \frac{k k' - 1}{C} + m + 1 \end{aligned}$$

quibus valoribus substitutis ad marginem coloratum tollendum requiritur haec aequatio, diuisione per  $\frac{da}{k-1}$  facta,

$$0 = -\frac{\pi}{\Phi} \cdot \frac{1}{k} + \frac{\pi'}{\Phi} \cdot \frac{1}{k k'} + \frac{\pi''}{\Phi} \cdot \frac{1}{m}$$

I i 2.

sive



siue

$$0 = \frac{k-k'}{B^2} + \frac{1-k}{B^2 C k'} + \frac{k k' - 1}{C^2 k'} \\ + \frac{1-k}{B^2 C m} + \frac{k k' - 1}{C^2 m} + \frac{m-1}{m}$$

ex qua aequatione vel  $B$  vel  $C$  definiri potest; tum vero ut semidiameter confusionis ad nihilum redigatur, debet esse

$$0 = \lambda - \frac{1}{B^2} \left( \frac{\lambda'}{C} + \frac{v}{B} \right) \\ + \frac{1}{B^2 C k k'} \left( \frac{\lambda''}{C} + \frac{v}{C} \right) + \frac{\lambda'''}{B^2 C^2 m}$$

quae ut resolui possit, littera  $B$  debet esse positua, vel si  $B$  esset negatiuum ob  $B$  quoque negatiuum littera  $C$  debet esse positua.

## COROLL. I.

247. Aequatio pro margine colorato tollendo ad hanc formam reducitur:

$$0 = \frac{1-k}{B^2 C} \left( \frac{1}{k k'} + \frac{1}{m} \right) - \frac{1-k}{B^2} \left( k + \frac{1}{m} \right) \\ + \frac{k k' - 1}{C^2} \left( \frac{1}{k k'} + \frac{1}{m} \right) + \frac{m-1}{m}$$

seu ad hanc:

$$0 = \frac{1-k}{B^2} \left( k \left( \frac{1}{k k'} + \frac{1}{m} \right) - k - \frac{1}{m} \right) \\ + \frac{k k' - 1}{C^2} \left( \frac{1}{k k'} + \frac{1}{m} \right) + \frac{m-1}{m}$$

unde

vnde reperitur

$$\frac{k-1}{\mathfrak{E}} = \frac{\frac{k k' - 1}{\mathfrak{E}} \left( \frac{1}{k k'} + \frac{1}{m} \right) + \frac{m+1}{m}}{\frac{1}{\mathfrak{E}} \left( \frac{1}{k k'} + \frac{1}{m} \right) - k - \frac{1}{m}}$$

siue.

$$\frac{k-1}{\mathfrak{E}} = \frac{(k k' - 1)(m + k k') + (m + 1) k k' \mathfrak{E}}{m + k k' - k' m \mathfrak{E} - k k' \mathfrak{E}}$$

$$\frac{k-1}{\mathfrak{E}} = \frac{(k k' - 1)(m + k k') + \mathfrak{E} k k' (m + 1)}{m + k k' - \mathfrak{E} k' (m + k)}$$

$$\frac{k-1}{\mathfrak{E}} = k k' - 1 + \frac{\mathfrak{E} k' (m(k-1) + k k' (k+m))}{m + k k' - \mathfrak{E} k' (m + k)}$$

### Coroll. 2.

248. Si haec aequatio statim a fractionibus liberetur, habebitur

$$\begin{aligned} 0 &= (1 - k)(m + k k') - \mathfrak{E}(1 - k)k'(m + k) \\ &\quad + \mathfrak{B}(k k' - 1)(m + k k') \\ &\quad + \mathfrak{B} \mathfrak{E} k k' (m + 1) \end{aligned}$$

vnde reperitur

$$\mathfrak{E} = \frac{(m + k k')(k-1) + \mathfrak{B}(1 - k k')}{\mathfrak{B} k k' (m + 1) + (k-1)k'(m + k)}$$

### Scholion.

249. Inprimis autem notatu dignus est casus quo numerus B fit infinitus et numerus C = 0, quem supra iam alia occasione euoluimus; quae operatio cum supra difficilior sit visa, nunc sequenti modo planiore

expediatur. Considerabimus scilicet numerum  $B$  ut praegrandem sitque  $B = \frac{1}{\omega}$ , denotante  $\omega$  fractionem minimam, ita, ut  $\omega$  loco  $B$  in calculum introducatur. Tum igitur erit  $\mathfrak{B} = \frac{1}{1+\omega}$  iam ne secundum intervallum  $\beta + \epsilon$  nimis excreseat, statuatur  $\beta + \epsilon = \frac{\eta\pi}{k}$

$$\text{eritque } \epsilon = \frac{\eta\pi}{k} - \beta, \quad \frac{\beta}{\epsilon} = -k' = \frac{k\beta}{\eta\pi - k\beta}$$

et quia est

$$\beta k = -B\alpha = -\frac{\alpha}{\omega}; \text{ erit}$$

$$+k' = \frac{1}{\eta\omega - 1}, \text{ et } 1 - k' = \frac{\eta\omega}{1 + \eta\omega}$$

ita ut nunc loco litterae  $k'$  in calculum introducatur littera  $\eta$ ; denique ne tertium intervallum nimis excreseat ob  $B = \frac{1}{\omega}$ , statuamus  $C = \mathfrak{C}\omega$ , ut fiat  $BC = \mathfrak{C}$ ; ita, ut hic loco litterae  $C, \mathfrak{C}$  in calculum ingrediatur. Hinc erit  $\mathfrak{C} = \frac{\theta\omega}{1 + \theta\omega}$  atque hinc porro

$$\frac{\pi}{\Phi} = (1 - k) + \omega(1 - k)$$

$$\frac{\pi'}{\Phi} = \frac{1 + \beta\omega}{(\eta\omega + 1)^2} \cdot ((1 - k - \eta k) + \eta\omega(1 - k))$$

$$\frac{\pi''}{\Phi} = \frac{1 + \theta\omega}{(1 + \eta\omega)^2} (1 - k - \eta k + \eta\omega(1 - k))$$

hincque posito  $\omega = 0$ , erit

$$\frac{\pi}{\Phi} = 1 - k; \quad \frac{\pi'}{\Phi} = \frac{1}{\eta}(1 - k - \eta k)$$

hincque

$$\frac{\pi''}{\Phi} = \frac{1 - k - \eta k}{\eta} + k + m.$$

Quare

Quare cum pro margine tollendo inuenta sit  
hacc aequatio:

$$0 = -\frac{\pi}{\phi} \cdot k + \frac{\pi'}{\phi} \cdot \frac{1}{k} + \frac{\pi''}{\phi} \cdot \frac{1}{m}$$

ob  $k' = 1$ , si illi valores substituantur, prodibit

$$0 = \frac{k-1}{k} + \frac{1-k-\eta k}{k\phi} + \frac{1-k-\eta k}{m\phi} + \frac{k+\eta}{m}$$

$$\text{siue } 0 = m\vartheta(k-1) + m(1-k-\eta k) \\ + k(1-k-\eta k) \\ + k\vartheta(k+m)$$

$$0 = \vartheta(k^2 + (2k-1)m) + (k+m)(1-k-\eta k)$$

hincque inuenietur

$$\vartheta = \frac{+(k+\eta)(k+\eta k-1)}{(2k-1)m+k^2}$$

hinc autem nostra elementa erunt

$$b = -\frac{\alpha}{k}; \beta = \infty; \epsilon = \infty;$$

$$\gamma = \frac{\epsilon\alpha}{k}; d = \frac{\epsilon\pi}{m}$$

et intervalla

$$a + b = \frac{k-1}{k} \cdot \alpha$$

$$\beta + \epsilon = \frac{\eta\alpha}{k}$$

$$\gamma + d = \vartheta \alpha \left( \frac{1}{m} + k \right)$$

quae debent esse positivae; ideoque

$$\eta(k-1) > 0; \vartheta(k-1) > 0 \text{ et } \vartheta\eta > 0.$$

Pro

Pro loco oculi autem habebimus

$$O = \frac{\pi''}{m} d = \frac{1-k-\eta k}{m} \cdot \alpha + \frac{(k+\eta)\theta x}{m^2}$$

et valore pro  $\theta$  substituto

$$O = \frac{1-k-\eta k}{m^2} \cdot \alpha + \frac{(k+\eta)^2 (k+\eta k-1)}{m^2 ((1-k-1)m+k^2)} \alpha$$

$$O = \frac{m+1}{m} \cdot \frac{k+\eta k-1}{(1-k-1)m+k^2} \cdot \alpha$$

his denique obseruatis resoluenda restat haec aequatio:

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{k} + \frac{\lambda''}{\theta \cdot k} + \frac{\lambda'''}{\theta^2 \cdot m}$$

quae cum secundum membrum per se sit negatiuum facile resolui poterit, id quod in sequente problemate ostendemus.

### Problema 5.

250. In casu praecedentis problematis si binae priores lentes ita fuerint comparatae, vt radii iterum paralleli euadant, constructionem huiusmodi telescopiorum exponere.

### Solutio.

Cum hoc casu fiat  $B = \infty$  et  $C = 0$  in scholio praecedente elementa iam sunt definita; vnde ea hic repetere superfluum foret; quo autem clarius solutionem euoluamus, duo sunt casus perpendendi; alter, quo distantia  $\alpha$  est positia; alter, quo ea est negatiua.

I. Sit

I. Sit igitur  $\alpha > 0$ . debeatque esse  $k > 1$ ;  
 $\eta > 0$  et  $\vartheta > 0$  quae vltima conditio sponte imple-  
 tur; sitque etiam  $O$  positium, tum vero fiet  $\frac{\pi}{\phi} < 0$   
 et  $\frac{\pi'}{\phi} < 0$  nempe  $\frac{\pi}{\phi} = \frac{1-k-\eta k}{\phi} = \frac{-(2k-1)m-k^2}{k+m}$ .

Ex vltima igitur formula colligetur semidiameter  
 campi visi

$$\phi = \frac{\pi'' \cdot \delta}{1-k-\eta k + (k+m) \cdot \delta} \text{ seu}$$

$$\phi = \frac{(m+k) \cdot \pi''}{m(m+1)}$$

substituto scilicet valore  $\vartheta$ , si modo praecedentes for-  
 mulae non praebant campum minorem. Ad quod  
 diiudicandum comparentur valores  $\pi$  et  $\pi'$  cum  $\pi''$ :

$$\text{et ob } \frac{\pi''}{\phi} = \frac{m(m+1)}{m+k}$$

$$\text{erit } \frac{\pi}{\pi''} = \frac{(1-k)(m+k)}{m(m+1)}$$

$$\text{et } \frac{\pi'}{\pi''} = \frac{-(2k-1)m-k^2}{m(m+1)} \text{ hincque } \frac{\pi-\pi'}{\pi''} = \frac{k}{m};$$

at ex illis formulis patet tam  $\pi$ , quam  $\pi'$  minores  
 esse, quam  $\pi''$  dummodo sit  $k$  minus, quam  $\frac{1}{m}$  et  
 cum sit

$$\phi = \frac{\pi-\pi'+\pi''}{m+1} \text{ ob } \frac{\pi-\pi'}{\pi''} > 0$$

campus apparens hinc aliquod augmentum accipiet  
 eritque  $\phi = \frac{k+m}{m(m+1)} \pi''$  qui vtique maior est quam  
 simplex, scilicet  $\phi = \frac{\pi''}{m+1}$  idque in ratione  
 $m+k:m$ .

Tom. II.

K k

Iam

Iam porro aequatio resoluenda est, vt ante:

II. Sin autem  $\alpha$  sit negatiuum fieri debet  $k < 1$ ,  
 $\eta < 0$ ;  $\vartheta < 0$ ; ad quod necessarium est, vt sit  
 $k > \frac{1}{2}$ .

Quia nunc pro casu praecedente habuimus  $\frac{\pi - \pi'}{\pi'} = \frac{k}{m}$ ,  
hinc campus apparens multo minus augmentum acci-  
pit in hoc casu, quam in illo, quod adeo vix erit  
sensibile, et pro loco oculi distantia  $O$  etiam hoc  
casu sit positina; quam ob causam casus prior huic po-  
steriori antefereendus videtur.

Et si autem priori casu campus apparens notabi-  
liter augeri posse est inuentus, dum scilicet  $k$  vsque  
ad valorem  $\frac{1}{11} m$  augetur, tamen resolutio nostrae  
aequationis hoc non permittit, quoniam numerus  $X'$   
nimis magnus accipi deberet, quocirca littera  $k$  vix  
vltra binarium vel ternarium ad summum crescere  
potest; vti in subiunctis exemplis magis fiet manife-  
stum, quae ex casu priore deriuabimus, quoniam fa-  
cile est praevidere, posteriorem casum eo etiam vitio  
esse laboraturum, quod longitudo telescopii nimis  
excreseat.

### Exemplum.

251. Statuamus  $k = 2$  et multiplicationem  
 $m = 50$ , quandoquidem hic de tubis astronomicis  
agitur eritque

$$\vartheta = \frac{57.6(1 + 2\eta)}{110} = \frac{26}{17}(1 + 2\eta)$$

qui

qui valor ne fiat nimis parvus, quia tum in nostra aequatione terminus  $\frac{\lambda''}{81k}$  fieret nimis magnus, ita, vt  $\lambda'$  enormem adipisceretur valorem, statuamus insuper  $\eta = 1$ , vt fiat  $\beta = \frac{2}{33}$ , hincque elementa nostra ita se habebunt

$$b = -\frac{2}{3}; \beta = \infty; c = -\infty;$$

$$\beta + c = \frac{2}{3}; \gamma = \frac{20}{33} \cdot a; d = \frac{20}{33} \cdot \frac{a}{\eta};$$

tum vero aequatio resoluenda ita est comparata:

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{2} + \frac{22^2 \cdot \lambda''}{72 \cdot 3} + \frac{22^2 \cdot \lambda''^2}{72 \cdot 3 \cdot 10}$$

hincque

$$\lambda' = 2\lambda + \frac{22^2 \cdot \lambda''}{72 \cdot 3} + \frac{22^2 \cdot \lambda''^2}{72 \cdot 3 \cdot 10}$$

Iam vt tam prima lens, quam vltima maximam admittat aperturam, ponamus  $\lambda = \lambda''' = 1,6299$ , dum scilicet omnes lentes ex vitro communi  $n = 1,55$  factae assumuntur; at  $\lambda''$  sit  $= 1$ , quibus positis colligemus

$$\lambda' = 3,2593 + 0,9620 + 0,0627$$

$$\lambda' = 4,2841; \text{ hinc ergo}$$

$$\lambda' - 1 = 3,2841, \text{ et}$$

$$\tau \cdot \sqrt{\lambda' - 1} = 1,64023;$$

quare constructio singularum lentium ita se habebit:

I. Pro prima lente

quae cum sit aequae vtrunque conuexa eiusque distan-

K k 2

tia



tia focalis =  $a$ , erit radius vtriusque faciei =  $1, 10. a$   
 tum vero eius semidiameter aperturæ  $x = my = 1$  dig.  
 ob  $m = 50$  et  $y = \frac{1}{75}$  dig. et interuallum ab hac lente  
 ad secundam =  $\frac{1}{2}. a$ .

### II. Pro secunda lente

ob  $\beta = \infty$ , erit

$$F = \frac{b}{f \pm 1.64012} = \frac{b}{1.2.109}$$

$$G = \frac{b}{g \pm 1.64012} = \frac{b}{-0.0128}$$

hinc  $F = -0, 2730. a$

$$G = +39, 0625. a$$

tum vero semidiameter eius aperturæ =  $\frac{1}{2}$  dig. ex  
 §. 23. et interuallum ad lentem sequentem =  $\frac{1}{2}. a$ .

### III. Pro tertia lente

ob  $\epsilon = \infty$  et  $\lambda'' = 1$ . erit

$$F = \frac{2}{f} = 0, 31123. a$$

$$G = \frac{2}{g} = 2, 6559. a$$

tum vero aperturæ semidiameter =  $\frac{1}{2}$  dig. et inter-  
 uallum ad sequentem lentem =  $\frac{77, 12}{77, 12} a$  seu =  $\frac{1}{2} a$   
 proxime.

### IV. Pro quarta lente

radius vtriusque faciei =  $1, 10. d$ , existente  $d = \frac{77, 12}{77, 12} a$ ,  
 cuius pars quarta dat semidiametrum aperturæ, hinc  
 denique interuallum vsque ad oculum erit =  $\frac{77, 12}{77, 12} a$   
 =  $\frac{1}{20} a$

$= \frac{1}{75} \alpha$  proxime. Quod ad distantiam  $\alpha$  attinet, si ad solam primam lentem respiceremus, quia ea aperturam admittit, cuius semidiameter  $= \frac{1}{4} \alpha$ , sumi posset  $\alpha = 4$  dig. sed ad secundam lentem respiciendo, cuius minor radius est circiter  $\frac{1}{4} \alpha$ , huius pars quarta  $\frac{1}{16} \alpha$  semidiametro aperturæ  $\frac{1}{4}$  dig. aequalis posita, dabit  $\alpha = 8$  dig., quam mensuram etiam retinere oportet; unde longitudo telescopii excederet 12 dig. Huius rei causa est, quod primam lentem vtrinque aequè conuexam assumimus. Adiungamus igitur aliam insuper solutionem sumendo  $\lambda = 1$ ; unde fit

$$\lambda' = 2 + 0,9620 + 0,0627$$

$$\lambda' = 3,0247; \lambda' - 1 = 2,0247$$

$$\text{et } \tau \sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,2878;$$

unde haec sequitur lentium constructio.

### I. Pro prima lente

$$F = \frac{a}{r} = 0,6145. \alpha$$

$$G = \frac{a}{r} = 5,2439. \alpha$$

### II. Pro secunda lente

$$F = \frac{b}{0,1507 + 1,2878} = \frac{-0,5. \alpha}{1,4385}$$

$$G = \frac{b}{0,6250 + 1,2878} = \frac{-0,5. \alpha}{0,9128}$$

$$F = -0,3382 \alpha; G = -1,4723. \alpha$$

K k 3

Reli-

Reliqua manent, ut ante. Hic igitur statim patet, secundam lentem debitam aperturam  $\frac{1}{2}x$  recipere posse, si prima patiatur aperturam  $x$ . Primae autem radius minor, cum sit circiter  $\frac{6}{15}$ , eius pars quarta  $\frac{3}{5}$  a ipsi  $x = 1$  dig. aequata dat  $a = \frac{7}{5}$  dig.  $= 6\frac{2}{5}$  dig. quin etiam tertia lens postulat, ut sit  $\frac{15}{15} = 1$  dig. unde  $a$  iterum  $6\frac{2}{5}$  dig. sicque tota telescopii longitudo vix superabit 10 digit.

Quocirca notari merebitur sequens

Constructio Telescopii quinquagies multiplicantis, lentibus ex vitro communi paratis.

### I. Pro prima lente

radius faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 4, 10 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 34, 96 \text{ dig.} \end{array} \right.$

Aperturae semidiameter  $= 1$  dig.

Interuallum ad secundam lentem  $= 3\frac{1}{5}$  dig.

### II. Pro secunda lente

radius faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = -2, 25 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -9, 82 \text{ dig.} \end{array} \right.$

Semidiameter aperturae  $= \frac{1}{5}$  dig.

Interuallum ad tertiam lentem  $= 3\frac{1}{5}$  dig.

### III. Pro tertia lente

radius faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 2, 08 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 17, 71 \text{ dig.} \end{array} \right.$

Aper-

Aperturæ semidiameter  $= \frac{1}{4}$  dig.

Interuallum ad lentem ocularem  $= 3 \frac{1}{2}$  dig.

IV. Pro quarta lente

radius vtriusque faciei  $= 0, 15$  dig.

Semidiameter aperturæ  $= \frac{2}{3}$  dig.

et distantia oculi  $= \frac{2}{3}$  dig. proxime

vnde tota longitudo  $= 10 \frac{2}{3}$  dig.

Campi vero visi semidiameter, vt hætenus,

$= \frac{150}{17}$  min.  $= 16$  min. 51 sec.

### Scholion.

252. Maiores multiplicationes calculo hic non subijcio, quia ab huiusmodi telescopiis etiam maior campus, quam vulgo, expectari solet. Quamobrem nostram inuestigationem ad campum apparentem augendum prosequamur, idque retentis commodis, quæ ternæ lentes priores nobis sunt largitæ. Hinc possemus valoribus hic assumtis vti, scilicet  $k = 2, \eta = 1$  et  $\theta = 1$  sed quia hoc modo duo priora interualla satis fiunt magna, scilicet  $\frac{1}{2} \alpha$ ; quo pacto tota longitudo non parum augetur, præstare videtur hæc duo interualla multo minora efficere, ita, vt tantum non euanescant; neque lentes se immediate contingere debeant. Hunc in finem pro  $k$  numerus vnitatem vix superans assumi debet, vnde simul hoc lucrum nancisci-

ciscimur, vt pro  $\lambda'$  numerus binarium vix superans reperiatur. Statuamus igitur  $k = 1 + \omega$ , denotante  $\omega$  fractionem minimam, ita, vt sit

$$b = -\frac{a}{1+\omega} = -(1-\omega) \cdot a;$$

$$a + b = \omega a;$$

ob eandemque rationem statuatur etiam  $\eta = \omega$ , vt secundum intervallum etiam fiat  $\omega a$ . Quod deinde ad litteram  $\vartheta$  attinet, quae hic ex margine colorato est definita, factis his hypothesibus multo minor unitate esset proditura, scilicet  $\vartheta = 2\omega$ , qui valor maximis incommodis foret obnoxius; primo enim elementa  $\gamma$  et  $d$  euanescerent, nisi  $a$  in immensum augeretur; deinde etiam valor ipsius  $\lambda'$  fieret enormis. Sed probe hic notandum est, has hypotheses non casui hic tractato, vbi vnica lens ocularis admittitur, destinari, sed propositum nobis esse iis vti in sequentibus, vbi duae pluresue lentes oculares considerabuntur, quibus cum nouae litterae in calculum introducuntur, non amplius opus erit, ex aequatione marginem coloratum tollente, hanc litteram  $\vartheta$  definire, sed eam poterimus vt arbitrariam contemplari; ita, vt iam nihil obset, quominus ponatur  $\vartheta = 1$ . Quod autem hunc valorem elegimus, duae sunt causae; altera est, quod cum distantia  $\gamma$  hic sit  $\vartheta a$ , si  $\vartheta$  ultra unitatem augeretur, longitudo telescopii maior esset proditura; altera autem suadet, ne  $\vartheta$  minus unitate capiat, quia tum

$\lambda'$  mox

$\lambda'$  mox enormem valorem efficit obtenturum sit igitur ratum statuere

$$1^{\circ}. k = 1 + \omega; \quad 2^{\circ}. \eta = \omega; \quad 3^{\circ}. \vartheta = 1.$$

vnde quotcumque lentes adhibeantur, pro tribus primoribus semper erit

$$b = -(1 - \omega) \alpha; \quad \beta = \omega; \quad c = -\omega$$

$$\beta + c = \omega \alpha; \quad \gamma = \alpha.$$

Deinde pro litteris  $\pi$  et  $\pi'$  erit quoque semper

$$\frac{\pi}{\phi} = -\omega; \quad \frac{\pi'}{\phi} = -2\omega;$$

ceterum notetur, esse  $B = \omega$ ,  $\mathfrak{B} = 1$ ,  $C = \mathfrak{C} = 0$ , et  $BC = 1$ . atque hinc aequatio pro margine tollendo semper his duobus terminis exordietur  $+\omega - 2\omega$ ; ita, vt hi duo termini semper coalescant in  $-\omega$ . Denique etiam aequatio pro confusione tollenda semper incipiet ab his tribus terminis

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{1+\omega} + \frac{\lambda''}{1+\omega} \dots \dots \dots$$

vnde facile erit calculum pro quouis lentibus ocularibus prosequi, vbi potissimum nobis erit propositum, campum apparentem multiplicare, idque quousque libuerit.

### Problema 6.

253. Tribus lentibus prioribus ita ante imaginem realem dispositis, vti §. praec. est indicatum, si post imaginem duae lentes constituentur, efficere, vt campus apparens euadat maximus.

Tom. II.

L I

Solutio

## Solutio.

Cum hic habeantur quinque lentes, formula pro multiplicatione erit  $m = -\frac{a}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d} \cdot \frac{e}{f}$  quarum fractionum ista  $\frac{\gamma}{d}$  erit positua, reliquae negatiuae. Cum igitur sit  $\frac{a}{b} = -1 - \omega$ ,  $\frac{\beta}{c} = -1$ . Statuatur  $\frac{\gamma}{d} = i$  et  $\frac{e}{f} = -1$  habebimusque sequentia elementa:

$$b = \frac{a}{1+\omega}; \beta = \infty; c = -\infty; \gamma = a$$

$$d = \frac{a}{i}; \delta = +\frac{D a}{i}; e = -\frac{D a}{i i}$$

existente  $m = (1 + \omega) i . l$

Deinde distantiae focales

$$p = a; q = b; r = \gamma; s = D d \text{ et } t = e.$$

Porro intervalla lentium

$$a + b = \omega a; \beta + c = \omega a;$$

$$\gamma + d = \frac{1+i}{i} a; \delta + e = D \left( \frac{1-i}{i i} \right) . a,$$

quorum trium priora cum per se sint positua, tantum superest, ut sit  $D (1 - i)$  posituum.

Pro fractionibus  $\pi$ ,  $\pi'$  etc. iam habemus:

$$\frac{\pi}{\phi} = -\omega; \frac{\pi'}{\phi} = -2\omega; \text{ ideoque } \frac{\pi - \pi'}{\phi} = \omega.$$

Pro binis reliquis vero habentur hae aequationes:

$$\frac{D \pi' - \pi + \pi - \phi}{\phi} = \frac{a}{a} = i.$$

$$\frac{\pi'' - \pi' + \pi' - \pi + \phi}{\phi} = \frac{D a}{a} = -i l = -m$$

Ex

Ex quibus elicitur

$$\frac{\pi''}{\phi} = \frac{1+i-\omega}{D} = \frac{1+i}{D}$$

$$\frac{\pi''}{\phi} = \frac{1+i}{D} + \omega - 1 - m.$$

Vade pro loco oculi statim habemus

$$O = -\frac{\pi''}{\phi} \cdot r = \left( \frac{1+i}{D} + \omega - 1 - m \right) \frac{D\alpha}{m}$$

$$O = \left( \frac{1+i}{D} - 1 - m \right) \frac{D\alpha}{m}$$

quae ut fiat positua, necesse est, ut  $D$  sit negativum, adeoque ob  $D(1-i) > 0$  erit quoque  $1 < i$ . Quare cum distantia  $O$  facta sit positua pro margine colorato tollendo habebitur haec aequatio:

$$0 = -\omega + \frac{\pi''}{\phi} \cdot \frac{1}{m} - \frac{\pi''}{\phi} \cdot \frac{1}{m} \text{ seu}$$

$$0 = -\omega + \frac{1+i}{Dm} - \frac{(1+i)}{Dm} + \frac{1+i}{Dm}$$

seu reiectis  $\omega$

$$0 = \frac{1+i}{D} \cdot \frac{1-i}{1-i} + \frac{1+i}{Dm} \text{ seu}$$

$$0 = \frac{(1+i)(1-i)}{D} + 1 + m \text{ hinc}$$

$$D = -\frac{(1+i)(1-i)}{m+1} = -\frac{(1+i)(1-i)}{m+1} \text{ et } D = \frac{(1+i)(1-i)}{1+m-i}$$

qui valor debet esse negativus ob  $1 < i$ , hincque esse oporteret  $1 < \frac{1}{1+i}$  siue  $1 < i$  ita, ut hinc esse debeat

$$i > 2m, \text{ et } D = \frac{(1+i)(1-i)}{1+(1-i)-i}.$$



His circa valores  $D$  et  $l$  definitis examinemus campum apparentem, cuius semidiameter  $\Phi$  duplici modo exprimitur

$$1^{\circ}. \Phi = \frac{D\pi''}{1+i} = \frac{(1-l)\pi''}{m+1};$$

$$2^{\circ}. \Phi = \frac{D\pi''}{1+iD-(m+1)}, \Phi = \frac{(1-l)\pi''}{(m+1)l}$$

quorum minor tantum locum habet, siquidem  $\pi''$  et  $\pi'''$  maximum valorem, qui est circiter  $\frac{1}{2}$ , obtineant. Cum autem sit  $\pi''$ :  $\pi''' = 1:l$ , tantum sumi poterit  $\pi'' = \frac{1}{2}$  fietque  $\pi''' = \frac{1}{2}$  hincque campus prodiret  $\Phi = \frac{1}{2} \cdot \frac{1-l}{m+1}$ ; ideoque minor, quam si lente oculari simplici vteremur, contra nostrum institutum; ita, ut hoc problema pro nostro scopo resolui nequeat.

Idem Problema praecedens.

254. Vbi ceteris manentibus omnibus, tantum quarta lens ante imaginem realem collocatur.

### Solutio.

In solutione ergo etiam omnia manebunt, ut ante, nisi quod binarum quantitatum  $i$  et  $l$  signa sint mutanda. Primo ergo erunt elementa

$$b = -\frac{a}{1+\omega}; \beta = \infty; e = -\infty; \gamma = a$$

$$d = -\frac{a}{i}; \delta = -\frac{Da}{i}; e = -\frac{Da}{il}.$$

Distantiae focales.

$$p = a; q = -a; r = \gamma = a;$$

$$s = -\frac{Da}{i}; t = -\frac{Da}{il}.$$

Len-

Lentum vero interualla

$$\alpha + b = \omega \alpha; \beta + c = \omega \alpha$$

$$\gamma + d = + \frac{(i-1)}{i} \alpha;$$

$$\delta + e = - \frac{(i+1)}{i} D \alpha$$

vnde patet, esse debere D negativum, at  $i > 1$ ; tum vero notetur esse  $m = i l$ .

Deinde inueniemus

$$\frac{\pi}{\phi} = -\omega; \frac{\pi'}{\phi} = -2\omega$$

$$\frac{\pi''}{\phi} = -\frac{(i-1)}{D}; \frac{\pi'''}{\phi} = -\frac{(i-1)}{D} - 1 - m$$

hincque pro loco oculi

$$O = \left( -\frac{(i-1)}{D} - 1 - m \right) \frac{D \alpha}{m \pi}$$

qui ergo valor est positivus ob  $D < 0$ . Quare vi margo coloratus evanescat debet esse

$$D = \frac{-(i-1)(i+1)}{m+1}$$

$$D = \frac{-(i-1)(i+1)}{2m+i-1}$$

qui valor cum sit negativus, conditionibus praecedentibus satisfat, si modo sit  $i > 1$ . atque his valoribus substitutis erit

$$b = -\alpha; \beta = \infty; c = -\infty; \gamma = \alpha; d = -\frac{\alpha}{i}$$

$$\delta = \frac{(i-1)(i+1)\alpha}{(2m+i-1)i}; e = \frac{(i-1)(i+1)\alpha}{(2m+i-1)il}$$

$$p = \alpha; q = -\alpha; r = \alpha;$$

L 13

s =

$$s = \frac{(l-1)(l+1)a}{(m+1)l}; \quad t = \frac{(l-1)(l+1)a}{(2m+l-1)l}$$

$$\alpha + b = \omega a; \quad \beta + c = \omega a; \quad \gamma + d = \frac{l-1}{l} a$$

$$\delta + e = \frac{(l-1)(l+1)a}{(2m+l-1)l}$$

$$\frac{\pi}{\phi} = -\omega; \quad \frac{\pi'}{\phi} = -2\omega$$

$$\frac{\pi''}{\phi} = +\frac{m+l}{l+1}$$

$$\frac{\pi'''}{\phi} = +\frac{m+l}{l+1} - 1 - m = -\frac{l(m+1)}{l+1} \text{ hincque}$$

$$O = \frac{l(l-1)(m+1)}{2m+l-1} \cdot \frac{a}{m^2}$$

Cum igitur sit  $\pi''$ :  $\pi''' = 1:-l$  pro campo duo casus sunt perpendendi.

I. Si  $l > 1$ , tum poterit capi  $\pi''' = -\frac{1}{l}$  vt fiat  $\pi'' = \frac{1}{l} < \frac{1}{2}$  hincque semidiameter campi

$$\phi = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1+l)}{m+1}$$

II. Si  $l < 1$ , capi poterit  $\pi'' = \frac{1}{2}$  vt fiat

$$\pi''' = -\frac{1}{2} < -\frac{1}{l} \text{ hincque } \phi = \frac{1}{2} \cdot \frac{1+l}{m+1}.$$

Vtroque ergo casu campus maior erit, quam si vnica adesset lens ocularis, quo casu inuenimus

$$\phi = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{m+1}.$$

Maximus igitur campus obtinebitur si capiatur  $l=1$ . quo casu ob  $il=m$  fit  $i=m$  tum vero

$$\phi = \frac{1}{2(m+1)} = \frac{1712}{m+1} \text{ min.}$$

qui

qui est duplo maior. Conueniet igitur sumi  $l = 1$ , si modo resolutio postremae aequationis id permittat, quae est

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{1+\omega} + \frac{\lambda''}{1+\omega} - \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda'''}{D^2} + \frac{v}{D} \right) - \frac{\lambda''''}{D^2 m}$$

vbi si capiatur  $l = 1$ , vt sit  $i = m$  sit

$$D = -2 \cdot \frac{m-1}{m+1}; D = -2 \cdot \frac{m-1}{m+1}$$

quare si  $m$  sit numerus praemagnus, erit  $D = -2$ ;  $D = -\frac{2}{3}$ ; ex quo manifestum est resolutionem illius aequationis hoc modo non solum non impediri, sed et adiuuari, ita, vt haec positio  $l = 1$  nostro scopo maxime conueniat. Hinc ergo consequimur

$$\lambda' = (1 + \omega) \lambda + \lambda'' - \frac{\lambda'''}{D^2 m} - \frac{\lambda'''}{D^2 m} - \frac{v}{D^2 m}$$

ad quam resoluentiam primo notetur, quia duae postremae lentes maximam requirunt aperturam, eas utrinque aequae conuexas capi debere; vnde pro vltima lente sumi debet  $\lambda''' = 1,6299$ ; pro penultima vero habetur

$$\begin{aligned} \sqrt{(\lambda''' - 1)} &= \frac{v-1}{2} \cdot \frac{2-d}{2+d} \\ &= \frac{v-1}{2} \cdot \frac{2-d}{2+d} \end{aligned}$$

Cum nunc sit  $\left(\frac{v-1}{2}\right)^2 = 0,6299$

erit  $\lambda'' = 1 + 0,6299 \cdot \left(\frac{v-1}{2}\right)^2$

deinde vero sumamus  $\lambda = 1$  et  $\lambda' = 1$ . pro  $\omega$  autem commode sumi posse videtur  $\omega = \frac{1}{m}$ , quoniam hoc

hoc modo intervalla lentium priorum non sunt nimis parva, quam ut in praxi locum habere queant.

### COROLL. I.

255. Quodsi ergo statuamus  $l=1$ , ut sit  $i=m$ , tum vero  $\omega = \frac{1}{m}$ , nostra elementa ita se habebunt:

$$b = -\frac{m\alpha}{m+1}; \beta = \infty; c = \infty$$

$$\gamma = a; d = -\frac{a}{m}; \delta = \frac{2(m-1)\alpha}{m(2m-1)}; e = \frac{2(m-1)a}{m(2m-1)};$$

ita, ut sit  $\delta = e$  et imago realis inter binas lentes postremas media interiaceat.

Distantiae autem focales erunt

$$p = a; q = -\frac{m\alpha}{m+1}; r = a$$

$$s = \frac{2(m-1)\alpha}{m(m+1)}; t = \frac{2(m-1)a}{m(2m-1)}$$

Intervalla vero lentium

$$a + b = \frac{a}{m}; \beta + c = \frac{a}{m}; \gamma + d = \frac{2m-1}{m} a$$

$$\delta + e = \frac{2(m-1)\alpha}{m(2m-1)}$$

$$\text{et } O = \frac{m\alpha-1}{2m-1} \cdot \frac{a}{m\alpha}.$$

### COROLL. 2.

256. Adiecta igitur vnica lente hoc insigne commodum feliciter sumus adepti quod amplitudo campi duplo maior sit facta, quam si vnica lente oculari vteremur, vbi probe notandum est, quod haec nova lens adiecta non post imaginem realem, sed ante eam debeat collocari.

Scho-

## Scholion I.

257. Quo haec, quae inuenimus, commodissime ad praxin accommodemus, methodo iam supra traditamur ac primo constructionem telescopii pro multiplicatione quapiam modica veluti  $m = 25$  inuestigemus; deinde vero pro  $m = \infty$ ; ex quorum casuum comparatione non difficulter pro qualibet multiplicatione media constructionem colligere licebit.

## Exempl. I.

Pro  $m = 25$ .

258. Constructionem telescopii exhibere:

Cum hic sit  $m = 25$ , erit

$$D = -\frac{1}{11} = -1,84615$$

$$D = -\frac{1}{11} = -0,64865$$

$$\text{hinc erit } \frac{1-D}{1+D} = \frac{1.64865}{0.35135}$$

$$\text{hinc Log. } \left(\frac{1-D}{1+D}\right)^2 = 1,3428018$$

$$\text{unde colligitur } \lambda''' = 14,8699.$$

Iam cum sit

$$\text{Log. } -D = 0.2662669$$

$$\text{Log. } -D = 9.8120104$$

reperimus

$$\lambda' = 1,04 + 1 + 0,094529 + 0,23888 = 0,00777$$

Tom. II.

M m

$\lambda'' =$

$$\lambda' = 2,3656$$

$$\lambda' - 1 = 1,3656 \text{ et}$$

$$\tau. \sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,0577$$

Constructio igitur lentium ita se habebit:

I. Pro prima lente.

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 0,6145. \alpha \\ \text{poster.} = 5,2439. \alpha \end{cases}$$

$$\text{Semidiameter aperturæ} = \frac{15}{16} \text{ dig.} = \frac{1}{2} \text{ dig.}$$

$$\text{Interuall. ad lentem sequentem} = \frac{1}{24} \cdot \alpha = 0,04 \alpha.$$

II. Pro secunda lente

calculus ita se habebit

$$F = \frac{b}{f \pm 1,0577} = \frac{-0,16 \alpha}{1,0577}$$

$$G = \frac{b}{g \pm 1,0577} = \frac{-0,06 \alpha}{0,16,7}$$

$$\text{feu } F = -0,7690. \alpha$$

$$G = -1,6851. \alpha$$

$$\text{Interuallum ad sequentem, vt ante,} = 0,04 \alpha$$

III. Pro tertia lente

cum eius distantia focalis sit reuera

$$\gamma = \frac{\alpha}{1+\omega} = (1-\omega) \alpha \text{ et } \lambda' = 1,$$

ex

ex prima lente haec ita definitur

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 0,5900. \alpha \\ \text{poster.} = 5,0342. \alpha \end{cases}$$

$$\text{Intervallum ad quartam} = \alpha - \frac{1}{m} = 0,92. \alpha$$

#### IV. Pro quarta lente

$$\text{cuius distantia focalis est } 1,84615. \frac{\alpha}{m}$$

quia debet esse vtrunque aequae conuexa,

$$\text{erit vtriusque faciei radius} = 2,03076. \frac{\alpha}{m}$$

$$\text{Semidiameter aperturæ} = 0,50769. \frac{\alpha}{m}$$

$$\text{Intervallum ad sequentem} = +1,29730. \frac{\alpha}{m}.$$

#### V. Pro quinta lente

$$\text{cuius distantia focalis} = 0,64865. \frac{\alpha}{m}$$

$$\text{erit radius vtriusque faciei} = 0,71351. \frac{\alpha}{m}$$

$$\text{Semidiameter aperturæ} = 0,17838. \frac{\alpha}{m}$$

hinc intervallum ad oculum vsque erit  $= 0,3372. \frac{\alpha}{m}$ ,  
 existente  $m = 25$  et campi apparentis semidiameter  
 erit  $\Phi = \frac{171}{16}$ . minut.  $= 66$  min. et longitudo totius  
 instrumenti

$$= \alpha + 1,6345. \frac{\alpha}{m} = 1,06538. \alpha.$$

M m 2

Exem-



## Exempl. II.

Si  $m = \infty$ .

259. Constructionem telescopii describere.

Erit igitur  $\mathcal{D} = -2$ ;  $D = -\frac{1}{2}$ et  $\omega = 0$ ,  $\frac{1-D}{1+D} = 5$ ; unde fit

$$\lambda''' = 1 + 0,6299.25 = 16,74$$

Hincque colligitur

$$\lambda' = 1 + 1 = 2; \lambda' - 1 = 1. \text{ ideoque}$$

$$\tau. \sqrt{(\lambda' - 1)} = \tau = 0.9051.$$

Constructio igitur lentium ita se habebit :

## I. Pro prima lente

$$\text{radius faciei } \left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 0,6145. \alpha \\ \text{poster.} = 5,2439. \alpha \end{array} \right.$$

$$\text{Semidiameter aperturæ} = \frac{\pi}{15} \text{ dig.}$$

$$\text{Intervallum ad lentem sequentem} = \frac{\alpha}{m}.$$

## II. Pro secunda lente

cuius distantia focalis  $b' = -\alpha$  habebimus.

$$F = \frac{b}{f \pm 0,9051} = \frac{-\alpha}{1,051}$$

$$G = \frac{b}{g \pm 0,9051} = \frac{-\alpha}{0,7221}$$

$$\text{Hinc } F = -0,91257. \alpha$$

$$G = -1,38446. \alpha$$

$$\text{Intervallum ad sequentem} = \frac{\alpha}{m}.$$

## III. Pro

## III. Pro tertia lente

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 0,6145 \cdot \alpha \\ \text{poster.} = 5,2439 \cdot \alpha \end{cases}$$

$$\text{Intervallum ad sequentem lentem} = \alpha - \frac{\alpha}{m}.$$

## IV. Pro quarta lente

$$\text{cuius distantia focalis est } D = + \frac{\alpha}{m},$$

$$\text{erit radius utriusque faciei} = 2,2 \frac{\alpha}{m}.$$

$$\text{Intervallum} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\alpha}{m} = 1,333 \cdot \frac{\alpha}{m}.$$

## V. Pro quinta lente

$$\text{cuius distantia focalis} = 0,666 \cdot \frac{\alpha}{m}$$

$$\text{erit radius utriusque faciei} = 0,7333 \cdot \frac{\alpha}{m}$$

$$\text{Intervallum ad oculum} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\alpha}{m}.$$

## Exempl. III.

260. Pro multiplicatione quacunque  $n$  constructionem huiusmodi telescopii describere.

Hic assumi omnes lentes ex ea vitri specie parari, pro qua est  $n = 1,55$ . Ex praecedentibus autem sequens constructio concinnabitur

## I. Pro prima lente

erit, ut hactenus,

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 0,6145 \cdot \alpha \\ \text{poster.} = 5,2439 \cdot \alpha \end{cases}$$

M m 3

Semi-

Semidiameter aperturæ  $x = \frac{a}{10}$  dig.

Interuallum ad sequentem  $= \frac{a}{m}$ .

## II. Pro secunda lente

ponatur

$$F = -(0,91257 + \frac{f}{m})\alpha$$

$$G = -(1,38446 + \frac{g}{m})\alpha$$

erit autem

$$0,91257 + \frac{f}{1} = 0,7690$$

$$1,38446 + \frac{g}{1} = 1,6851$$

$$\text{vnde } f = -3,59$$

$$g = +7,52$$

$$\text{Interuallum} = \frac{a}{m}.$$

## III. Pro tertia lente

$$\text{radius faciei } \begin{cases} \text{anter.} = 0,6145 (1 - \frac{1}{m})\alpha \\ \text{poster.} = 5,2439 (1 - \frac{1}{m})\alpha \end{cases}$$

$$\text{Interuallum ad sequentem} = \alpha - \frac{1}{m}.$$

## IV. Pro quarta lente

statuatur radius vtriusque faciei

$$= (2,2 + \frac{b}{m})\frac{a}{m}$$

$$\text{eritque } 2,2 + \frac{b}{1} = 2,03076$$

hinc

hinc colligitur  $b = -4, 231$ .

Interuallum ad sequentem  $= (1, 333 + \frac{k}{m}) \frac{\alpha}{m}$

hinc  $k = -0, 90$ ; adeoque interuallum erit

$$(1, 333 - \frac{0.90}{m}) \frac{\alpha}{m}.$$

V. Pro quinta lente

cuius distantia focalis  $= (0, 666 - \frac{0.45}{m}) \frac{\alpha}{m}$

erit radius vtriusque faciei  $= (0, 7333 - \frac{0.45}{m}) \frac{\alpha}{m}$

Distantia ad oculum  $= (\frac{1}{2} + \frac{1}{m}) \frac{\alpha}{m}$

vnde  $l = 0, 097$  adeoque haec distantia erit

$$(0, 333 + \frac{0.097}{m}) \frac{\alpha}{m}$$

et tota telescopia longitudo  $=$

$$\alpha + (1, 666 - \frac{0.90}{m}) \frac{\alpha}{m}$$

vel  $\alpha + 1, 666 \frac{\alpha}{m} - 0, 803 \frac{\alpha}{m}$

Perpendamus nunc quantum valorem ipsi  $\alpha$  tribui conueniat et cum ternae priores lentes vt lens triplicata spectari queant, minimus radius est  $0, 6145 \alpha$ , cuius pars quarta  $\frac{1}{4} \alpha$  ipsi  $x = \frac{m}{30}$  aequalis posita dat  $\alpha = \frac{1}{15} \text{ dig.} = \frac{1}{30} \text{ dig.}$  Ponamus igitur  $\alpha = \frac{1}{30} m \text{ dig.}$  et habebitur sequens

Constructio huiusmodi Telescopiorum.

Circa diaphragma his telescopiis inferendum videatur sequens Scholion 3.

Pro

Pro multiplicatione quacunq<sup>ue</sup>  $m$ , lentibus ex vitro  
 $m = 1,55$ , factis

## I. Pro prima lente

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 0,08193. m. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 0,69918. m. \text{ dig.} \end{cases}$$

$$\text{Semidiameter aperturæ} = \frac{7}{15} \text{ dig.}$$

$$\text{Intervallum} = \frac{2}{15} \text{ dig.}$$

## II. Pro secunda lente

$$\text{rad. fac.} \begin{cases} \text{anter.} = (-0,1217. m + 0,478) \text{ dig.} \\ \text{poster.} = (-0,18459. m - 1,003) \text{ dig.} \end{cases}$$

$$\text{Intervallum} = \frac{1}{15} \text{ dig.}$$

## III. Pro tertia lente

$$\text{rad. fac.} \begin{cases} \text{anter.} = (0,08193 m - 0,0819) \text{ dig.} \\ \text{poster.} = (0,69918 m - 0,699) \text{ dig.} \end{cases}$$

$$\text{Intervallum} = (\frac{1}{15} m - \frac{1}{15}) \text{ dig.}$$

## IV. Pro quarta lente

$$\text{radius vtriusque faciei} = (0,2933 - \frac{0,1611}{m}) \text{ dig.}$$

$$\text{Intervallum} = (0,1777 - \frac{0,12}{m}) \text{ dig.}$$

## V. Pro quinta lente

$$\text{radius vtriusque faciei} = (0,098 - \frac{0,066}{m}) \text{ dig.}$$

$$\text{Hinc intervallum ad oculum} = (0,044 - \frac{0,012}{15}) \text{ dig.}$$

$$\text{Longitudo tota} = (\frac{1}{15} m - 0,11) \text{ dig.}$$

ita,

ita, vt pro casu  $m = 100$  haec longitudo sit  $13 \frac{1}{2}$  dig. campi denique apparentis semidiameter  $= \frac{1719}{m+1}$  min. feu, quia etiam lentes priores aliquantillum ad campum augendum conferunt,  $\Phi = \frac{1719}{m}$  min. ita, vt pro  $m = 100$  fiat  $\Phi = 17$  min. 10 sec.

## Scholion 2.

261. Telescopia haec in suo genere ita omnibus numeris absoluta videntur, vt perfectiora vix desiderari queant, nisi diuersas vitri species adhibere velimus. Non solum enim confusionis ab apertura oriundae sunt expertia aequae ac marginis colorati, sed etiam campum apparentem duplo maiorem patefaciunt, quam simplicia ac praeterea tam sunt brevia, vt breuiora ne sperare quidem liceat. Deinde etiam in executione insignae commodum inde obtineri potest, quod inter tres priores lentes interualla aliquantillum, variari possunt; si enim forte eueniat, vt ob tantillum errorem in praxi commissum hae lentes non exactissime ad interualla hic praescripta sint accommodata, facile euenire potest, vt iis paulisper mutatis, egregium effectum sint praestaturae. Interim tamen semper consultum erit, secundam lentem concuam pluries elaborari, secundum easdem mensuras; cum enim semper aliquod discrimen deprehendatur, inter plures eiusmodi lentes optima facile eligi poterit. Nihilominus vero conueniet nostram inuestigationem vltius prosequi et in eiusmodi huius generis tele-

Tom. II.

N n

scopia

scopia inquirere, quorum campus adeo triplo vel quadruplo maior sit proditurus.

### Scholion 3.

262. Quo haec telescopia meliorem effectum praestent, necesse est, vt in loco imaginis verae diaphragma siue septum, quemadmodum supra iam est descriptum, cum foramine debitaе magnitudinis constituat. Cadit autem haec imago ob  $\delta = e$  praecise in medium interualli quartae. & quintae lentis ideoque ad distantiam  $= (0,0888 - \frac{0,06}{m})$  dig. Deinde cum foramen magnitudini huius imaginis debeat esse aequale et semidiameter imaginis sit in genere  $= \alpha \Phi$ .  $BCD = \alpha \Phi$ .  $D = -2 \cdot \frac{m-1}{2m-1} \cdot \alpha \Phi$ ; debet esse semidiameter foraminis  $= -2 \cdot \frac{m-1}{2m-1} \alpha \Phi$ . Iam cum in nostro exemplo euoluto sit  $\alpha = \frac{2}{11} m$  et  $\Phi = \frac{1}{2m}$ , colligitur iste foraminis semidiameter  $= \frac{1}{11} \cdot \frac{2 \cdot (m-1)}{2m-1}$  dig,  $= (\frac{1}{11} - \frac{1}{11m})$  dig.

Ceterum etsi his telescopiis multo maiorem claritatis gradum conciliauimus quam vulgo fieri solet, dum summusus  $y = \frac{1}{3}$  dig., ex Hugenii regulis autem sequitur  $y = \frac{1}{3}$  dig. tamen si quis vereatur, ne hic ob multitudinem lentium claritas notabilem iacturam patiatur, huic incommodo facile medela afferetur, mensuras datas tantum quapiam sui parte augendo seu, quod eodem redit, mensuram vnus digiti, quam hactenus indefinitam reliquimus, pro lubitu augendo.

Pro-

## Problema 7.

263. Si praeter tres lentes priores, vti in praecedente problemate sunt constitutae, adhuc vna lens ante locum imaginis collocetur, post eam insuper duas lentes ita disponere, vt maximus campus obtineatur.

## Solutio.

Cum hic occurrant sex lentes, erit

$$m = \frac{a}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d} \cdot \frac{\delta}{e} \cdot \frac{f}{g}.$$

quarum fractionum tres priores sunt negatiuae, quarta positiua & quinta denuo negatiua. Pro prioribus iam sumimus esse  $\frac{a}{b} = -1 = \omega$ ;  $\frac{\beta}{c} = -1$ . Pro posterioribus vero statuamus  $\frac{\gamma}{d} = -k$ ;  $\frac{\delta}{e} = i$  et  $\frac{f}{g} = -l$  vt sit  $m = (1 + \omega)kli$ ; vnde ob  $B = \infty$ ,  $C = 0$ , et  $BC = 1$  elementa nostra erunt

$$b = -\frac{a}{1+\omega}; \beta = \infty; c = -\infty;$$

$$\gamma = \frac{a}{1+\omega}; d = -\frac{a}{k}; \delta = -\frac{D\alpha}{k};$$

$$e = -\frac{D\alpha}{kl}; f = -\frac{D\beta k}{kl}; g = \frac{D\beta k}{kl}.$$

Atque hinc distantiae focales reperientur:

$$p = a; q = -(1-\omega)a; r = \frac{a}{1+\omega};$$

$$s = -\frac{D\alpha}{k}; t = -\frac{D\alpha}{kl}; u = \frac{D\beta k}{kl}.$$

N n 2

Tum



Tum vero intervalla lentium

$$\alpha + b = \omega \alpha; \beta + c = \omega \alpha; \gamma + d = \frac{k-1}{k} \cdot \alpha$$

$$\delta + e = -D \alpha \frac{1-1}{k-1}; \varepsilon + f = D E \alpha \frac{1-1}{k-1}$$

quae ut prodeant positiua, debet esse

$$1^\circ. k > 1; 2^\circ. D < 0; 3^\circ. +E(l-1) > 0$$

Litterae  $\pi$ ,  $\pi'$  etc. sequenti modo definientur:

$$\frac{\pi}{\Phi} = -\omega; \frac{\pi'}{\Phi} = -2\omega$$

et reliquae ex sequentibus formulis determinari debent

$$\frac{2\pi' - \pi' + \pi - \Phi}{\Phi} = \frac{BC\alpha}{d} = -k$$

$$\frac{2\pi'' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi}{\Phi} = \frac{BCD\alpha}{e} = -k\varepsilon$$

$$\frac{\pi''' - \pi''' + \pi'' - \pi' + \pi - \Phi}{\Phi} = m$$

hinc ergo colligimus

$$\frac{\pi''}{\Phi} = \frac{1-k}{2}; \frac{\pi'''}{\Phi} = \frac{\pi''}{\Phi} - \left(\frac{1-k\varepsilon}{e}\right)$$

$$\text{et } \frac{\pi''''}{\Phi} = \frac{\pi'''}{\Phi} - \frac{\pi''}{\Phi} + m + 1$$

Nunc cum pro campo apparente sit

$$\Phi = \frac{\pi - \pi' + \pi'' - \pi''' + \pi''''}{m+1}$$

is fiet maximus, si sumatur  $\pi'' = \frac{1}{2}$ ,  $\pi''' = -\frac{1}{2}$ ,  $\pi'''' = \frac{1}{2}$ ; inde enim fiet  $\Phi = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{m+1}$ ; vnde illae aequationes dabunt

$$\frac{m+1}{2} = \frac{1-k}{2}; \frac{m-1}{2} = \frac{m+1}{2e} - \left(\frac{1-k\varepsilon}{e}\right)$$

$$\text{et } \frac{m+1}{2} = \frac{-m-1}{2} - \frac{m-1}{2} + m + 1$$

quae est, vti debet, identica.

Vnde pro loco oculi sequitur

$$O = \frac{m+1}{2} \cdot \frac{a}{m} = \frac{m+1}{2} \cdot \frac{DEa}{kil,m}$$

quae distantia vt fiat positua ob  $D < 0$  debet etiam esse  $E < 0$  adeoque  $l < 1$ , siquidem assumamus  $a$  positium. Patet autem, si caperemus  $l = 1$ , binas postremas lentes sibi immediate iungi et prodire casum lentis ocularis duplicatae iam supra consideratum. Videamus autem ante quam aequationem pro margine colorato contemplemur, cuiusmodi valores litterae  $E$  et  $D$  ex binis aequationibus superioribus obtineant et ex priori quidem inuenitur  $D = -\frac{2(k-l)}{m+1}$  qui cum sit negatiuus, etiam  $D$  sit negatiuum, vti oportet; et ex altera fit  $E = \frac{2kl-m+1}{m+1}$  hincque  $E = \frac{2kl-m+1}{2m-2kl-1}$ , qui valor cum debeat esse negatiuus, duo casus sunt considerandi

I. Si numerator negatiuus et denominator posituius, erit  $3kl+2 < m$  et  $m > \frac{2kl+1}{2}$  seu simpliciter  $m > 3kl+2$ .

II. Sin autem numerator sit posituius et denominator negatiuus, erit  $m < 3kl+2$  et  $m < \frac{2kl+1}{2}$  seu simpliciter  $m < \frac{2kl+1}{2}$ .

Cum autem sit  $m = kil$ , ob  $l < 1$  erit  $m < ki$ , vnde patet priorem casum locum habere non posse.

N n 3

fed

sed solum secundum, ita, ut sit  $m < ki$  quo pacto omnes conditiones sunt adimpletae, sicque nihil impedit, quominus resolutionem aequationis pro margine tollendo suscipiamus, quae praeter expectationem tam facilis euadet, ut nullae difficultates, quales ante occurrebant, negotium turbent. Haec autem aequatio omiſſis duobus primis terminis utpote minimis ita se habebit:

$$0 = \frac{\pi'''}{\Phi} \cdot \frac{d}{p} + \frac{\pi'''}{\Phi} \cdot \frac{e}{Dp} + \frac{\pi'''}{\Phi} \cdot \frac{f}{DEp}$$

quae ob  $\pi'' = -\pi''' = +\pi''''$  abit in hanc:

$$0 = \frac{d}{p} - \frac{e}{Dp} + \frac{f}{DEp}$$

cum nunc sit  $p = a$  et  $\frac{d}{a} = -k$ ,  $\frac{e}{a} = -\frac{n}{ki}$ ;  $\frac{f}{a} = \frac{ne}{ki}$

erit nostra aequatio

$$0 = -k + \frac{i}{ki} + \frac{i}{ki}$$

seu per  $k$  multiplicando

$$0 = -1 + i + i$$

$$0 = -i + i + i;$$

hincque  $i = \frac{1+i}{i}$ , ubi debet esse  $i < 1$  hinc  $il = 1 + i$  et  $m = (1 + i)k$ ; ita ut sit  $k = \frac{m}{1+i}$ .

Deinde erit

$$D = \frac{-1(k-1)}{m+1}; E = \frac{2ki-m+1}{m+1} \text{ ideoque}$$

$$D = \frac{-1(1k-1)}{2ki+m-1}; E = \frac{2ki-m+1}{2ki+m-1}.$$

His

His inuentis aequatio pro confusione tollenda erit

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{1+w} + \frac{\lambda''}{1+w} - \frac{1}{Dk} \left( \frac{\lambda'''}{D^2} + \frac{v}{D} \right) \\ - \frac{1}{D^2 E k l} \left( \lambda'''' + \frac{v}{E} \right) + \frac{\lambda''''}{D^2 E^2 k}$$

quae, vt haecenus est factum, facile resoluitur, quaerendo scilicet valorem ipsius  $\lambda'$ .

### Scholion.

264. Solutio huius problematis ad sequentes inuestigationes expediendas maximum adiuumentum nobis affert, dum ea nobis nouam methodum suppeditat aequationem pro margine colorato tollendo, quae supra insignibus difficultatibus erat inuoluta, expeditissime resoluendi. Huius methodi autem vis in eo consistit, vt litteris  $\pi$ ,  $\pi'$ ,  $\pi''$  etc. statim determinatos valores tribuamus qui quidem ita sint comparati, vt maximum campum apparentem producant. Hoc enim facto istae litterae ex memorata aequatione statim tolluntur et loco litterarum  $d$ ,  $e$ ,  $f$  valores ante inuentos substituendo etiam litterae maiusculae sponte ex calculo euanescent; ita, vt tota aequatio nulla amplius alia elementa inuoluat praeter litteras  $k$ ,  $i$ ,  $l$ ; quarum una inde sine ulla difficultate definitur; deinde vero ex illis valoribus pro litteris  $\pi$ , assumtis facile determinantur litterae  $D$ ,  $E$  etc. indeque etiam  $D$ ,  $E$  etc. quarum valores in vltimam aequationem translati totum negotium facile conficiunt; quia etiam haec metho-

thodus pro prioribus lentibus in vsum vocari potest, vbi autem notandum est, quia haec lentes quasi ad obiectiuam constituendam concurrunt, ex earum litteris  $\pi$  et  $\pi'$  nihil vel perperam ad campum amplificandum redundare posse. Quocirca his litteris non vt sequentibus valor  $\frac{1}{2}$ , sed potius quam minimus, puta  $\frac{1}{3}$ .  $\omega$  et  $\frac{1}{3}$ .  $\omega'$  tribui debet, denotantibus scilicet  $\omega$  et  $\omega'$  fractiones quam minimas. Quare quo haec noua methodus clarius perspiciatur, ea ad sequens problema generale huc spectans soluendum vtetur.

### Problema 8.

265. Telescopium huius generis ex sex lentibus construere, quarum tres priores inserviant omni confusio*n*i tollendae tres autem posteriores campo triplicando, dum scilicet lenti oculari simplici campum simplicem assignamus.

### Solutio.

Hic igitur quinque sequentes fractiones considerandae veniunt:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d} \cdot \frac{\delta}{e} \cdot \frac{e}{f}$$

quarum omnes praeter vnicam debent esse negativae. Quare si statuamus:

$$\frac{a}{b} = -P; \frac{\beta}{c} = -Q; \frac{\gamma}{d} = -R;$$

$$\frac{\delta}{e} = -S \text{ et } \frac{e}{f} = -T.$$

evidens

euidens est, harum quinque litterarum P, Q, R, S, T vnicam fore negatiuam, reliquis existentibus posituius. Quatenam autem sit negatiua, hic nondum opus est definire. Hoc posito nostra elementa aequae ac distantiae focales cum interuallis lentium sequenti modo conspectui repraesententur:

| Distant. determinat.        | Diff. focales                   | Intervalla lentium                                     |
|-----------------------------|---------------------------------|--------------------------------------------------------|
| $b = -\frac{a}{P}$          | $\beta = -\frac{Ba}{P}$         | $p = a$                                                |
| $c = \frac{Ba}{PQ}$         | $\gamma = \frac{BCa}{PQ}$       | $q = Bb$                                               |
| $d = -\frac{BCa}{PQR}$      | $\delta = -\frac{BCDa}{PQR}$    | $r = Cc$                                               |
| $e = \frac{BCDa}{PQRS}$     | $\epsilon = \frac{BCDEa}{PQRS}$ | $s = Dd$                                               |
| $f = -\frac{BCDEa}{PQRSTI}$ |                                 | $t = Ee$                                               |
|                             |                                 | $u = f$                                                |
|                             |                                 | $a+b = a(1-\frac{1}{P}) > 0$                           |
|                             |                                 | $\beta + c = -\frac{Ba}{P}(1-\frac{1}{Q}) > 0$         |
|                             |                                 | $\gamma + d = \frac{BCa}{PQ}(1-\frac{1}{R}) > 0$       |
|                             |                                 | $\delta + e = -\frac{BCDa}{PQR}(1-\frac{1}{S}) > 0$    |
|                             |                                 | $\epsilon + f = \frac{BCDEa}{PQRS}(1-\frac{1}{T}) > 0$ |

vbi cum productum PQRST sit negatiuum, pro multiplicatione erit  $m = -PQRST$ .

Deinde cum pro campo apparente habeatur

$$\Phi = \frac{\pi - \pi' + \pi'' - \pi''' + \pi^{(iv)}}{m+1}$$

sit  $\xi$  maximus valor, quem hae litterae  $\pi$ ,  $\pi'$  etc. recipere possunt et statuamus  $\pi = \omega \xi$ ;  $\pi' = -\omega' \xi$ ;  $\pi'' = \xi$ ;  $\pi''' = -\xi$ ;  $\pi^{(iv)} = \xi$ ; vt sit  $\Phi = \frac{\omega + \omega' + 1}{m+1} \cdot \xi$

Cum igitur hinc sit  $\frac{\pi^{(iv)}}{\Phi} = \frac{m+1}{\omega + \omega' + 1}$  pro distantia oculi habebimus

Tom. II.

O o

O =

$$O = \frac{\pi^{1st}}{\phi} \cdot \frac{u}{m} = \frac{m+1}{\omega+\omega'+1} \cdot \frac{-BCDE\alpha}{FQRST \cdot m}$$

$$\text{seu } O = \frac{m+1}{\omega+\omega'+1} \cdot \frac{BCDE\alpha}{m \cdot m}$$

Vt igitur O fiat positium, quia  $\frac{\pi^{1st}}{\phi}$  est positium, debet esse  $u > 0$  ideoque vltima lens conuexa, quae conditio insuper est probe obseruanda.

Nunc igitur aequatio pro margine colorato tollendo ita se habebit:

$$0 = \omega \cdot \frac{b}{a} - \omega' \cdot \frac{c}{B\alpha} + \frac{d}{BC\alpha} - \frac{e}{BCD\alpha} + \frac{f}{BCDE\alpha}$$

quae reducitur ad hanc formam:

$$0 = +\omega \cdot \frac{1}{b} + \omega' \cdot \frac{1}{FQ} + \frac{1}{FQR} + \frac{1}{FQRS} + \frac{1}{FQRST}$$

in qua duos priores terminos ob paruitatem negligere licet, ita, vt adhuc sit

$$0 = 1 + \frac{1}{b} + \frac{1}{st}$$

quae aequatio facile resoluitur, dummodo litterarum S et T altera sit negatiua; vnde patet, tres priores litteras P, Q, R necessario esse posituias. Nunc ordo postulat, vt etiam litteras B, C, D etc. ex aequationibus fundamentalibus determinemus

$$\frac{0\pi-\phi}{\phi} = -P;$$

$$\frac{0\pi-\pi+\phi}{\phi} = PQ$$

$$\frac{0\pi'-\pi'+\pi-\phi}{\phi} = -PQR$$

$$\frac{0\pi^{1st}-\pi^{1st}+\pi-\pi+\phi}{\phi} = PQRS.$$

cx

ex quibus, si breuitatis gratia ponamus,  $\frac{\omega + \omega' + 1}{m + 1} = M$ ,  
colligimus:

$$\begin{array}{l|l} \mathfrak{B} = \frac{(1-P)M}{\omega} & B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}} \\ \mathfrak{C} = \frac{(1-PQ)M-\omega}{\omega} & C = \frac{\mathfrak{C}}{1-\mathfrak{C}} \\ \mathfrak{D} = (1-PQR)M - \omega' - \omega & D = \frac{\mathfrak{D}}{1-\mathfrak{D}} \\ \mathfrak{E} = (1-PQRS)M - \omega' - \omega - 1 & E = \frac{\mathfrak{E}}{1-\mathfrak{E}} \end{array}$$

adeoque

$$\begin{aligned} B &= \frac{(1-P)M}{\omega - (1-P)M} \\ C &= \frac{(1-PQ)M - \omega}{\omega' + \omega - (1-PQ)M} \\ D &= \frac{(1-PQR)M - \omega' - \omega}{1 + \omega + \omega' - (1-PQR)M} \\ E &= \frac{(1-PQRS)M - \omega' - \omega - 1}{1 + \omega + \omega' - (1-PQRS)M} \end{aligned}$$

Nunc denique aequatio pro confusione aperturæ  
tollenda considerari debet, quæ est

$$\begin{aligned} 0 &= \lambda - \frac{1}{\mathfrak{B}^2} \left( \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}} + \frac{\gamma}{\mathfrak{B}} \right) \\ &+ \frac{1}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{C} \mathfrak{F} \mathfrak{Q}} \left( \frac{\lambda''}{\mathfrak{C}} + \frac{\gamma}{\mathfrak{C}} \right) \\ &- \frac{1}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{C}^2 \mathfrak{D} \mathfrak{P} \mathfrak{Q} \mathfrak{R}} \left( \frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}} + \frac{\gamma}{\mathfrak{D}} \right) \\ &- \frac{1}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{C}^2 \mathfrak{D}^2 \mathfrak{E} \mathfrak{F} \mathfrak{Q} \mathfrak{R} \mathfrak{S}} \left( \frac{\lambda'''}{\mathfrak{E}} + \frac{\gamma}{\mathfrak{E}} \right) \\ &- \frac{1}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{C}^2 \mathfrak{D}^2 \mathfrak{E}^2 \mathfrak{F} \mathfrak{Q} \mathfrak{R} \mathfrak{S} \mathfrak{T}} \cdot \lambda'''' \end{aligned}$$

cui aequationi ut satisfieri queat, notandum est, ter-  
minos post tres priores sequentes admodum fieri par-  
uos.

O o 2



nos. Cum enim sit  $PQRST = -m$ , hoc est numero ingenti, primi autem factores  $P$  et  $Q$  vix ab unitate discrepent, necesse est, ut productum  $RST$  numerum  $m$  fere totum producat; deinde quia inter  $S$  et  $T$  inuenimus aequationem:  $0 = x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ , patet, numerum  $m$  neque in  $S$  neque in  $T$  contineri, ideoque factorem  $R$  maximam partem numerum  $m$  complecti. Quocirca huius aequationis membra quartum et sequentia prae tribus prioribus quasi euanescent ita, ut tria priora se mutuo propemodum destruere debeant, unde proxime statuendum erit

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}'P} + \frac{\lambda''}{\mathfrak{B}'\mathfrak{C}'PQ}$$

ideoque

$$\lambda' = \mathfrak{B}'P \cdot \lambda + \frac{\mathfrak{B}'\lambda''}{\mathfrak{C}'Q}$$

vbi pro felici executione optandum esset, ut prodiret  $\lambda = 1$ ;  $\lambda' = 1$  et  $\lambda'' = 1$ . quia tum leues errores in praxi commissi minimi sunt momenti. Quare cum sequentes termini parui sint positiui, necesse erit, ut sit  $1 > \mathfrak{B}'P + \frac{\mathfrak{B}'}{\mathfrak{B}'\mathfrak{C}'Q}$  unde si esset  $P=1$  et  $Q=1$ , et, ut supra,  $\mathfrak{B}\mathfrak{C}=1$  deberet esse  $1 > 2\mathfrak{B}'$  seu  $\mathfrak{B} < \frac{1}{2}$ ; siue  $\mathfrak{B} < \frac{1}{2}$ ; quod praeceptum in adplicatione attendi meretur.

### COROLL. I

266. Cum igitur nunc certum sit, quinque litteras  $PQRST$  omnes esse positiuas, praeter  $S$  vel  $T$ ,  
fi

si sumamus distantiam  $a$  semper esse positiuam, ex primo interuallo concludimus esse  $P > 1$ ; et quia hoc interuallum statuitur minimum,  $P$  parum tantum superabit unitatem & quia etiam secundum interuallum sumitur minimum, littera  $Q$  parum quoque ab unitate discrepabit. Deinde quia quoque  $F$  debet esse quantitas positua, ideoque productum  $BCDE$  posituum ob  $e = -Tf$  vltimum interuallum fit  $(1-T)f$  statimque hanc praebet conditionem  $T < 1$  vnde si  $T$  sit posituum, conditio postulat, vt sit  $T < 1$ ; sin autem  $T$  sit negatiuum, nulla restrictione opus est.

## Coroll. 2.

267. Quia in vltima aequatione omnia membra praeter secundum sunt positua, ita, vt solum secundum, omnia reliqua destruere debeat, necesse est, vt  $\mathcal{B}$  sit posituum et propemodum, vti notauimus, valorem habeat unitate aliquantillum minorem. Quare cum inuentum sit  $\mathcal{B} = \frac{(1-P)M}{\omega}$ ; littera autem  $M$  semper sit positua, at  $1-P$  negatiuum, sequitur, fore particulam  $\omega$  negatiuam.

## Coroll. 3.

268. Si igitur interuallum primum statuamus  $= \eta a$ , pariterque secundum etiam  $\eta a$  existente  $\eta$  fractione minima, quoniam tantum hic illum casum euitare volumus, quo hae lentes quasi in vnam coalescere deberent,  $\eta$  tam paruum assumi conuenit, quam

O o 3

exse-

executio permittit; ad quod sufficere videtur, si sit  $\eta = 0,03$ ; hinc igitur erit  $1 - \frac{1}{p} = \eta$  adeoque  $P = \frac{1}{1-\eta}$  et nunc  $\omega$  propius definire poterimus, scilicet  $\omega = \frac{-\eta M}{(1-\eta)B}$  et quia  $M = \frac{1}{m+1}$  erit  $\omega = \frac{-\eta}{(m+1)B}$  sicque littera B adhuc nostro arbitrio relinquitur

## Coroll. 4.

269. Quia  $B > 0$  et parumper minus unitate erit B positivum; unde pro secundo intervallo habebimus  $Q = \frac{B}{B+\eta P}$  ideoque  $Q < 1$ . siue  $Q = \frac{(1-\eta)B}{(1-\eta)B+\eta}$  seu proxime  $Q = 1 - \frac{\eta}{B}$ ; hincque definire licet  $\omega'$  scilicet  $\omega' = \frac{(1-PQ)M-\omega}{Q}$  siue  $\omega' = \frac{6\eta}{(m+1)BQ}$ , ita, vt etiam E nostro arbitrio relinquatur.

## Scholion 1.

270. Hinc casus supra tractatus, quo erat  $B = \infty$  et  $E = 0$ , facile deducitur tum enim erit  $Q = 1$ ; manente  $P = 1 + \eta$ ,  $\omega = \frac{-\eta}{m+1}$ ;  $\omega' = \frac{6\eta}{(m+1)BQ}$  et quia tam  $\beta = \infty$ , quam  $\epsilon = -\infty$  fiet  $\gamma$  distantia focalis tertiae lentis  $r = \frac{B\epsilon\alpha}{rQ}$ , vbi BE ita definiri poterit, vt tertia lens primae perfecte euadat aequalis, quod ad praxin valde est conueniens; statuatur nempe  $BE = PQ = 1 + \eta$ .

Quia autem tum sit  $B = 1$ , postremae conditioni satisfieri nequit; quae cum sit maioris momenti, quam praecedens, statuamus potius  $B = 1$ ; vt sit  $B = 4$  et

et sumto  $P = 1,03$  reperitur, sumi debere  $\mathcal{E} > 0,2567$ ,  
quare sumatur  $\mathcal{E} = 0,257$ . eritque:

$$C = \frac{0,257}{0,243} = 0,34589$$

quod notasse sufficiat pro iis, qui tali resolutione uti  
velint.

### COROLL. 5.

271. Quia nunc tam  $BC$ , quam  $PQ$  sunt  
numeri positiui, ut tertium quoque intervallum fiat  
positiuum, necesse est, ut sit  $R > 1$ , quae conditio  
sponte impletur, quoniam  $R$  erit numerus multo ad-  
huc maior. Pro quarto intervallo  $-\frac{BCD}{PQR}(1 - \frac{1}{2})\alpha$   
necesse est, ut  $-D(1 - \frac{1}{2})$  sit positiuum; ex prae-  
cedentibus autem patet,  $D$  ideoque et  $D$  esse negati-  
uum; unde fieri debet  $1 - \frac{1}{2} > 0$  quod fit, si fuerit  
vel  $S$  negatiuum vel  $S > 1$ , si sit positiuum. De  
quinto intervallo iam supra vidimus.

### Scholion 2:

272. Hic ergo duo casus sunt considerandi, al-  
ter, quo  $S$  est numerus negatiuus, alter vero, quo  $T$   
est negatiuum.

I. Sit  $S < 0$ . et ponatur  $S = -K$  habebiturque  
ista aequatio  $0 = 1 - \frac{1}{k} - \frac{1}{K}$  eritque  $K = 1 + \frac{1}{k}$  verum  
hic est  $T < 1$ , uti supra vidimus; unde erit  $K > 2$   
et  $KT$  continetur intra limites 1 et 2; unde cum  
sit  $RKT = m$ , continebitur  $R$  intra limites  $m$  et  $\frac{m}{2}$   
hoc porro casu erit  $\mathcal{E} = (1 + RK)M - 1$ ; qui va-  
lor ob  $RK > m$  et  $M = \frac{1}{m+1}$  erit  $\mathcal{E} > \frac{1(m+1)}{m+1} - 1 > 2$ ;  
ideo-

ideoque E semper negatiuum, vti reliqua conditio postulat, scilicet vt BCDE sit positium.

II. Sit iam  $T < 0$  et ponatur  $T = -K$  eritque  $0 = 1 + \frac{1}{k} - \frac{1}{sk}$  ideoque  $S = \frac{1}{k} - 1$ , vbi quidem ratione vltimi intervalli K pro lubitu accipi posset, nunc vero requiritur, vt sit  $K < 1$ . Cum igitur sit  $RSK = m$ , erit  $RS = \frac{m}{k}$  adeoque  $RS > m$  et littera E manifesto sit negatiua ideoque etiam E; quibus notatis euolutio exemplorum nulla plane laborat difficultate; id tantum hic adhuc adiungere visum est, vt tres posteriores lentes maximam aperturam accipiant, eas vtrinque aequae conuexas confici debere; qua conditione numeri  $\lambda''$ ,  $\lambda'''$ ,  $\lambda''''$  sequenti modo determinantur, vti quidem iam supra est ostensum, scilicet si pro indole vitri ponatur  $\frac{c-d}{1-T} = N$ , reperitur  $\lambda'' = 1 + N^2 \cdot (\frac{1-d}{1+D})^2$ , quae forma ob  $D = \frac{D}{1-d}$  erit  $\lambda'' = 1 + N^2 (1 - 2D)^2$  similique modo  $\lambda''' = 1 + N^2 (1 - 2E)^2$   $\lambda'''' = 1 + N^2$ .

Superfluum autem iudico hanc inuestigationem exemplo illustrare, cum quia pro casu quinque lentium plurima exempla iam sunt allata, tum vero in primis si quis campum maiorem desideraverit, consultum potius erit, duas vitri species adhibere, vt etiam vltima confusionis species peritus remoueatur. Quod argumentum in sequente adhuc capite fusius nobis explicandum restat.

# CAPVT III.

DE

## VLTERIORI TELESCOPIORVM

SECVNDI GENERIS PERFECTIONE, DI-  
VERSAS VITRI SPECIES ADHIBENDO.

### Problema I.

**S**<sup>273.</sup>i telescopium ex tribus lentibus sit componendum,  
invenire momenta, ad eius perfectionem facientia.

### Solutio.

Incipiendum igitur est a duabus fractionibus, quae  
methodo ante exposita ponantur  $\frac{a}{p} = -P$ ; et  $\frac{\beta}{c} = -Q$ ;  
ita vt litterarum P et Q altera sit positua, altera ve-  
ro negatiua, ita, vt sit  $PQ = -m$ . Tum igitur  
erunt distantiae determinatrices

$$b = -\frac{a}{P}; \beta = -\frac{a\beta}{P}; c = \frac{a\beta}{PQ}$$

distantiae focales

$$p = a; q = -\frac{a\beta}{P}; r = \frac{a\beta}{PQ} = -\frac{a\beta}{m}$$

et bina interualla

$$a + b = a(1 - \frac{1}{P}); \beta + c = -\frac{a\beta}{P}(1 - \frac{1}{Q})$$

Tom. II.

P p

Deinde

Deinde cum sit pro campo  $\Phi = \frac{\pi - \pi'}{m + 1}$  et media lens-  
parum confert, statuamus  $\pi = \omega \xi$  et  $\pi' = -\xi$ , ut  
fiat  $\Phi = \frac{\omega + 1}{m + 1} \cdot \xi$  vnde pro distantia oculi habetur

$$O = -\frac{\pi'}{\Phi} \cdot \frac{r}{m} = -\frac{(m + 1)}{\omega + 1} \cdot \frac{B\alpha}{m} \\ = -\frac{B\alpha}{m} \cdot \frac{m + 1}{m(1 + \omega)}$$

ita, ut nunc  $-B\alpha$  debeat esse positivum; seu his  
tribus conditionibus erit satisfaciendum:

$$1^\circ. \alpha(1 - \frac{1}{P}) > 0$$

$$2^\circ. -\frac{B\alpha}{P}(1 - \frac{1}{Q}) > 0$$

$$3^\circ. -B\alpha > 0$$

$$\text{hincque } \frac{1}{P}(1 - \frac{1}{Q}) > 0$$

Porro autem fiet

$$B\omega = (1 - P)M; B = \frac{(1 - P)M}{\omega - (1 - P)A}$$

$$\text{existente } M = \frac{\omega + 1}{m + 1}$$

Iam pro margine colorato tollendo aequatio est,  
siquidem pro fractionibus  $\frac{dn}{n - 1}$ ;  $\frac{dn'}{n' - 1}$  et  $\frac{dn''}{n'' - 1}$  litteras  
 $N, N', N''$  statuamus

$$0 = N' \cdot \omega \cdot \frac{1}{P} + N'' \cdot \frac{1}{Q} \text{ seu}$$

$$0 = N' \omega + N'' \cdot \frac{1}{Q}; \text{ vnde fit } Q = -\frac{N''}{N' \omega}.$$

Vt autem haec confusio penitus tollatur, requiritur,  
vt fit

$$0 = N \cdot \alpha - \frac{N' \alpha}{P} + \frac{N'' \alpha}{B P Q}$$

quae

quae loco  $Q$  valore substituto fit

$$0 = N - \frac{N'}{P} \left( \frac{1}{\mathfrak{B}} + \frac{\omega}{\mathfrak{B}} \right)$$

$$\text{est vero } \omega = \frac{1-P}{(m+1)\mathfrak{B}+P-1}$$

in qua si ponatur valor ipsius  $\omega$ , erit

$$0 = N - \frac{N'}{P} \left( \frac{m+P}{(m+1)\mathfrak{B}+P-1} \right)$$

deinde aequatio pro  $Q$  inuenta ob  $PQ = -m$  dabit quoque

$$m = \frac{N'P((m+1)\mathfrak{B}+P-1)}{N'(1-P)}$$

ex qua si in praecedente aequatione pro  $(m+1)\mathfrak{B}+P-1$  scribatur valor ipsius  $\frac{N'm(1-P)}{N'P}$  oriatur haec aequatio,

$$0 = NP((m+1)\mathfrak{B}+P-1) - N'(m+P)$$

$$0 = \frac{N'N'm(1-P)}{N'} - N'(m+P)$$

indeque porro

$$P = \frac{m(N-N'')}{Nm+N''} \text{ ideoque cum sit}$$

$$\frac{mN'(1-P)}{N'P} = (m+1)\mathfrak{B}+P-1, \text{ colligitur}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{N'}{N-N''} + \frac{N''}{Nm+N''} \text{ siue } \mathfrak{B} = \frac{NN'm + NN'' + N'N'' - N''N''}{(N-N'')(Nm+N'')}$$

$$\text{hinc } 1 - \mathfrak{B} = \frac{NNm - N'N'm - N'N''m - N'N''}{(N-N'')(Nm+N'')}$$

$$\text{adeoque } B = \frac{N'N'm + NN'' + N'N'' - N''N''}{NNm - N'N'm - N'N''m - N'N''}$$

Iam videamus, quomodo haec determinationes cum superioribus conditionibus subsistere queant et cum



esse debeat  $\frac{1}{p}(1 - \frac{1}{q}) > 0$ ; siue ob  $Q = -\frac{m}{p}, \frac{1}{p} + \frac{1}{m} > 0$   
erit  $\frac{N}{N - N''} > 0$ ; et  $N > N''$ .

Primum autem intervallum  $a(1 - \frac{1}{p}) > 0$  abit  
in hoc  $\frac{N''(m + \frac{1}{p})}{m(N - N'')}$ ,  $a$ ; ideoque  $\frac{N''a}{N - N''} > 0$ . et quia de-  
nominator iam inuentus est positivus, restat, vt sit  
 $-N''a > 0$ . Conditio vero  $-Ba > 0$  dabit nunc  $B > 0$   
vnde etiam fiet  $B > 0$ , quare quum sit  $N - N'' > 0$   
erit quoque  $\frac{N'N'' + N'N'' + N'N'' - N'N''}{N - N''} > 0$ , adeoque ne-  
cessse est vt in hac fractione, tam numerator quam  
denominator simul sit aut positivus aut negativus,  
poni autem nequit  $N'N'' + N'N'' < 0$ , quia tum foret  
 $m < -\frac{N''}{N}$ , neque  $N'N'' + N'N'' + N'N'' - N'N'' > 0$   
nam inde sequeretur esse  $m < \frac{N''(N'' - N - N')}{N - N'}$ ,  
quod cum sit impossibile, etiam impossibile est, vt  
ope trium lentium haec duo commoda, quibus altera  
confusio penitus tollitur, obtineantur.

### Scholion.

274. Hoc ergo problema resolui nequit siqui-  
dem posteriorem confusionem penitus tollere velimus.  
Omissa autem vltima acuatione, solutio facilis fuis-  
set, sed tum plus non effecimus consecuti, quam in  
praecedente capite, vbi vnica vitri specie sumus vti.  
Quoniam igitur non conuenit, duas vitri species ad-  
hibere, ad telescopia conficienda, quae ex vnica specie  
aeque felici successu obtineri possunt: huic inuestiga-  
tioni non immorabimur, sed tantum eiusmodi in me-  
dium

dium producere conabimur, quae praeter superiores qualitates etiam omni confusione, quae ibi erat relicta, destituantur. Causa autem, cur ista inuestigatio hic non successit, in eo manifesto consistit, quod numerus litterarum indefinitarum erat nimis parvus, siquidem ad tres aequationes adimplendas tantum tres litterae praesto erant. Quare si plures lentes constituamus, plures etiam habebimus eiusmodi litteras, quibus non solum his tribus aequationibus, sed reliquis etiam conditionibus satisfieri poterit.

### Problema 2.

275. Si Telescopium ex quatuor lentibus sit componendum determinare momenta, ad eius perfectionem facientia.

### Solutio.

Tres fractiones hic considerandae ponantur

$$\frac{a}{b} = -P; \frac{\beta}{c} = -Q; \frac{\gamma}{d} = -R$$

ita, vt harum litterarum P, Q, R vna sit negatiua et  $m = -PQR$ . vnde erunt distantiae determinatrices:

$$b = -\frac{a}{P}; \beta = -\frac{B\alpha}{P}; c = \frac{B\alpha}{PQ}$$

$$\gamma = \frac{BC\alpha}{PQ}; d = -\frac{BC\alpha}{PQR}$$

distantiae autem focales

$$p = a; q = -\frac{B\alpha}{P}; r = \frac{BC\alpha}{PQ}; s = -\frac{BC\alpha}{PQR}$$

P p 3

et

et intervalla lentium

$$\alpha + b = a \left( 1 - \frac{1}{P} \right); \beta + c = -\frac{B C a}{P} \left( 1 - \frac{1}{Q} \right)$$

$$\gamma + d = \frac{B C a}{P Q} \left( 1 - \frac{1}{R} \right)$$

Pro campo autem apparente  $\Phi = \frac{\pi - \pi' + \pi''}{m + 1}$ , statuatur  $\pi = \omega \xi$ ;  $\pi' = -i \xi$  et  $\pi'' = \xi$ , existente  $\xi$  valore maximo, quem hac litterae accipere possunt, scilicet  $\frac{1}{2}$ ; ita ut sit  $\Phi = \frac{\omega + i + 1}{m + 1} \cdot \xi$ , siue  $\Phi = M \xi$ , posito  $M = \frac{\omega + i + 1}{m + 1}$ . Ex his igitur obtenemus

$$\mathfrak{B} \omega = (1 - P) M; \mathfrak{C} i = (1 - P Q) M - \omega.$$

Pro loco autem oculi erit

$$O = \frac{\pi''}{\Phi} \cdot \frac{x}{m} = \frac{\pi'' + 1}{m + 1} \cdot \frac{B C a}{\omega + i + 1} = \frac{B C a}{m + 1};$$

quod ut fiat positivum debet esse  $B C a > 0$ .

His positis tribus sequentibus aequationibus satisfieri debet

$$\text{I. } 0 = \frac{N' \omega}{P} + \frac{N'' d}{P Q} + \frac{N'''}{P Q R}$$

$$\text{II. } 0 = N - \frac{N'}{\mathfrak{B} P} + \frac{N''}{\mathfrak{B} \mathfrak{C} P Q} - \frac{N'''}{\mathfrak{B} \mathfrak{C} P Q R}$$

$$\text{III. } 0 = \mu \lambda - \frac{\mu'}{\mathfrak{B} P} \left( \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\gamma'}{\mathfrak{B}} \right) + \frac{\mu''}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{C} P Q} \left( \frac{\lambda''}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\gamma''}{\mathfrak{C}} \right) - \frac{\mu'' \cdot \lambda'''}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{C}^2 P Q R}$$

quae resolutio quo facilius institui possit, considerare primo casum, quo duae priores lentes sibi immediate iunguntur, ut supra de lentibus duplicatis assumimus,

*Primus*

*Primus casus*, quo  $\alpha + b = 0$  ideoque  $P = 1$ , et  $\omega = 0$  tum littera  $\mathfrak{B}$  manet indeterminata hincque etiam  $B$ ; quo facto resolutio facile institui poterit.

Prima enim aequatio dat.  $0 = N''i + \frac{N'''}{R}$  vnde sequitur  $R = -\frac{N'''}{N''i}$ , ita vt  $R$  sit quantitas negativa, siquidem  $i$  sit positium, id quod ratio campi postulat. Hinc ergo cum sit

$$P = 1, \text{ erit } PQR = \frac{Q N'''}{N''i} = -m$$

$$\text{ideoque } Q = \frac{N''m \cdot i}{N'''}.$$

Secunda autem aequatio, in qua iam duo postremi termini euadunt valde parui, siquidem multiplicatio  $m$  sit magna, statim dat  $0 = N - \frac{N'}{\mathfrak{B}}$ , adeoque  $\mathfrak{B} = \frac{N'}{N}$ ; et hinc fit  $B = \frac{N'}{N-N'}$ ; vnde, si libuerit, valor ipsius  $\mathfrak{B}$  adcuratius definiri poterit, habebitur nempe

$$\mathfrak{B} = \frac{N}{N'} + \frac{N'''(N-N')}{N'N' \mathfrak{C} \cdot m \cdot i} + \frac{N'''(N-N')}{N'N' \mathfrak{C} \cdot m}$$

plerumque autem sufficit, his duabus aequationibus proxime satisfecisse:

Tertia autem adcurate resolui debet, cuius secundus terminus cum sit negatiuus, reliquis existentibus posituiis, vt mox videbimus, ille reliquis aequalis esse debet: erit enim  $\mathfrak{C}i = \frac{N''' + N''m \cdot i}{N'''} \cdot \frac{i + i}{m + 1}$  ideoque  $\mathfrak{C}$  est negatiuum, simulque etiam  $C$  vnde conditiones supra memoratae sunt perpendendae.

Primum autem intervallum est per hypothesin  $= 0$ .  
Secun-

Secundum sit  $\beta + c = \frac{-N'(N''m - N''')}{(N - N')N''m}$ ,  $\alpha$  pro quo si  $\alpha$  sit positium, debet esse  $-\frac{N'}{N - N'}$  positium, seu  $N < N'$ ; contra autem si  $\alpha$  sit negatium, debet esse  $N > N'$ .

Tertium porro intervallum est  $\frac{N'C\alpha}{(N - N')Q} (1 + \frac{N''i}{N''m})$ ; quia hic  $Q$  est positium;  $C$  negatium requiritur, vt sit  $-\frac{N'\alpha}{N - N'}$  positium vti pro secundo intervalllo, ita, vt si secundum intervallum fuerit positium, tertium sponte euadat positium.

Denique formula pro loco oculi  $O = \frac{BC\alpha}{m - \eta}$  etiam sit positua sub conditionibus iisdem. Ex quibus sequitur, si lens prima sit ex vitro coronario, secunda vero ex chrystallino, siue  $N' > N$ , tunc debere esse  $\alpha$  positium; seu  $p > 0$ ;  $q < 0$ ;  $r > 0$ ;  $s > 0$ .

Sin autem primam lentem ex vitro chrystallino, secundam vero ex coronario faciamus, ita, vt sit  $N' < N$  debeat esse  $\alpha$  negatium ideoque  $p < 0$ ;  $q > 0$ ;  $r > 0$ ;  $s > 0$ . quare pro vtroque casu facile erit tertiam acuationem resolvere. His conditionibus perpenfis, quae etiam nunc locum habebunt, dummodo  $\omega$  sit fractio quam minima, statuamus primum intervallum  $\alpha (1 - \frac{1}{\eta}) = \eta \alpha$  existente  $\eta$  fractione minima, siue positua, si  $\alpha > 0$ , siue negatua, si  $\alpha < 0$  eritque  $P = \frac{1}{1 - \eta}$ ; deinde maneat  $B$  adhuc indefinita et quaeratur  $\omega$ ; eritque

$$B \omega = \frac{-\eta}{(1 - \eta)} \frac{(\omega + \frac{1}{\eta} + 1)}{(m + 1)};$$

in

in quo postremo factore,  $\omega$  tuto omittitur; ita, vt hinc sit  $\omega = \frac{-\eta}{(i-\eta) \cdot \frac{i+1}{(m+1)} \mathfrak{B}}$  qui valor ob duplicem causam diminuitur, 1<sup>o</sup>. enim  $\eta$  est valde paruum, deinde ea diuiditur per  $m+1$  numerum satis magnum; porro vero tam  $\mathfrak{B}$  quam  $i+1$  ab unitate parum discrepant; quam ob causam valor  $\omega$  recte pro euanescente haberi poterit; vnde prima aequatio nobis dabit, vt ante,

$$0 = N'' i + \frac{N'''}{R}; \text{ et } R = \frac{-N'''}{N'' i};$$

quem valorem siquis adhuc adcuratius desideret, erit,

$$-\frac{1}{R} = \frac{N'' \omega Q}{R'''} + \frac{N'' i}{N'''};$$

ita, vt nunc P et R sint quantitates cognitae in primo termino vtpote minimo sufficit Q proxime nosse, quem adeo ex casu praecedente desumere licet quia  $\omega$  iam est definitum et  $\mathfrak{B}$  mox definietur. Hinc igitur  $Q = \frac{-m}{PR}$ . Secunda aequatio iterum, vt in casu praecedente, proxime dabit, vt ante,  $\mathfrak{B} = \frac{N'}{N}$ ; si quis eum vero exactius desideret, erit ei hac aequatione vtendum:

$$\frac{N'}{\mathfrak{B}} = NP + \frac{N''}{B \mathfrak{C} Q} - \frac{N'''}{B \mathfrak{C} Q R}$$

vbi pro B sufficit valorem prope verum nosse, nempe  $B = \frac{N'}{N-N'}$ . Tum vero habebitur

$$\mathfrak{C} i = (1 + \frac{m}{R}) (\frac{\omega + i + 1}{m+1}) - \omega$$

quem valorem manifestum est propter valorem ipsius R esse negatiuum, ideoque etiam C. Quocirca conditio-

Tom. II.

Q q

ditio-

ditiones praescriptae iisdem casibus implentur, vt in praecedente, vbi  $\omega = 0$ ; ita, vt nunc tantum supersit, aequationem tertiam resolvere; si modo meminerimus, ob  $\pi'' = \xi$  quartam lentem fieri debere aequae conuexam; quae forma etiam tertiae lenti tribui deberet, si esset  $i = 1$ . Verum si sumeretur  $i = 1$  vnde haec lens fieret vtrunque aequae conuexa, ob  $\mathcal{E} = -1$  propemodum, pro hac lente statui deberet

$$\lambda'' = 1 + N^2 (1 - 2\mathcal{E})^2 = 1 + N^2. 9$$

vbi, vt ante sumimus, est  $N = \frac{e-2}{2-1}$  sicque numerus  $\lambda''$  fatis magnum obtineret valorem; quod incommodum euitabimus, sumendo  $i < 1$ . et plerumque sufficiet statuere  $i = \frac{1}{2}$ .

### Corollarium.

276. Hic ergo differentia refractionis vitri tantum in duabus prioribus lentibus in considerationem venit ideoque sufficiet, vnicam tantum lentem ex vitro chrystallino conficere, et reliquas omnes ex vitro coronario sicque duos tantum casus habebimus euolvendos; alterum, quo prima lens ex vitro chrystallino conficitur; alterum, quo secunda.

### CASUS I.

277. Sit igitur prima lens chrystallina, reliquae omnes ex vitro coronario factae crit  $n = 1,58$ ; et  $n' = n'' = 1,53$  tum vero secundum Dollondi experimenta

rimenta  $N = 10$ ,  $N' = N'' = N''' = 7$ . His positis et sumto  $i = \frac{1}{2}$  erit  $\alpha$  negatium ideoque etiam  $\eta$ . Sumatur autem  $\eta = -0,03$  hinc ergo habebimus

$$P = \frac{1}{1,03} = \frac{100}{103}; \text{ et quia erit proxime}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{7}{25} \text{ et } B = \frac{7}{2}, \text{ inuenimus } \omega = \frac{45}{721(m+1)}.$$

Deinde cum sit proxime  $R = -2$ ; ideoque  $Q = \frac{101,9}{103}$  adcuratius habebimus

$$-\frac{1}{R} = \frac{1}{2} + \frac{137,9}{360,0(m+1)} \text{ seu}$$

$$R = \frac{-36050(m+1)}{18952m+18026}$$

qui est valor correctus ipsius  $R$ , ex quo etiam adcuratius  $Q$  definiri poterit scilicet  $Q = \frac{m}{PR}$ .

Vt nunc etiam  $\mathfrak{B}$  adcuratius definiatur, erit

$$\mathfrak{B} = \frac{10, P}{7} + \frac{7,700}{7210,0m.C} + \frac{7,100}{721,02m.C}.$$

Est vero  $\mathfrak{C} = (1 + \frac{m}{R})(\frac{1 + 2\omega}{m+1}) - 2\omega$  et  $C = \frac{\mathfrak{C}}{1-\mathfrak{C}}$ ; unde etiam  $B$  definiri potest.

His igitur valoribus definitis, tertia aequatio principalis resolui debet, statuendo  $\lambda''' = 1 + (\frac{\mathfrak{C}-2}{1-\mathfrak{C}})^2$ , vt quarta lens aeque conuexa vtrinque reddatur. Pro tertia autem lente videtur statui posse  $\lambda'' = 1$ .

Denique inuentis singulis litteris  $\lambda$  etiam singularum lentium constructio habebitur. Vtemur autem methodo iam aliquoties vsitata, scilicet pro casu quodam determinato, puta  $m = 25$ , deinde pro casu  $m = \infty$  euolutionem instituamus, indeque constructionem pro quacunque multiplicatione deriuemus.

Qq 2

Exem-



## Exempl. I.

278. Si prima lens ex vitro chryſtallino, tres ſequentes autem ex coronario ſint parandæ, pro multiplicatione  $m = 25$  conſtructionem teleſcopii inueſtigare.

Sumto igitur  $\eta = -0,03$ , vt intervallum duarum priorum lentium fiat  $-\frac{3a}{100}$  ob  $a$  negativum, habemus ſtatim  $P = \frac{100}{137} = 0,97087$

$$\text{Log. } P = 9,9871628$$

$$\text{hinc } \omega = 0,00243$$

$$\text{deinde } R = \frac{-16050,76}{18,8723 + 18025}$$

$$\text{ſeu } R = \frac{-16050,76}{40,1825} = -1,90576$$

$$\text{Log. } R = 0,2800680. (-)$$

$$\text{hincque } Q = 13,51163$$

$$\text{Log. } Q = 1,1307092$$

nunc pro  $E$  inueniendo notetur eſſe  $PQ = 13,11810$

$$\text{Log. } PQ = 1,1178720$$

hincque erit

$$E = -12,1181 \frac{(1,801270)}{20} = 0,60480$$

$$\text{ſeu } E = -1,40528$$

$$\text{Log. } E = 0,1477628 (-)$$

$$\text{hincque } C = -0,58425.$$

$$\text{Log. } C = 9,7665972 (-)$$

Nunc de ique pro  $B$  inueniendo nulla approximatione utamur, quia ob  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + 1$  adæquate habemus

$$1 - \frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_{\text{un}}} = (\frac{1}{2}P - 1)B \text{ huc}$$

$$1 + 0,05266 + 0,06647 = (1,38696 - 1)B$$

adeoque  $1,11913 = 0,38696.B$ .

ideoque  $B = 2,89210$ .

$$\text{Log. } B = 0,4612145.$$

consequenter

$$\mathfrak{B} = \frac{2,40310}{1,79513} = 0,74307$$

$$\text{Log. } \mathfrak{B} = 9,8710305$$

His valoribus definitis primo quaeramus nostra elementa, ac reperiemus

$$b = -1,03000.a$$

$$\text{Log. } \frac{b}{a} = 0,0128371(-)$$

$$\text{Log. } B = 0,4612145$$

$$\text{Log. } \frac{\beta}{a} = 0,4740517(-); \beta = -2,97887a$$

$$\text{Log. } Q = 1,1307092$$

$$\text{Log. } \frac{c}{a} = 9,3433425; c = +0,22046.a$$

$$\text{Log. } C = 9,7665972(-)$$

$$\text{Log. } \frac{\gamma}{a} = 9,1099397; \gamma = -0,12880.a$$

$$\text{Log. } R = 0,2800680$$

$$\text{Log. } \frac{d}{a} = 8,8298717; d = -0,06759.a$$

Qq 3

Hinc

Hinc porro etiam distantias focales

$$p = a; q = -0,76536. a$$

$$\text{Log. } q = 9,8838677 (-)$$

$$r = -0,30982 a$$

$$\text{Log. } r = 9,4911053 (-)$$

$$s = -0,06759. a$$

$$\text{Log. } s = 8,8298717.$$

Porro intervalla lentium erunt.

$$a + b = -0,03000. a.$$

$$\beta + c = -2,75841. a.$$

$$\gamma + d = -0,19639. a.$$

Distantia denique oculi ab vltima lente

$$O = -1,12480. \frac{m+1}{m}. a$$

ideoque intervallum inter primam et vltimam lentem  $= -2,98480. a.$

Tertiam iam consideremus aequationem, quae resoluta et per  $\mu$  diuisa pro hoc casu dabit.

$$0 = \lambda - \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{\lambda'}{B'F} + \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{\lambda''}{B'G'FQ} \\ - \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{\lambda'''}{B'G'FQ} + \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{\lambda'''}{B'G'FQ} - \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{\lambda'''}{B'G'FQ}$$

vbi  $\mu = 0,8724$ , et  $\mu' = 0,9875$  et  $\lambda' = 0,2196$ ,  
vnde habebitur haec aequatio ad numeros reducta

$$0 = \lambda$$

$$0 = \lambda - 2,84162 \lambda' - 0,00128 \lambda'' \\ (\text{Log. } 7,1090175)$$

$$-0,00938 \lambda''' - 0,11913$$

$$(\text{Log. } 7,9724463) + 0,00095.$$

Vt nunc hanc aequationem resoluamus, primo notandum est, quartam lentem esse vtrinque aequè conuexam ideoque  $\lambda''' = 1,60006$  vnde cum eius distantia focalis sit  $s = -0,06759. a$ , erit radius vtriusque faciei  $= 1,06. s = -0,07164. a$ . Pro tertia autem lente, cuius distantia focalis est  $r = Cc$ , quia eius semidiameter aperturæ esse debet  $= \frac{1}{2} Cc$  cui ergo quarta pars minoris radii aequalis esse debet; inde minor radius esse debet  $\frac{1}{4} Cc$ , ex quo  $\lambda''$  definiri oportet. Hunc in finem hanc lentem nunc definiamus. Eius autem radius anterioris faciei est

$$= \frac{c\gamma}{\rho\gamma + \sigma c \pm \tau(c + \gamma)\sqrt{\lambda'' - 1}}$$

$$= \frac{Cc}{\rho C + \sigma \pm \tau(1 + C)\sqrt{\lambda'' - 1}}$$

et radius faciei posterioris

$$= \frac{Cc}{\sigma C + \rho \pm \tau(1 + C)\sqrt{\lambda'' - 1}}$$

ita, vt habeamus

$$\text{rad. fac. } \left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = \frac{Cc}{1,1277 \pm 0,41575 \tau \sqrt{\lambda'' - 1}} \\ \text{poster.} = \frac{Cc}{-0,7432 \pm 0,41575 \tau \sqrt{\lambda'' - 1}} \end{array} \right.$$

vbi

vbi signa superiora valere debent; tum verò prior radius est minor; ideoque ponatur  $= \frac{1}{2} \text{C}$ ; vnde colligitur

$$\frac{c}{1.5277 - 0.01575 \tau \sqrt{\lambda'' - 1}} = \frac{1}{2} \text{C}$$

sicque erit  $0,41575 \tau \sqrt{\lambda'' - 1} = 0,6961$  adeoque

$$\text{rad. fac. } \begin{cases} \text{anter.} = \frac{\gamma}{0,136} = -0,15489. a \\ \text{poster.} = \frac{\gamma}{-0,0471} = +2,73475. a \end{cases}$$

cuius ergo lentis semidiameter aperturæ erit  $= 0,03872 a$   
 at ex valore ipsius  $x$  colligemus  $\sqrt{\lambda'' - 1} = 1,80969$ ;  
 hincque  $\lambda'' = 4,27497$ .

Nunc revertamur ad nostram æquationem, quæ erit

$$\lambda - 2,84162 \lambda' - 0,00549 - 0,11818 \\ - 0,01501$$

quia nunc  $\lambda'$  unitate minus esse nequit, statuamus  $\lambda' = 1$ , eritque

$$\lambda = 2,98030; \lambda - 1 = 1,98030$$

$$\text{et } \tau \sqrt{\lambda - 1} = 1,23484;$$

ex quo prima lens ita erit construenda

$$F = \frac{a}{0,123184} = \frac{a}{0,1479} = 2,87439. a$$

$$G = \frac{a}{0,123184} = \frac{a}{1,1762} = 0,72664. a$$

Tandem

Tandem pro secunda lente habemus

$$F = \frac{b\beta}{f\beta + ab} = \frac{Bb}{B\beta + ab} = -1,28638.a$$

$$G = \frac{b\beta}{a\beta + fb} = \frac{Bb}{B\beta + fb} = -0,59247.a$$

cuius minoris radii pars quarta seu 0,14812.a dat semidiametrum aperturæ tam pro lente prima, quam pro lente secunda. Quare hinc deducitur sequens

### Constructio Telecopii

pro multiplicatione  $m = 25$ .

#### I. Pro lente prima. Flint Glass.

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 2,87439.a \\ \text{poster.} = 0,72664.a \end{cases}$$

Semidiameter aperturæ = 0,14812.a

Interuallum ad secundam = -0,03.a

#### II. Pro secunda lente. Crown Glass.

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = -1,28638.a \\ \text{poster.} = -0,59247.a \end{cases}$$

Semidiameter aperturæ vt ante.

Interuallum = -2,75841.a

#### III. Pro tertia lente. Crown Glass.

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = -0,15489.a \\ \text{poster.} = +2,73475.a \end{cases}$$

Semidiameter aperturæ = 0,03872.a

Interuallum = -0,19639.a

Tom. II.

R r

IV.

## IV. Pro quarta lente. Crown Glass.

radius vtriusque faciei = - 0, 07164.  $\alpha$ .Semidiameter aperturæ = 0, 01791.  $\alpha$ .Distantia ad oculum = - 1, 1248.  $\frac{m}{m} \div \frac{1}{m} \alpha$ seu  $O = - 1, 1248 (1 + \frac{1}{m}) \cdot \frac{\alpha}{m}$  $O = - 0, 04679. \alpha$ 

vbi notandum est, esse  $\alpha$  negatiuum ac si semidiameterum aperturæ sumamus =  $\frac{m}{10}$  dig. =  $\frac{1}{10}$  dig. fiet  $\alpha = - \frac{1}{10}$  dig. circiter vel maius, et longitudo telescopii = 10  $\frac{1}{10}$  dig. Denique semidiameter campi erit  $\Phi = 49 \frac{1}{10}$  min. circiter.

## Exempl. II.

279. Si prima lens ex vitro chrystallino, reliquæ ex coronario sint parandæ, pro multiplicatione maxima constructionem telescopii inuestigare.

Sit iterum  $\eta = - 0, 03$ ; habebimusvt ante,  $P = 0, 97087$  $\text{Log. } P = 9. 9871628$ tum vero  $\omega = 0$ . et  $R = - \frac{16050}{11918}$ seu  $R = - 1, 34217$  $\text{Log. } R = 0, 2792503 (-)$  $Q = 0, 54148. m$  $\text{Log. } \frac{Q}{m} = 9. 7335868$ 

Porro

Porro  $\mathcal{E} = \frac{1}{R} = -1,57714$

Log.  $\mathcal{E} = 0,1978710 (-)$

et  $C = -0,61197.$

Log.  $C = 9,7867330 (-)$

Pro B autem inueniendo habetur haec aequatio

$$1 - \frac{1}{\mathcal{E}Q} + \frac{1}{\mathcal{E}QA} = (\frac{10}{9}P - 1)B$$

quae quia termini per Q diuifi euanescunt, abit in  
hanc  $1 = 0,3869.B$

hinc  $B = 2,58464.$

Log.  $B = 0,4124012$

et  $\mathcal{B} = 0,72103$

Log.  $\mathcal{B} = 9,8579557.$

Hinc habebimus distantias determinatrices

$b = -1,03000.a$ ; Log.  $b = 0,0128371 (-)$

$\beta = -2,66218.a$ ; Log  $\beta = 0,4252383 (-)$

$c = +4,91645.\frac{a}{m}$ ; Log.  $c = 0,6916515$

$\gamma = -3,00874.\frac{a}{m}$ . Log.  $\gamma = 0,4783845 (-)$

$d = -1,58173.\frac{a}{m}$ ; Log.  $d = 0,1991342 (-)$

atque interualla lentium

$a + b = -0,03000.a$

$\beta + c = -2,66218.a - 4,91645.\frac{a}{m}$

$\gamma + d = -4,59047.\frac{a}{m}$

R r 2

et



et distantia oculi post ultimam lentem

$$O = -0,63269 \cdot \frac{a}{m}$$

tum vero distantias focales

$$p = a; q = -0,74267 \cdot a;$$

$$r = -7,75394 \cdot \frac{a}{m}; s = -1,58173 \cdot \frac{a}{m}.$$

Nunc igitur consideremus aequationem tertiam

$$0 = \lambda - \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{\lambda'}{\overline{G} \cdot F} - \frac{\mu' \nu'}{\mu \cdot \overline{G} \cdot F}$$

$$0 = \lambda - 3,11022 \lambda' - 0,13738$$

quae sumto, vt ante,  $\lambda' = 1$ , dat  $\lambda = 3,24760$ ;  
hinc  $\lambda - 1 = 2,24760$  et  $\sqrt{\lambda - 1} = 1,31555$ ;  
vnde lentium constructio sequenti modo expeditur.

I. Pro prima lente ex vitro chrysellino.

$$F = \frac{a}{a - 1,11585} = \frac{a}{0,2672} = 3,74251 \cdot a$$

$$G = \frac{a}{a - 1,21665} = \frac{a}{0,24169} = 0,68639 \cdot a$$

II. Pro secunda lente ex vitro Coronario

$$F = \frac{b\beta}{b\beta + a\alpha} = \frac{\beta}{2,2461} = -1,18525 \cdot a$$

$$G = \frac{b\beta}{b\beta + a\alpha} = \frac{\beta}{2,2461} = -0,58931 \cdot a$$

III. Pro tertia lente ex Crown Glass.

$$F = \frac{c\epsilon}{c\epsilon + a\alpha + x}; G = \frac{c\epsilon}{c\epsilon + a\alpha + x}$$

$$F = \frac{\gamma}{1,5214 + x}; G = \frac{\gamma}{0,7991 + x}$$

Cum

Cum nunc, vt ante, radius faciei anterioris fiat minor, is femiffi diftantiae focalis  $= \frac{1}{2} C$  aequalis ponatur, eritque

$$1,5214 - x = \frac{1}{2} C = 2(C+1) \text{ feu } x = 0,7454$$

Vnde ftatim habetur

$$F = -3,87697 \cdot \frac{a}{m}$$

$$G = \frac{1}{-0,00038} = +68,69266 \cdot \frac{a}{m}$$

IV. Denique pro quarta lente,

$$\text{cuius diftantia focalis } f = -1,58173 \cdot \frac{a}{m}$$

radius vtriusque faciei erit

$$= 1,06. f = -1,67663 \cdot \frac{a}{m}$$

ficque omnia momenta pro hoc cafu funt definita.

### Exempl. III.

280. Si prima lens ex vitro chryftallino, reliquae ex coronario funt parandae, pro multiplicatione quacunque constructionem telescpii exponere.

### Solutio.

Ex comparatione duorum exemplorum praecedentium fingula momenta methodo fupra indicata facile definiemus. Primo pro diftantiis determinatricibus erit

$$b = -1,0300. a; \text{ pro reliquis autem ftatuatur}$$

$$R \text{ r } 3$$

$$\beta =$$

$$\beta = -2,6622 \alpha - \beta' \cdot \frac{a}{m}; \text{ erit } \beta' = 7,9150$$

$$\epsilon = +4,9164 \cdot \frac{a}{m} + \frac{c}{m} \cdot \frac{a}{m}; \epsilon' = 14,8812$$

$$\gamma = -3,0087 \cdot \frac{a}{m} - \frac{\gamma'}{m} \cdot \frac{a}{m}; \gamma' = 5,281$$

$$d = -1,5817 \cdot \frac{a}{m} - \frac{d'}{m} \cdot \frac{a}{m}; d' = -3,531$$

simili modo pro distantis focalibus est  $p = a$ ; pro reliquis statuatur

$$q = -0,7427 \cdot a - \frac{q'}{m} \cdot a;$$

$$r = -7,7539 \cdot \frac{a}{m} - \frac{r'}{m} \cdot \frac{a}{m};$$

$$s = -1,5817 \cdot \frac{a}{m} + \frac{s'}{m} \cdot \frac{a}{m};$$

eritque  $q' = 0,5665$ ;  $r' = -0,2062$

unde lentium intervalla sunt

$$a + b = -0,0300 \cdot a$$

$$\beta + \epsilon = -2,6622 \cdot a - \frac{2,008}{m} \cdot a + \frac{14,88}{m} \cdot \frac{a}{m}$$

$$\gamma + d = -4,5904 \cdot \frac{a}{m} - \frac{1,2750}{m} \cdot \frac{a}{m}$$

Pro loco oculi statuatur

$$O = -0,63269 \cdot \frac{a}{m} - \frac{O'}{m} \cdot \frac{a}{m}$$

erit  $O' = 13,431$ .

I. Pro lente prima statuatur radius fici

$$\text{anter.} = 3,7425 \cdot a + F' \cdot \frac{a}{m};$$

$$\text{poster.} = 0,6864 \cdot a + G' \cdot \frac{a}{m}$$

erit  $F' = -21,70$ ;  $G' = 1,005$ .

II. Pro

## II. Pro lente secunda statuatur

radius faciei

$$\text{anter.} = -1,1853. \alpha - F'. \frac{\alpha}{m};$$

$$\text{poster.} = -0,5893. \alpha - G'. \frac{\alpha}{m}$$

$$\text{crit } F' = 2,52; G' = 0,08.$$

## III. Pro lente tertia

radius faciei

$$\text{anter.} = -3,8769. \frac{\alpha}{m} - F'. \frac{\alpha}{m}$$

$$\text{poster.} = +68,6926. \frac{\alpha}{m} + G'. \frac{\alpha}{m}$$

$$\text{crit } F' = -0,116; G' = -8,096.$$

## IV. Denique pro quarta lente

$$\text{radius utriusque faciei} = -1,6766. \frac{\alpha}{m} - H'. \frac{\alpha}{m}$$

$$\text{crit } H = +2,862. \text{ ex quibus conficitur sequens.}$$

Constructio Telescopii pro multiplicatione  
quacunque  $m$ .

## I. Pro prima lente Chrystall. Glaff.

radius faciei

$$\text{anter.} = 3,7425. \alpha - 21,70. \frac{\alpha}{m}$$

$$\text{poster.} = 0,6864. \alpha + 1,005. \frac{\alpha}{m}$$

$$\text{Eius distantia focalis} = \alpha$$

$$\text{Semidiameter aperturæ} = \frac{m}{10} \text{ dig.}$$

$$\text{Interuallum ad lentem secundam} = -0,03. \alpha.$$

## II. Pro

II. Pro secunda lente. Crown Glaff.  
radius faciei

$$\text{anter} = -1,1853 \alpha - 2,52 \frac{\alpha}{m}$$

$$\text{poster.} = -0,5893 \alpha - 0,08 \frac{\alpha}{m}$$

$$\text{Distantia focalis} = -0,7427 \alpha - 0, \frac{665 \alpha}{m}$$

$$\text{Semidiameter aperturæ quoque} = \frac{m}{3}, \text{dig.}$$

Intervallum ad tertiam

$$= -2,6622 \alpha - 2,998 \frac{\alpha}{m} + \frac{14,33}{m} \frac{\alpha}{m}$$

III. Pro tertia lente Crown Glaff.  
radius faciei

$$\text{anter.} = -3,8769 \frac{\alpha}{m} + 0,116 \frac{\alpha}{m m}$$

$$\text{poster.} = +68,6926 \frac{\alpha}{m} - 8,096 \frac{\alpha}{m m}$$

Distantia focalis =  $-7,7539 \frac{\alpha}{m} + c, 206 \frac{\alpha}{m m}$   
cuius pars octava dat semidiametrum aperturæ

Intervallum ad quartam

$$= 4,5904 \frac{\alpha}{m} - 1,750 \frac{\alpha}{m m}$$

At distantia imaginis realis post hanc lentem

$$= \gamma = -3,0087 \frac{\alpha^2}{m^2} - 5,281 \frac{\alpha}{m m}$$

IV. Pro quarta lente Crown Glaff.  
radius vtriusque faciei =  $-1,6766 \frac{\alpha}{m} - \frac{3,867 \alpha}{m m}$

Eius distantia focalis =  $-1,5817 \frac{\alpha}{m} - \frac{1,57 \alpha}{m m}$

cuius pars quarta dat semidiametrum aperturæ.

Et intervallum ad oculum

$$O = -0,6326 \frac{\alpha}{m} - 13,43 \frac{\alpha}{m m}$$

Hinc

Hinc totius Telescopii longitudo erit

$$\begin{aligned} &= -0,03a - 2,998 \frac{a}{m} + 14,88 \frac{a}{m} \\ &\quad - 2,6622a - 4,590 \frac{a}{m} - 1,75 \frac{a}{m} \\ &\quad - 0,632 \frac{a}{m} - 13,43 \frac{a}{m} \\ \hline &= -2,6922a - 8,220 \frac{a}{m} - 0,30 \frac{a}{m} \end{aligned}$$

Semidiameter vero campi apparentis erit  $= \frac{120}{m+1}$  min.

Hic vero notandum est,  $a$  esse negativum, cuius valor definitur ex radio posteriore lentis secundae, cuius pars quarta  $0,1473 \cdot a$  seu circiter  $= \frac{1}{7} \cdot a$  ipsi  $\frac{m}{30}$  aequalis posita dabit  $a = -\frac{7m}{30}$  statui igitur poterit  $a = -\frac{m}{7}$ .

### Corollarium.

281. Si igitur statuamus  $a = -\frac{m}{7}$ , habebitur sequens

Constructio determinata telescopii in ratione  
 $m:1$  multiplicantis.

#### I. Pro prima lente, Flint Glass.

radius fici ei in digitis

$$\text{anter.} = -0,5346 \cdot m + 3,10.$$

$$\text{poster.} = -0,0981 \cdot m - 0,14.$$

$$\text{Distantia focalis} = -\frac{m}{7}$$

$$\text{Semidiameter aperturæ} = \frac{m}{30}$$

$$\text{Intervalum} = 0,0043 \cdot m.$$

Tom. II.

S s

II. Pro

## II. Pro secunda lente. Crown Glass.

radius faciei

$$\text{anter.} = +0,1693.m + 0,36.$$

$$\text{poster.} = +0,0842.m + 0,01.$$

$$\text{Distantia focalis} = +0,1061.m + 0,080.$$

$$\text{Semidiameter aperturæ} = \frac{m}{13} \text{ dig.}$$

$$\text{Interuallum} = +0,3803.m + 0,43 - \frac{211}{m}.$$

## III. Pro tertia lente. Crown Glass.

radius faciei

$$\text{anter.} = +0,55 - \frac{0,07}{m}.$$

$$\text{poster.} = -9,81 + \frac{1,1}{m}.$$

$$\text{Distantia focalis} = +1,11 - \frac{0,07}{m}.$$

$$\text{Interuallum} = 0,65 + \frac{0,7}{m}.$$

Distantia imaginis realis post hanc lentem

$$= 0,43 + \frac{0,7}{m}.$$

## IV. Pro quarta lente. Crown Glass.

$$\text{radius vtriusque faciei} = +0,24 - \frac{0,4}{m}.$$

$$\text{Distantia focalis} = 0,22 + \frac{0,4}{m}.$$

$$\text{Semidiameter aperturæ} = 0,05 + \frac{0,1}{m}.$$

$$\text{Interuallum vsque ad oculum} = 0,09 - \frac{1,8}{m}.$$

et

et tota telescopii longitudo

$$= 0,3846.m + 1,18 + \frac{100}{m}.$$

et semidiameter campi  $= \frac{100}{m+1}$  min.

### Scholion.

282. Haec itaque telescopia multo sunt longiora, quam ea, quae praecedente capite sunt inuenta, pro eadem vtrinque multiplicatione. Hic enim pro multiplicatione  $m = 100$  prodit longitudo  $= 40$  dig., dum in praecedente capite sufficiebat longitudo  $= 13\frac{1}{2}$  dig. hoc est triplo minor. Hic igitur merito quaeritur, utrum qualitas, qua etiam spatium diffusionis a diuersa radiorum refrangibilitate oriundae ad nihilum redigitur, tanti sit habenda, ut longitudo telescopii triplicetur, quae quaestio non nisi per praxin dijudicari poterit quae autem eo erit difficilior, quo minus accuratissimam executionem horum praeceptorum expectare licet. Quocirca nisi haec conditio praescripta felicissime succedat, semper praestabit, telescopia praecedentis capitis praeferre; ita, ut duplici vitri specie carere possimus. Ceterum in evolutione casus secundi huiusmodi evolutionibus numericis non immorabimur, cum quia methodus tales calculos tractandi iam satis est explicata, tum vero quia propositum est, huic operi singularem librum subinungere, in quo sola praeepta pro praxi dirigenda in gratiam artificum colligentur.



## CASVS II.

283. Sit iam secunda lens ex vitro chrySTALLINO, reliquae vero ex vitro coronario, ita, vt sit  $n' = 1,58$  et  $n = n'' = n''' = 1,53$ , indeque etiam  $N = N'' = N'''$  et ponatur  $\frac{N'}{N} = \zeta$ , vt sit secundum Dollondum  $\zeta = \frac{10}{9}$ . His positis et sumto  $i = \frac{1}{2}$  erit  $\alpha$  positium ideoque etiam  $\eta$ . Sumatur igitur  $\eta = 0,03$ , vnde habebimus  $P = \frac{1}{1-\eta}$ . Quia nunc, vt vidimus, est  $\mathfrak{B} = \zeta$  proxime, erit

$$\omega = \frac{-\eta}{1-\eta} \cdot \frac{\zeta+1}{(m+1)\zeta} = \frac{-\eta}{1,01 \cdot \zeta \cdot (m+1)}.$$

Deinde cum sit proxime  $R = -2$ , ideoque  $Q = \frac{m}{2F}$ , vbi  $P = +\frac{100}{97}$ ; adcuratius habebimus ex prima aequatione,  $0 = \zeta Q \omega + i + \frac{1}{R}$ , quae abit in hanc

$$-\frac{1}{R} = \frac{1}{2} - \frac{0,03}{211,1 \cdot P \cdot (m+1)} \text{ seu } -\frac{1}{R} = \frac{1}{2} - \frac{0,03}{400 \cdot (m+1)}$$

ex quo etiam  $Q$  adcuratius definiri potest, cum sit  $Q = \frac{m}{FR}$ .

Vt nunc etiam  $\mathfrak{B}$  adcuratius definiatur, colligimus ex aequatione secunda,

$$0 = 1 - \frac{\zeta}{\mathfrak{B}F} + \frac{1}{\mathfrak{B}EFQ} - \frac{1}{\mathfrak{B}CFQR}$$

quae ob  $\mathfrak{B} = \frac{1}{2} + 1$  dabit.

$$-B(\zeta - P) = \zeta - \frac{1}{EFQ} + \frac{1}{CFQR}$$

Erat autem proxime  $B = \frac{\zeta}{2}$ , ideoque negativum. Ex valore porro adcurato ipsius  $B$  erit  $\mathfrak{B} = \frac{B}{B+1}$ .

His

His igitur definitis tertia aequatio erit

$$0 = \lambda - \frac{\mu' \lambda'}{\mu \theta' P} + \frac{\lambda''}{B' C' P Q} - \frac{\lambda'''}{B' C' P Q R} \\ + \frac{\mu' \nu'}{\mu \theta' \theta' P} + \frac{\nu'}{B' C' P Q}.$$

Hic duo primi termini utpote valde magni dabunt proxime  $\lambda' = \frac{\mu}{\mu'}$ .  $B' P. \lambda$  vnde intelligere licet pro lente concaua eius valorem  $\lambda$  maiorem prodire, quam casu primo ita, vt casus primus ad praxin sit aptior iudicandus.

Vt nunc etiam de longitudine telescopii iudicare possimus, quia praecedente casu ea nimis magna prodierat, considerari debet eius pars praecipua, quae est littera  $\beta$ , cuius valor ante fuerat  $= -2,6622. \alpha$  circiter, qui autem nunc ob  $\beta = -\frac{P}{P}$  et  $B = \frac{P}{P}$  proxime seu  $B = -\frac{1}{P}$  et  $P = r$  reperitur  $\beta = \frac{1}{P} \cdot \alpha = 3,33. \alpha$ , ita, vt telescopia hinc nata adhuc fiant longiora, quae propterea hic fusius euoluere operae non erit pretium.

### Scholion.

284. Quia longitudo telescopii, quae hinc tanta resultat, perfectioni non parum obstat, disquirendum est, vtrum huic incommodo non aliquod remedium adferri possit, quod autem ex hypothesi hic facta, qua lens obiectiua quasi ex duabus lentibus constare est assumpta, neuiquam sperare licet. Quomobrem lentem obiectiuam quasi ex tribus lentibus constantem assumi conueniet, quarum vel una vel duae

S s 3

fiant

sint concauae et ex vitro chrysellino formatae. Ne autem nouam inuestigationem circa maiorem campum suscipere cogamur, hic statim quoque tres lentes quasi oculares introducamus, ut hoc modo si negotium successerit, non solum breuiora telescopia obtineantur, sed etiam simul campus apparens notabile incrementum accipiat.

### Problema 2.

285. Si tres lentes priores ad obiectum constitutendam referantur, tum vero tres quasi lentes oculares adiungantur, definire momenta, ad telescopii constructionem necessaria.

### Solutio.

Cum igitur hic occurrant sex lentes, statuamus

$$\frac{a}{f} = -P; \frac{b}{f} = -Q; \frac{c}{f} = -R; \frac{d}{f} = -S; \frac{e}{f} = -T.$$

ut sint nostra elementa

$$b = -\frac{a}{P}; c = \frac{Pa}{PQ}; d = \frac{BCa}{PQR}; e = \frac{BCDa}{PQRS}$$

$$P = \frac{-Ba}{f}; Q = \frac{BCa}{PQ}; R = \frac{BCDa}{PQR}; S = \frac{BCDEa}{PQRS}$$

$$\text{et } f = \frac{-BCDEa}{PQRST}$$

adeoque distantiae focales

$$p = a; q = \frac{Pa}{PQ}; r = \frac{BCa}{PQR}; s = \frac{BCDa}{PQRS};$$

$$t = \frac{BCDEa}{PQRS}; u = \frac{-BCDEa}{PQRST};$$

existente  $m = -PQRST$ .

Horum

Horum iam numerorum P, Q, R, S, T vnicus debet esse negatiuus; interualla autem lentium ita exprimentur

$$\alpha + b = a \left(1 - \frac{1}{P}\right); \beta + c = -\frac{B\alpha}{P} \left(1 - \frac{1}{Q}\right)$$

$$\gamma + d = \frac{BC\alpha}{PQ} \left(1 - \frac{1}{R}\right); \delta + e = -\frac{BCD\alpha}{PQR} \left(1 - \frac{1}{S}\right)$$

$$\text{et } \varepsilon + f = \frac{BCDS\alpha}{PQRS} \left(1 - \frac{1}{T}\right)$$

quod vltimum interuallum ob  $\varepsilon = -Tf$ , etiam ita exhibetur  $\varepsilon + f = f(1 - T)$ ; vnde quia  $f$  debet esse quantitas positia, statim patet, esse debere  $T < 1$ .

Quia nunc tres priores lentes exiguis interuallis a se inuicem distare debent, statuamus vtrumque interuallum  $= \eta$  a hincque habebimus.

$$P = \frac{1}{1 - \eta}, \text{ et } Q = \frac{B}{B + \eta P}$$

Nunc vero cum sit campii semidiameter

$$\Phi = \frac{\pi - \pi' + \pi'' - \pi''' + \pi''''}{m + 1}$$

statuamus  $\pi = \omega \xi$ ;  $\pi' = -\omega' \xi$ ;  $\pi'' = i\xi$ ;  $\pi''' = -\xi$  et  $\pi'''' = \xi$ , ita, vt sit

$$\Phi = \frac{\omega + \omega' + i + 1}{m + 1} \xi = M \xi, \text{ existente}$$

$$M = \frac{\omega + \omega' + i + 1}{m + 1} \text{ seu proxime } M = \frac{i + 1}{m + 1}$$

ob  $\omega$  et  $\omega'$  fractiones minimas, vt mox videbimus. Hincque ob  $\frac{\pi''''}{\Phi} = \frac{1}{M}$ , statim oritur distantia oculi

$$O = \frac{1}{M} \cdot \frac{1}{m} = \frac{m + 1}{m(i + 1)}.$$

Porro

Porro considerari oportet sequentes aequationes

$$\mathfrak{B} \omega = (1-P) M; \mathfrak{C} \omega' = (1-PQ) M - \omega$$

$$\mathfrak{D} i = (1-PQR) M - \omega' - \omega$$

$$\mathfrak{E} = (1-PQRS) M - \omega' - \omega - i.$$

Ex harum aequationum duabus primis quaerantur particularae  $\omega$  et  $\omega'$ , scilicet

$$\omega = \frac{(1-P)M}{\mathfrak{B}} = \frac{-\eta M}{(1-\eta)\mathfrak{B}}$$

$$\omega' = \frac{(1-PQ)M - \omega}{\mathfrak{C}} \text{ seu}$$

$$\omega' = \frac{\eta(1-B)M}{(B+(1-B)\eta)\mathfrak{C}} + \frac{\eta M}{(1-\eta)\mathfrak{B}\mathfrak{C}} \text{ seu}$$

$$\omega' = \frac{\eta M}{\mathfrak{C}} \left( \frac{1-B+\eta(1-B)}{(B+\eta(1-B))(1-\eta)B} \right)$$

quare cum  $\eta$  sit fractio valde parua erit proxime

$$\omega = -\frac{\eta M}{\mathfrak{B}}; \omega' = \frac{\eta M}{\mathfrak{B}\mathfrak{C}}$$

atque litterae  $\mathfrak{B}$  et  $\mathfrak{C}$  etiamnum manent indeterminatae, dum sequentes  $\mathfrak{D}$  et  $\mathfrak{E}$  per formulas hic allatas determinantur. Nunc igitur considerentur tres aequationes, quas adimpleri oportet

$$\text{I. } 0 = + \frac{N^{\omega}}{P} + \frac{N^{\omega'}}{PQ} + \frac{N^{i}}{PQR} + \frac{N^{i'}}{PQRS} + \frac{N^{i''}}{PQRST}$$

$$\text{II. } 0 = N - \frac{N'}{\mathfrak{B}P} + \frac{N''}{\mathfrak{B}\mathfrak{C}PQ} - \frac{N^{i''}}{\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}PQR}$$

$$+ \frac{N^{i''''}}{\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}\mathfrak{E}PQRS} - \frac{N^{i''''}}{\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}\mathfrak{E}\mathfrak{F}PQRST}$$

$$\text{III. } 0 =$$

$$\begin{aligned}
\text{III. } 0 &= \mu \lambda - \frac{\mu'}{B^2} \left( \frac{\lambda'}{B^2} + \frac{\nu'}{B} \right) \\
&+ \frac{\mu''}{B^2 C^2 P Q} \left( \frac{\lambda''}{B^2} + \frac{\nu''}{C} \right) \\
&- \frac{\mu'''}{B^2 C^2 D P Q R} \left( \frac{\lambda'''}{B^2} + \frac{\nu'''}{D} \right) \\
&+ \frac{\mu'''}{B^2 C^2 D^2 E P Q R S} \left( \frac{\lambda'''}{B^2} + \frac{\nu'''}{E} \right) \\
&- \frac{\mu'''' \lambda''''}{B^2 C^2 D^2 E^2 F Q R S T}
\end{aligned}$$

In prima autem aequatione duo membra priora prae sequentibus manifesto sunt valde parua, dum etiam per  $m$  multiplicata adhuc multo minora manent sequentibus. Iis omiſſis habebitur

$$0 = N'' i + \frac{N'''}{S} + \frac{N''''}{S T}$$

vbi quia tres posteriores lentes ex eadem vitri specie fieri conuenit erit  $0 = i S T + T + 1$ ; vnde pater, vel  $S$  vel  $T$  eſſe debere quantitatem negatiuam. Hanc ob rem ſtatuatur,  $S = -k$  vt vnica harum lentium ante imaginem realem cadat, vnde fiet  $k = \frac{T+1}{T}$ ; ante autem iam vidimus, eſſe  $T < 1$  ideoque  $K > 2$  ob  $i < 1$  et ſi  $i = \frac{1}{2}$  fiet adeo  $K > 4$  ex quo erit

$$K T = \frac{1+T}{T} = -S T.$$

Iam ob  $P$  et  $Q$  vnitati proxime aequales erit quoque proxime  $R S T = -m$  ideoque  $R = \frac{1+m}{1+T}$  adeoque numerus magnus. Ex his autem valoribus proximis facile erit valores adcuratos ex eadem aequatione prima deducere. Iam in aequatione ſecunda ſatis euident eſt, tres terminos priores multo maiores eſſe ſequentibus.

Form. II.

T t

His

His ergo omiffis habebitur

$$0 = N - \frac{N'}{B} + \frac{N''}{B \& P Q}$$

vnde ob P et Q proxime = 1, colligitur fore etiam proxime

$$0 = N - \frac{N'}{B} + \frac{N''}{B \&}$$

vnde colligitur

$$E = \frac{N' \&}{B(N' - N \&)} = \frac{N''(1 - \&)}{N' - N \&} \text{ hincque}$$

$$C = \frac{N' \& (1 - \&)}{N' - N \& - N'' + N'' \&}$$

$$C = \frac{N' \& (1 - \&)}{N' - N'' + \& (N'' - N)}$$

vbi littera B adhuc arbitrio nostro permittitur.

Pro E autem fequentes cafus funt notandi;

- 1°. Si  $B > 1$  et  $B < \frac{N'}{N}$ ; tunc erit E negatiuum, adeoque etiam C negatiuum.
- 2°. Si  $B > 1$  et B fimul  $> \frac{N'}{N}$ ; tunc erit E pofitiuum.
- 3°. Si fuerit  $B < 1$  et  $B < \frac{N'}{N}$ ; tunc erit E pofitiuum.
- 4°. Si fuerit  $B < 1$  et  $B > \frac{N'}{N}$ ; tunc erit E negatiuum; adeoque et C negatiuum.

Pro fecundo autem cafu erit C negatiuum fi  $N' > N$ . Sin autem fuerit  $N' < N$ , erit C pofitiuum. Pro cafu tertio erit C pofitiuum, fi fit,  $N' > N$ ; fin autem fit  $N' < N$ , erit C negatiuum.

Circa

Circa duas autem reliquas litteras  $\mathfrak{D}$  et  $\mathfrak{E}$  notandum est, fore  $\mathfrak{D}$  negatium, ideoque et  $D$ , tum vero  $\mathfrak{E}$  esse positium; sit enim proxima

$$1. \quad \mathfrak{E} = \frac{i+1}{i+2} - i. \text{ ideoque}$$

$$2. \quad \mathfrak{E} = \frac{i+1}{i+2} - i; \text{ ideoque } E \text{ negatium.}$$

Examinemus iam intervalia lentium ac primo quidem cum sit  $d < \gamma$  necesse est, ut sit  $\gamma$  positivum ideoque debet esse  $BC\alpha > 0$ .

$$1. \quad \text{Est vero } BC = \frac{\gamma}{N-S'' + \mathfrak{D}(N'-N)}.$$

Cum igitur distantia  $\gamma$  maximam partem totius longitudinis contineat,  $\mathfrak{D}$  ita accipi debet, ut quantitas  $BC$  unitatem vix superet, quia ante hic coëfficiens modo binarium tum vero et ternarium superaverat.

Statim autem ac  $\gamma$  reddita est quantitas positiva, erit  $d$  negatium et manifesto  $\gamma + d > 0$ .

Porro vero sit  $\delta$  positivum, nempe  $\delta = Dd$  atque etiam  $e$  positivum; ita, ut sit  $\delta + e$  positivum.

Denique  $\varepsilon = Ee$  adeoque negatium et  $f$  positivum; eritque etiam  $\varepsilon + f > 0$  ob  $T < 1$ , ut iam ante notauimus; ex quo etiam distantia oculi sit positiva, sicque omnes conditiones sunt adimpletae.

Denique in tertia aequatione etiam manifestum est, tres tantum terminos priores potissimum in com-

T t 2

pu-



putum venire, vtpote prae reliquis multo maiores; unde fit

$$0 = \mu \lambda - \frac{\mu' \lambda'}{B} + \frac{\mu'' \lambda''}{B \epsilon}$$

vbi efficiendum quoque est, vt nulla litterarum  $\lambda$ ,  $\lambda'$ ,  $\lambda''$  vnitatem notabiliter superet. Quemadmodum igitur haec omnia commodissime praestentur, diuerfos casus euolui oportet, prouti inter tres lentes priores vel vna vel duae chrysellinae occurrant et quo loco.

## CASVS I.

286. Quo prima lens chrysellina, secunda et tertia vero ex vitro coronario est parata. Erit ergo  $N = 10$ ,  $N' = 7$ , et  $N'' = 7$ . adeoque primo

$$\epsilon = \frac{7(1-\frac{7}{10})}{7-10} \text{ et } C = \frac{-7(1-\frac{7}{10})}{1-\frac{7}{10}} \text{ ideoque}$$

$$B\epsilon = \frac{7}{7-10} \text{ et } BC = -\frac{7}{3}$$

hinc ergo fit  $\gamma = -\frac{7}{3} \alpha$ ; vnde euidens est, sumi debere  $\alpha$  negatiuum, qui valor cum non minor sit, quam in problemate praecedente; hunc casum vltius non prosequimur.

## CASVS II.

287. Quo lens secunda est chrysellina; prima vero et tertia ex vitro coronario; erit  $N = 7$ ,  $N' = 10$ ;  $N'' = 7$ ; atque hinc

$$C = \frac{7(1-\frac{7}{10})}{1-\frac{7}{10}} \text{ adeoque } BC = \frac{7}{3}$$

$$\epsilon = \frac{7(1-\frac{7}{10})}{10-7} \text{ et } B\epsilon = \frac{7}{10-7}$$

vnde

vnde fit  $\gamma = \frac{1}{2} B. a.$  Quo igitur telescopium contrahatur, sumi debet  $B < 1$ ; tum vero erit B positivum; at ex tertia aequatione habebimus

$$0 = \mu \lambda - \frac{\mu' \lambda'}{B^2} + \frac{\mu'' \lambda''}{B^2 C^2} \text{ siue}$$

$$0 = \mu \lambda - \frac{\mu' \lambda'}{B^2} + \frac{\mu \lambda'' (1 - \gamma - \gamma^2)}{\gamma^2 B^2} \text{ vnde fit}$$

$$\frac{\mu' \lambda'}{\mu} = B^2 \lambda + \frac{(1 - \gamma - \gamma^2) \lambda''}{\gamma^2}$$

hic ergo videamus, an litterae  $\lambda$  et  $\lambda'$  et  $\lambda''$  possint ad unitatem redigi; ad quod requiritur, vt fit

$$\frac{\mu'}{\mu} = B^2 + \left(\frac{1}{\gamma} - B\right)^2$$

cuius evolutio ob  $\frac{\mu'}{\mu}$  propemodum  $= 1$  dat

$$\left(\frac{1}{\gamma}\right)^2 - 3 \left(\frac{1}{\gamma}\right)^2 B + 3 \left(\frac{1}{\gamma}\right)^2 B^2 = 1$$

cuius radices sunt prior  $B = 0,97$ ; qua autem hic nihil in longitudine lucratur; altera vero est  $B = 0,46$  siue  $B = \frac{1}{2}$  hocque modo fiet  $\gamma = \frac{1}{2} a$ ; quod insigni lucrum est qui ergo casus imprimis meretur, vt accuratius euoluatur.

## CASVS III.

288. Sit nunc tertia lens chrysellina, prima et secunda ex vitro coronario, vt fit  $N = 7$ ,  $N' = 7$ , at  $N'' = 10$ . Hinc igitur, sequitur

$$C = \frac{10(1 - \gamma)}{\gamma - \gamma^2} = \frac{10}{\gamma}; C = -\frac{10}{\gamma} \text{ indeque}$$

$$B C = \frac{10}{\gamma} B; \text{ et } B C = -\frac{10}{\gamma} B$$

vnde fit  $\gamma = -\frac{1}{3} B. a.$  Deberet ergo esse  $-B < 1$

T t 3

vel

vel  $B > -1$ . hinc  $B < 1$ . Hinc ergo tertia aequatio unitate loco cuiuslibet  $\lambda$  scripta erit

$$0 = 1 - \frac{1}{B^3} + \frac{343(1-B)^3}{1000B^4} \text{ seu}$$

$$0 = B^3 - 1 + \frac{343}{1000}(1-B)^3 \text{ seu}$$

$$0 = 657 - 1029B + 1029B^2 + 657B^3$$

qui ergo casus etiam evolutione dignus videtur.

### CASVS IV.

289. Si prima et secunda lens sint chrySTALLINAE et tertia coronaria; erit

$$N' = N = 10; \text{ et } N'' = 7; \text{ hincque}$$

$$C = \frac{7(1-B)}{10(1-B)} = \frac{7}{10} \text{ et } C = \frac{7}{10} \text{ hincque } BC = \frac{7}{10}.$$

Nunc quia est  $\alpha$  negativum,  $\gamma$  autem positivum, debet esse  $\gamma = +\frac{7}{10}Ba$ . Ponamus nunc  $\frac{7}{10}B = -1$  erit  $B = -\frac{10}{7}$  et  $B = -\frac{10}{7}$  et  $BC = -\frac{1}{10}$  unde tertia aequatio fiet

$$0 = \lambda + \frac{\lambda' \lambda''}{\lambda^2} - \frac{\mu''}{\mu} \cdot \frac{\lambda'' \lambda \lambda''}{\lambda^2}$$

ita, vt esse debeat

$$\lambda + \frac{6 \lambda'}{27} = \frac{\mu''}{\mu} \cdot \frac{1000 \lambda''}{27} + \text{etc.}$$

quod cum fieri nequeat, nisi pro  $\lambda$  et  $\lambda'$  numeri maximi accipiantur; hic casus nullo modo in praxi admitti potest.

### CASVS V.

290. Sint prima et tertia lens chrySTALLINAE, secunda ex vitro coronario, erit  $N = N'' = 10$   
et

et  $N' = 7$ , adeoque

$$C = \frac{10(1-8)}{7-10} \text{ et } C = -\frac{10(1-8)}{3} \text{ hinc}$$

$$BC = -\frac{10}{3} \alpha \text{ et } \gamma = -\frac{10}{3} \alpha.$$

Ponatur ergo  $\frac{10}{3} \alpha = 1$  eritque  $\alpha = \frac{3}{10}$  et  $B = \frac{7}{3}$  et  $B C = \frac{7}{3}$ ; unde aequatio tertia dabit

$$0 = \lambda - \frac{\mu}{\mu} \cdot \frac{\lambda \cdot 1000}{27} + \frac{6 \cdot \lambda'}{27}; \text{ seu}$$

$$\lambda + \frac{6 \cdot \lambda'}{27} = \frac{\mu}{\mu} \cdot \frac{1000 \lambda'}{27} + \text{etc.}$$

quae aequae parum ad praxin est idonea.

## CASVS VI.

291. Sint secunda et tertia lens chrySTALLINAE, prima ex vitro coronario confecta; erit  $N = 7$ , et  $N' = N'' = 10$ , unde colligitur

$$C = \frac{10(1-8)}{10-7} \text{ et } C = \frac{10(1-8)}{3}; \text{ hincque}$$

$$BC = \frac{10}{3} \text{ et } \gamma = \frac{10}{3} \alpha,$$

qui ergo casus iam sponte cadit.

## Evolutio vltior casus secundi.

292. Quod ad valorem litterae  $\eta$  attinet, pro quavis multiplicatione  $m$ , quae lentis obiectivae aperturam postulat, cuius semidiameter sit circiter  $\frac{m}{10}$  dig. sumamus accipi  $\alpha = \frac{m}{10}$  dig. quia lens plerumque fere est plano convexa; eritque huius lentis crassities circiter  $\frac{1}{2} \alpha$ , quare si intervallum binarum lentium priorum statuamus  $\frac{1}{10} \alpha$ ; metuendum non est, ne duae lentis se mutuo tangerent, sed satis relinquatur spatium, ut etiam

etiam quodammodo moueri possint. Ponamus ergo  
 $\eta = \pm \frac{1}{10} = \pm 0,02$ .

Quia nunc prima lens est ex vitro coronario, ideoque conuexa erit  $a$  positium et  $\eta = +\frac{1}{10} = +0,02$ . Hinc reperimus statim  $P = \frac{10}{9}$  et  $Q = \frac{4 \cdot B}{4 \cdot B + 1}$ , vbi de  $B$  infra dispiciemus. Hic notasse sufficiat, esse proxime  $Q = 1$  et  $P = 1$ .

His praemissis sumta fractione  $i = \frac{1}{2}$  et  $T = \frac{1}{2}$ , quandoquidem esse debet  $T < 1$ . prima aequatio nostra dabit  $k = 6 = -S$  et ob  $PQ = 1$  proxime  $R = \frac{1}{2}m$ ; neque opus est, vt hic valor accuratius eruatur.

Secunda autem aequatio, cui pariter proxime tantum satisfecisse sufficit, quia hoc casu est  $N = 7$ ,  $N' = 10$ ,  $N'' = N''' = N'''' = N''''' = 7$ . nobis praebet

$$0 = 7 - \frac{10}{8P} + \frac{7}{8EFQ},$$

quae sumto  $P = 1$  et  $PQ = 1$  dat

$$E = \frac{-7(1-8)}{(7 \cdot 8 - 10)} = \frac{7(1-8)}{10-7 \cdot 8} \text{ indeque}$$

$$C = \frac{7(1-8)}{1} \text{ et } BC = \frac{7 \cdot 8}{1}.$$

Cum dein ex primis elementis sit  $\gamma = \frac{BCa}{FQ}$ , quae distantia praecipuam partem totius longitudinis continet, faciamus  $\gamma = a$  siue proxime saltem  $= a$  adeoque  $BC = 1$ ; vnde sequitur  $\frac{1}{8} = 1$  et  $8 = \frac{1}{7}$ ; vnde porro  $B = \frac{1}{4}$ ;  $E = \frac{1}{2}$  et  $C = \frac{1}{2}$  ideoque  $BE = \frac{1}{2}$ ,  
 Nunc

Nunc ex valore B inuento habebimus practer  $P = \frac{2}{3}$  etiam  $Q = \frac{1}{17}$  et  $PQ = \frac{2}{119}$  sicque adcurate iam erit  $R = \frac{151m}{5,119}$ .

Nunc igitur ad acuationem tertiam progrediamur:

$$\begin{aligned} 0 = & \lambda - \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{\lambda'}{B^2 F} + \frac{\lambda''}{B^2 E^2 F Q} \\ & - \frac{\mu' \nu}{\mu} \cdot \frac{1}{B^2 F} + \frac{\nu}{B^2 C E F Q} \\ & - \frac{\lambda'''}{B^2 C^2 D^2 F Q R} + \frac{\lambda''''}{B^2 C^2 D^2 E^2 F Q R S} \\ & - \frac{\nu}{B^2 C^2 D D F Q R} + \frac{\nu}{B^2 C^2 D^2 E E F Q R S} \\ & + \frac{\lambda''''}{B^2 C^2 D^2 E^2 m} \end{aligned}$$

quae vt in numeros euolui possit, ante necesse est, valores litterarum D et E inuestigare, qui ex formulis supra datis inueniuntur:

$$\frac{1}{2} D = (1 - PQR) M; \text{ seu}$$

$$D = (1 - \frac{1}{2} m) \frac{1}{m+1} = -\frac{1}{2}$$

ob  $m$  vt valde magnum assumtum praecipue cum  $D$  tantum occurrat in numeris per se minimis; adeoque  $D = -\frac{1}{2}$ . Simili modo erit

$$E = \frac{2(1+m)}{2(m+1)} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ et } E = \frac{1}{2}.$$

Hic igitur valoribus subdinatis habebimus

$$10 \cdot \sigma = \lambda = 10,9985 \lambda' = 12,7884 \lambda''$$

$$(1,0413348) (1,1068156)$$

$$-0,68119 + 0,68775$$

$$(9,8332690) (9,8374334)$$

$$+0,64800 \lambda''' + 0,02247 \lambda''''$$

$$\frac{m}{m}$$

$$(9,8115752) (8,3516924)$$

$$-0,363245 + 0,07773$$

$$\frac{m}{m}$$

$$(9,8010248) (8,8906053)$$

$$+1,92720 \lambda''''$$

$$\frac{m}{m}$$

$$(0,2849264)$$

ex qua aequatione si sumatur  $\lambda = 1$  et  $\lambda'' = 1$ , colligitur

$$\lambda' = 0,09092 + 0,0589 \lambda'' : m + \frac{0,00000}{m}$$

$$+ 1,16275 + 0,0020 \lambda''' : m$$

$$+ 0,00060 + 0,1752 \lambda'''' : m$$

$$1,25427$$

Circa litteras  $\lambda'''$ ,  $\lambda''''$ ,  $\lambda'''''$  obseruandum est, quia binae postremae plenam aperturam admittere debent, esse debere

$$\lambda''''' = 1,60006 \text{ et } \lambda'''' = 1 + 0,60006$$

$$\text{et } \lambda''' = 1 + 0,60006 (1 - 2 \mathcal{E})$$

$$= 1 + 0,60006 \cdot 64$$

unde hae duae lentes statim computari possunt.

Pro

Pro quarta autem lente in ipso radiorum calculo valor numeri  $\lambda'''$  definiatur. Tum vero lens prima et tertia quoque per calculum determinantur. Quo facto quaeratur valor ipsius  $\lambda'$ , qui cum etiam  $m$  inuoluat, primo pro valore determinato ipsius  $m$ . v. g.  $m = 25$ , deinde pro  $m = \infty$  radli facierum huius lentis investigentur ex iisque pro multiplicatione quacunque eorum valores concludantur, ut iam supra aliquoties est factum.

Interualla autem lentium cum distantis focalibus sequenti modo se habebunt:

$$b = -0,98. a$$

$$\beta = -0,73500. a \quad \log. \beta = 9,8662874;$$

$$\epsilon = 0,75500. a;$$

$$\gamma = 1,00667. a \quad \log. \gamma = 0,0028856$$

$$d = -\frac{2a}{m}$$

$$\delta = +\frac{1,175}{m}. a$$

$$e = +\frac{0,11850}{m}. a$$

$$\epsilon = -\frac{0,401222}{m}. a$$

$$f = +\frac{0,20119. a}{m}$$

et distantiae focales

$$p = a; q = -0,42000. a; r = 0,43144$$

$$s = \frac{2a}{m}; t = +\frac{1,10612. a}{m}; u = \frac{0,10119}{m}. a$$

V v 2

Hinc-



Hincque intervalla lentium

$$a + b = 0,02.a; \beta + c = 0,0200.a$$

$$\gamma + d = 1,00667.a - \frac{a}{m}.a$$

$$\delta + e = 2,1875.\frac{a}{m}; \epsilon + f = \frac{0,40175.a}{m}$$

$$\text{et pro loco oculi } O = 0,5626.\frac{a}{m}.$$

### Constructio lentium.

Inuestigemus primo constructionem pro singulis lentibus ex vitro coronario parandis positisque pro quavis lente

$$\text{radiis faciei } \begin{cases} \text{anter.} = F. \\ \text{poster.} = G. \end{cases}$$

haec determinatio sequenti modo se habebit

#### I. Pro prima lente

ob  $\lambda = 1$  reperietur

$$F = \frac{a}{e} = 1,3831 = 0,60237.a$$

$$G = \frac{a}{f} = 2,1187 = 4,41111.a$$

#### III. Pro tertia lente.

ob  $\lambda'' = 1$  erit

$$F = \frac{cy}{ye + ce} = \frac{ce}{ce + e} = \frac{y}{ce + e}$$

$$G = \frac{cy}{ye + ce} = \frac{ce}{ce + e} = \frac{y}{ce + e}$$

$$F = 1,5184 = 0,51298.a$$

$$G = 2,1431 = 0,41255.a$$

IV,

## IV. Pro quarta lente

ob  $\lambda'''$  etiamnunc incognitum ponatur breuitatis gratia

$$\tau(1+D)\sqrt{\lambda'''-1}=x \text{ eritque}$$

$$F=\frac{\delta}{D\epsilon+\delta+x}; G=\frac{\delta}{\epsilon+D\delta+x}$$

adeoque

$$F=\frac{\delta}{1,3111\pm x}; G=\frac{\delta}{-0,7109\pm x}$$

Vt nunc haec lens aperturam  $\frac{1}{2}\xi$  admittat, hoc eueniet, si posterior facies fuerit plana, seu denominator = 0; valeant igitur signa inferiora et ponatur

$$x=0,8109 \text{ vnde fiet}$$

$$G=\infty \text{ et } F=\frac{\delta}{0,3072} \text{ seu } F=\frac{2,6100}{m}$$

vti debet esse, quia  $F=(n-1)5$ . Cum igitur sit

$$\tau(1+D)\sqrt{\lambda'''-1}=0,8109 \text{ erit}$$

$$\sqrt{\lambda'''-1}=\frac{0,8109}{0,3148} \text{ hincque } \lambda'''=6,4642.$$

## V. Pro quinta lente

est  $\lambda''''=39,40384$  et quia haec lens est vtrinque aequè conuexa erit

$$\text{radius faciei vtriusque} = 1,06. s = 1,4906. \frac{s}{m}.$$

## VI. Pro sexta lente

est, vti vidimus,  $\lambda''''=1,60006$  ideoque

$$\text{radius vtriusque faciei} = 1,06. u = 0,8518. \frac{s}{m}.$$

## II. Pro secunda lente

reperietur nunc primo

$$\lambda' = 1,25427 + \frac{0,6 \cdot 24}{m}$$

Statuamus nunc esse  $m = 25$  eritque

$$\lambda' = 1,28184.$$

Quare cum pro secunda lente sit

$$F = \frac{\beta}{B\sigma' + \sigma' + \tau'(1+B)\sqrt{(\lambda' - 1)}}$$

$$G = \frac{\beta}{B\sigma' + \sigma' + \tau'(1+B)\sqrt{(\lambda' - 1)}}$$

$$\text{erit } \tau'(1+B)\sqrt{\lambda' - 1} = 0,81524$$

vnde colligitur

$$F = \frac{\beta}{1,28184 + 0,81524} = 2,7738$$

$$G = \frac{\beta}{1,28184 + 0,81524} = 2,7738$$

$$\text{hinc } F = -0,84134. \alpha$$

$$G = -0,34286. \alpha$$

sit nunc  $m = \infty$  erit

$$\lambda' = 1,25427 \text{ et } \tau(1+B)\sqrt{\lambda' - 1} = 0,77434, \text{ vnde radii facierum}$$

$$F = \frac{\beta}{1,25427 + 0,77434} = 2,7743$$

$$G = \frac{\beta}{1,25427 + 0,77434} = 2,7743$$

hinc

hinc  $F = -0,80373. a$

$$G = -0,34955. a$$

Ex his igitur duobus casibus pro multiplicatione quacunque concludimus

$$F = -0,80373. a - \frac{1}{m}$$

$$F = -0,80373. a - 0,940 \frac{a}{m}$$

$$\text{et } G = -0,34955 a - \frac{2}{m}$$

$$G = -0,34955 a + 0,167. \frac{a}{m}$$

Denique semidiameter campi visi erit

$$\Phi = \frac{8147}{m+1} \text{ minut.}$$

### Scholion.

293. Quia ternae lentes priores communem postulant aperturam, cuius semidiameter sit  $\frac{7}{10}$  dig. hic ad radium minimum istarum lentium, qui est  $0,343. a$ ; respici debet, cuius pars quarta  $0,086. a$  est circiter  $\frac{1}{11} a$  ipsi  $\frac{7}{10}$  dig. aequalis posita dabit  $a = \frac{4}{11} m$  siue  $a = \frac{2}{11} m$  cum ante licuisset statuere  $a = \frac{1}{11} m$  neque ergo voti nostri compotes sumus facti, dum longitudinem telescopii contrahere sumus conati, etsi enim hic longitudo telescopii minorem tenet rationem ad  $a$ , tamen ipsa quantitas  $a$  fere tanto maior hic prodit. Ex quo intelligitur, si omnes plane perfectiones desideremus, necesse prorsus esse, maiorem longitudinem admittere. Interim tamen longitudo

hinc

hinc resultans aliquanto minor est, quam supra inuenta, sed probe hic est perpendendum, hoc casu elaborationem lentium multo maioribus difficultatibus esse obnoxiam, quam ante. Ita vt artifex non nisi post plurima tentamina scopum attingere possit. Quocirca his inuestigationibus non vltius immoror, cum ex calculis allatis facile sit huiusmodi telescopiorum constructionem in vsum artificum depromere.

---

---

**LIBRI**

LIBRI SECVNDI,  
DE  
CONSTRVCTIONE  
TELESCOPIORVM  
SECTIO TERTIA.  
DE  
TELESCOPIIS TERTII GENERIS,  
QVIBVS  
OBIECTA ITERVM SITV ERECTO  
REPRAESENTANTVR.

*Tom. II.*

X x

THE  
LIBRARY  
OF THE  
MUSEUM OF  
COMPARATIVE ZOOLOGY  
AT HARVARD UNIVERSITY  
CAMBRIDGE, MASSACHUSETTS



CAPVT I.  
DE  
TELESCOPIIS SIMPLICIORIBUS  
TERTII GENERIS EX VNICA VITRI  
SPECIE PARATIS.

Problema I.

294.

**T**elescopium simplicissimum huius generis, quod  
tribus tantum constat lentibus construere, quod  
obiecta secundum datam rationem aucta et situ erecto  
repraesentet.

X x 2

Solu-



## Solutio.

Pro duobus interuallis, quae hic occurrunt, ponamus vt semper, fractiones  $\frac{a}{b} = -P$  et  $\frac{\beta}{c} = -Q$  et quia hic duae imagines reales habentur, quarum altera in prius interuallum cadens est inuersa, altera vero in posterius interuallum cadens erecta, ita, vt sit semidiameter illius  $= a\Phi$ , huius vero  $= B\alpha\Phi$ ; ambae litterae  $P$  et  $Q$  debent esse negatiuae, vnde statuamus  $-P = k$  et  $-Q = k'$ , vt sit multiplicatio  $m = kk'$ . Hinc elementa nostrâ ita se habebunt:

$$b = \frac{a}{k}; \beta = \frac{B\alpha}{k'} \text{ et } c = \frac{B\alpha}{kk'}$$

et distantiae focales

$$p = a; q = \frac{B\alpha}{k'} \text{ et } r = \frac{B\alpha}{kk'} = \frac{B\alpha}{m}$$

tum vero bina interualla

$$a + b = a(1 + \frac{1}{k}); \beta + c = \frac{B\alpha}{k'}(1 + \frac{1}{k})$$

quae per se sunt positiua, siquidem esse debet  $B > 0$  idenque et  $B$ . Pro campo porro apparente cum sit eius semidiameter  $\Phi = \frac{-\pi + \pi'}{m-1}$ ; ponamus  $\pi = -i\xi$  et  $\pi' = \xi$ , denotante  $\xi$  maximum valorem, quem litterae  $\pi$  et  $\pi'$  recipere possunt et  $i$  fractionem unitate minorem critque  $\Phi = \frac{-i\xi + \xi}{m-1} \cdot \xi$  atque hinc pro loco oculi fiet

$$O = \frac{\pi}{\Phi} \cdot \frac{r}{m} = \frac{m-1}{1+i} \cdot \frac{B\alpha}{mm}$$

quae

quae distantia etiam per se est positua. His positis  
aequationes pro litteris  $\pi$ ,  $\pi'$  supra datae dabunt.

$$\frac{\pi - \Phi}{\Phi} = \frac{a}{b} = k; \text{ seu}$$

$$\mathfrak{B} \cdot \frac{-(m-1)}{i+1} = k + 1 \text{ vnde}$$

$$i = \frac{-k-1}{k+1 + (m-1)\mathfrak{B}}$$

qui valor debet esse vnitatem minor. Cum igitur hinc  
valor ipsius  $i$  necessario sit negatiuus et vnitatem mi-  
nor, erit campi semidiameter

$$\Phi = \frac{\mathfrak{B}k}{k+1 + (m-1)\mathfrak{B}},$$

qui certe eo minor est, quam  $\frac{k}{m-1}$ , quo  $k$  est maius  
et quo minus est  $\mathfrak{B}$ . Quo igitur campum maiorem  
obtinemus, in id est incumbendum, vt litterae  $k$   
quam minimus, litterae  $\mathfrak{B}$  vero quam maximus va-  
lor concilietur; at cum sit  $\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{B}}{1}$  et debeat esse  
 $\mathfrak{B} > 0$  hinc euident est,  $\mathfrak{B}$  non vltra vnitatem au-  
geri posse. Casu autem quo sit  $\mathfrak{B} = 1$  sit  $\Phi = \frac{k}{k+m}$ .  
Tum vero ob  $\mathfrak{B} = \infty$  longitudo tubi fieret infinita.  
Diminutio vero numeri  $k$  quam parum conferat ad cam-  
pum augendum; videamus nunc etiam an margo co-  
loratus destrui possit, quem in finem esse deberet.

$$0 = \frac{\pi}{\Phi} \cdot \frac{b}{p} + \frac{\pi'}{\mathfrak{B}p}$$

$$0 = -i \cdot k + \frac{1}{k \mathfrak{B}}$$

quae aequatio ob  $i < 0$  nullo modo subsistere potest;

X x 3

vnde

unde haec telescopiorum species viſio marginis colorati quam maxime laborabit. Ceterum pro ſemidiametro confuſionis habebimus hanc aequationem

$$\frac{\mu m x^2}{a^2} \left( \lambda + \frac{1}{\mathfrak{G}k} \left( \frac{\lambda'}{\mathfrak{G}^2} + \frac{v}{B} \right) + \frac{\lambda''}{B^2 m} \right) = k^2$$

unde colligitur

$$a = k x \sqrt{\mu m} \left\{ \lambda + \frac{\lambda'}{\mathfrak{G}^2 k} + \frac{\lambda''}{B^2 m} + \frac{v}{B \mathfrak{G} k} \right\}$$

qui ſumpto  $x = \frac{m}{10}$  dig. et  $k = 50$  abit in hunc valorem

$$a = m \sqrt{\mu m} \left\{ \lambda + \frac{\lambda'}{\mathfrak{G}^2 k} + \frac{\lambda''}{B^2 m} + \frac{v}{B \mathfrak{G} k} \right\}$$

in qua expreſſione cum omnia membra ſint poſitiua, nullum eſt dubium, quin diſtantiâ focalis  $a$  multo fiat maior, quam caſu duarum lentium.

### COROLL. I.

295. Cum iam ſit animaduerſum, ſi  $\mathfrak{B}$  caperetur  $= 1$  longitudinem instrumenti in infinitum excreſcere ideoque  $\mathfrak{B}$  capi debere minus unitate; ſecundum membrum in aequatione valde increſcet pariter ac vltimum, ex quo diſtantiâ  $a$  augebitur.

### COROLL. 2.

296. Sin autem huic incommodo mederi vellemus augendo numerum  $k$ , tunc câmpus apparens reſtringeretur.

Scho-

## Scholion I.

297. Nullum igitur est dubium, quin haec prima istiusmodi telescopiorum species penitus sit repudianda, non solum quod nimis exiguum campum offendet, tubusque fiat valde longus, sed eam ob causam praecipue, quod repraesentatio margine colorato sit inquinata neque etiam reperimus huiusmodi telescopia vnquam vsu fuisse recepta. Interim tamen casum quandam in sequente exemplo proponamus.

## Exemplum.

298. Si sumatur  $B = \frac{1}{2}$  et  $k = 2$  telescopium huius generis describere pro multiplicatione quacunque  $m$ .

Cum igitur hinc sit  $B = \frac{1}{2}$  erunt elementa

$$b = \frac{1}{2}a; \beta = 2a; c = \frac{4a}{m}$$

et distantiae focales

$$p = a; q = \frac{2}{3}a; \text{ et } r = \frac{4a}{m} \text{ et}$$

$$a + b = \frac{3}{2}a; \beta + c = 2a + \frac{4a}{m}$$

quorum summa  $\frac{5}{2}a + \frac{4a}{m}$  dat tubi longitudinem.

$$\text{Tum vero reperitur } i = \frac{-15}{11 + 4m}$$

$$\text{et semidiameter campi } \Phi = \frac{4E}{11 + 4m}$$

$$\text{seu in mensura anguli } \Phi = \frac{2.16}{11 + 4m} \text{ minut.}$$

qui non multo est minor, quam campus ordinarius.

Pro

Pro loco oculi vero erit  $O = \frac{m+1}{m} . a$

Denique vero pro distantia focali  $a$  habebimus

$$a = m . \sqrt[3]{\mu m \left( \lambda + \frac{\lambda' . 125}{125} + \frac{\lambda''}{64 . m} + \frac{125}{125} \right)}$$

vbi circiter est  $\mu = 1$  et  $\nu = \frac{1}{2}$ , quare si litteris  $\lambda$ ,  $\lambda'$ ,  $\lambda''$  valor minimus scilicet 1 tribuatur; erit

$$a = m . \sqrt[3]{m \left( 2 + \frac{1}{125} + \frac{1}{64 . m} \right)}$$

$$a = m . \sqrt[3]{\left( 2 + \frac{1}{125} \right) m + \frac{1}{64}} \text{ digit.}$$

hinc si esset  $m = 25$ , erit

$$a = 25 . \sqrt[3]{50 . \frac{25}{25}} = 92, 23 \text{ dig.}$$

hincque tota longitudo erit = 340 dig. = 28 ped. 4 dig. quae longitudo ratione multiplicationis vtiqve tam est magna, vt in praxi nullo modo admitti possit, etiamsi vitium marginis colorati non adesset.

### Scholion 2.

299. Cum igitur hinc nihil in vsum practicum trahi possit, haecque species simplicissima penitus rejici debeat, ad species simpliciores progrediamur, quae scilicet oriuntur, si tribus lentibus insuper vna lens quarta adiungatur, ex quo variae species nascentur, prouti haec noua lens vel inter obiectiuam et priorem imaginem vel inter priorem et posteriorem, vel inter hanc posteriorem et lentem ocularem constituitur; quos ergo casus seorsim hic euolui conueniet.

Pro-

## Problema 2.

300. Si inter lentem obiectiuam et primam imaginem noua lens ponatur, indolem horum telescopiorum indagare eorumque constructionem describere.

## Solutio.

Cum hic quatuor lentes sint, statuuntur ternae fractiones, vt semper,  $\frac{a}{b} = -P$ ;  $\frac{\beta}{c} = -Q$  et  $\frac{\gamma}{d} = -R$  et quia in primum interuallum nulla imago cadit retinebit  $P$  valorem positium, reliquae vero  $Q$  et  $R$  fient negatiuae.

Quare ponatur  $Q = -k$  et  $R = -k'$  vt fiat multiplicatio  $m = P k k'$  elementaque nostra sint

$$b = -\frac{a}{P}; c = -\frac{B a}{P k}; d = -\frac{B C a}{P k k'} = -\frac{B C a}{m}$$

$$\beta = -\frac{B a}{P}; \gamma = -\frac{B C a}{P k};$$

$$p = a; q = -\frac{B a}{P}; r = -\frac{B C a}{P k}; s = -\frac{B C a}{m}$$

unde prodeunt interualla

$$a + b = a \left(1 - \frac{1}{P}\right)$$

$$\beta + c = -\frac{B a}{P} \left(1 + k\right)$$

$$\gamma + d = -\frac{B C a}{P k} \left(1 + k'\right)$$

sicque patet,  $B a$  esse debere negatiuum, vt et  $B C a$  ideoque  $C$  debet esse positium; unde si  $a > 0$ , debet esse  $P > 1$ ;  $B < 0$  et  $C > 0$ , sin autem  $a < 0$ , debet esse  $P < 1$ ,  $B > 0$  et  $C > 0$ .

Tom. II.

Y y

Nunc

Nunc cum pro campo apparente sit

$$\Phi = \frac{\pi + \pi' - \pi''}{m-1} \text{ statuatur}$$

$$\pi = -\omega \xi; \pi' = i \xi; \pi'' = -\xi \text{ vt sit}$$

$$\Phi = \frac{\omega + i + 1}{m-1} \cdot \xi = M \xi \text{ existente } M = \frac{\omega + i + 1}{m-1}.$$

Atque statim pro loco oculi sequitur

$$O = -\frac{\pi''}{\Phi} \cdot \frac{r}{m} = -\frac{1}{M} \cdot \frac{BCa}{mm}$$

quae distantia per conditiones superiores iam est positua. Aequationes autem pro litteris  $\pi$  supra datae praebent:

$$\frac{\pi - i}{\Phi} = -\frac{\pi \omega - i}{M} = -P;$$

$$\frac{\pi'}{M} + \frac{\omega}{M} + 1 = -Pk$$

vnde colligitur

$$\omega = \frac{(P-i)(i+1)}{\Phi(m-i)-P-i}$$

vt maneat  $\Phi$  indefinitum; et

$$\Phi = \frac{-(i+Pk)M-\omega}{i}$$

quae quantitas cum debeat esse positua, debet esse vel  $i$  negatiuum vel si esset  $i$  positium, deberet esse

$$-(i+Pk)M-\omega > 0 \text{ siue}$$

$$-(i+Pk)\left(\frac{\omega+i+1}{m-1}\right)-\omega > 0 \text{ seu}$$

$$-\omega(m+Pk)-(i+Pk)(i+1) > 0$$

vnde patet, fractionem  $\omega$  negatiuam esse debere; ita, vt hinc campus apparens diminuatur.

Vilca-

Videamus iam, an marginem coloratum tollere vel huic aequationi satisfacere possimus:

$$0 = +\omega \cdot \frac{1}{f} - \frac{1}{fk} + \frac{1}{fkk'}$$

vnde colligimus

$$0 = \omega - \frac{1}{k} + \frac{1}{kk'} \text{ adeoque}$$

$$k' = \frac{1}{k\omega - 1} = \frac{1}{1 - k\omega}$$

qui valor debet esse positivus adeoque  $k\omega - 1 < 0$ , de quo deinceps videbimus. Nunc adhuc aequationem pro confusione aperturae tollenda contemblemur, quae sequenti modo exhibebitur:

$$\alpha = kx\sqrt{\mu \cdot m} \left( \lambda - \frac{1}{\mathfrak{G}^2} \left( \frac{\lambda'}{\mathfrak{G}} + \frac{v}{\mathfrak{B}} \right) - \frac{1}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{E}^2 f k} \left( \frac{\lambda''}{\mathfrak{E}^2} + \frac{v}{\mathfrak{C}} \right) - \frac{\lambda''}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{C}^2 m} \right)$$

pro qua expressione hactenus sumimus  $x = \frac{m}{13}$  dig. et  $k = 50$ .

### COROLL. I.

301. Pro dijudicandis litteris  $\omega$  et  $i$ , vtrum valores habere queant positivos an negativos, considerandae sunt hae duae formulae:

$$\text{I. } \mathfrak{E} = \frac{-(1 + fk)^m - \omega}{i}$$

$$\text{II. } k' = \frac{1}{1 - k\omega}$$

ex quarum prima pater, ambas litteras  $i$  et  $\omega$  simul positivos esse non posse, quia alioquin  $\mathfrak{E}$  foret negativum; quae littera tamen valorem positivum habere debet. Ex secunda vero evidens est, fieri non posse.

• Y y 2

vt



vt sit  $\omega > 0$  et  $i < 0$ , quia alioquin  $k'$  prodiret negatiuum.

## Coroll. 2.

302. Ex his duobus casibus sequitur litteram  $\omega$  nunquam positiuam esse posse, quae conditio ita enunciari potest, vt secunda lens semper campum apparentem inminuere debeat.

## Coroll. 3.

303. Cum igitur  $\omega$  semper debeat esse negatiuum, ponatur  $\omega = -\zeta$ , vt sit  $\mathfrak{B}\zeta = (1-P)M$  et  $M = \frac{1+i-\zeta}{m-1}$ . Nostrae vero formulae, necessario positivae, erunt

$$\text{I. } \mathfrak{C} = \frac{-(1+Pk)^m + \zeta}{i}$$

$$\text{II. } k' = \frac{i}{i+Pk}$$

vnde si sit  $i$  fractio positiva, debet esse  $\zeta > (1+Pk)M$ .

Sin autem  $i$  sit fractio negatiua, puta  $i = -y$ , per primam debet esse  $\zeta < (1+Pk)M$  et simul  $\zeta > \frac{y}{k}$ .

## Coroll. 4.

304. Praeterea etiam manifestum est, fractionem  $\zeta = -\omega$  nunquam euanescere posse, si enim sit  $i > 0$  debet esse  $\zeta > (1+Pk)M$ . Sin autem sit  $i < 0$  seu  $i = -y$  debet esse  $\zeta > \frac{y}{k}$ .

Coroll.

## Coroll 5.

305. Quia casu  $i = -y$ , duplicem inuenimus conditionem, priorem  $\zeta < (1 + Pk)M$  et posteriorem  $\zeta > \frac{2}{k}$ ; ex earum comparatione necesse est, vt sit  $(1 + Pk)M > \frac{2}{k}$  seu  $y < (1 + Pk)kM$ .

## Scholion.

306. Tot autem casus diuersi ideo potissimum habent locum, quod in solutione problematis non definitur, vtrum lens obiectiua habeat suam distantiam focalem  $\alpha$  positiuam an negatiuam. Vtrumque autem vsu venire potest, siquidem circa litteram P nihil aliud praecipitur, nisi quod sit positua ideoque eius valor  $\alpha$  ciphra vsque in infinitum augeri queat.

Quamdiu autem littera P intra limites 0 et 1 continetur,  $\alpha$  valorem habere debet negatiuum seu lens obiectiua erit concaua, et littera B positua ideoque et B; vnde fit  $\zeta = \frac{(1-P)N}{\alpha}$  adeoque positiuum. Sin autem statuatur  $P = 1$ , quo casu binae lentes priores sibi immediate iunguntur, fit  $\zeta = 0$ , qui casus, vti vidimus, penitus excluditur, ita, vt lens obiectiua duplicata esse nequeat. At si sit P maior vnitae, necessario fit  $\alpha$  positiuum seu lens obiectiua conuexa; vnde B fit negatiuum, neque vero hinc definitur B. At quia nonimus esse  $\omega$  negatiuum seu  $\zeta$  positiuum ob  $\zeta = -\frac{(P-1)N}{\alpha}$  patet, litteram B negatiuam esse debere, hincque porro concluditur, -B esse vnitae minus.

Y y 3

nus.

nus. Si denique  $P$  sit numerus infinitus, secunda lens in ipso loco prioris imaginis constituetur et ex eius distantia focali  $q$  concluditur

$$\mathfrak{B} = -P \cdot \frac{a}{\alpha} = -\infty \text{ hincque } B = -1;$$

atque sic contemplati sumus obiter omnes casus pro littera  $P$ ; qui autem nunc diligentius perpendi merentur. Ante omnia autem notari conuenit, sumi non posse  $P=0$ , quia iam primum interuallum fieret infinitum, nisi distantia  $\alpha$  esset infinite parua, quod autem foret aequè absurdum, quia prima lens aperturam definitam admittere debet.

### I. Evolutio casus, quo $P < 1$ .

307. Pro hoc casu iam animaduertimus, fore  $\alpha < 0$ , quae negatio ne turbet ponamus  $\alpha = -a$  eritque

$$b = \frac{a}{P}; c = \frac{B a}{P k}; d = \frac{B C a}{m}$$

$$\beta = \frac{B a}{P}; \gamma = \frac{B C a}{P k}.$$

vnde patet, ambas litteras  $B$  et  $C$  debere esse positivas; vnde litterae germanicae  $\mathfrak{B}$  et  $\mathfrak{C}$  non solum erunt quoque positivae, sed etiam vnitates minores; quare cum sit  $\mathfrak{B} \zeta' = (1-P)M$ , manifesto sequitur fore  $\zeta' > (1-P)M$ . Deinde ob

$$\mathfrak{C} = \frac{-(1+P k)M + \zeta'}{1 + k \zeta'}, \text{ et } k' = \frac{1}{1 + k \zeta'},$$

non solum esse debet

$$\frac{-(1+P k)M + \zeta'}{1 + k \zeta'} > 0, \text{ sed etiam } \frac{-(1+P k)M + \zeta'}{1 + k \zeta'} < 1.$$

quod

quod quo clarius explicetur, duos casus examinari conueniet

I. Si  $i$  sit positium

ex valore  $\mathcal{C}$  nanciscimur has conditiones

$\zeta > (1 + Pk)M$  et  $\zeta < (1 + Pk)M + i$   
 conditio autem litterae  $k'$  sic sponte impletur. Quia autem iam inuenimus  $\zeta > (1 - P)M$ ; nunc inde patet, esse debere  $(1 + Pk)M + i > (1 - P)M$  ideoque  $i > -P(k + 1)M$ ; id quod semper est verum, dummodo  $i$  sit positium, vti supponimus.

II. Si  $i$  sit negatiuum.

ponatur  $i = -y$  critique

$$\mathcal{C} = \frac{(1 + Pk)M - \zeta}{y}, k' = \frac{y}{k\zeta - y}.$$

Inde igitur sequuntur hae conditiones,

$$\zeta < (1 + Pk)M$$

$$\zeta > (1 + Pk)M - y; \text{ hinc vero } \zeta > \frac{y}{k};$$

at supra iam inuenimus,  $\zeta > (1 - P)M$ ; vnde sequitur fore  $(1 + Pk)M > \frac{y}{k}$  siue  $y < (1 + Pk)kM$ .

Isto igitur casu, quo  $P < 1$ , fractio  $i$  tam positue capi poterit, quam negatiue, ac si positue accipiat, eius valorem nulla limitatione restringi. Quare cum  $i$  vnitatem superare nequeat, poterit sine haesitatione statim poni  $i = 1$  ita, vt pro campo apparente fiat  $\Phi = \frac{1 - \zeta}{1 - P}$ .  $\zeta$ , dummodo  $\zeta$  non superet vnitatem. Nulla autem ratio suadet, capere  $i$  negatiuum, quia tum campus nimium diminueretur.

II. Euo-

II. Euolutio casus, quo  $P > 1$ .

308. Quia hic est  $\alpha$  quantitas positua ideoque  $b$  negatiua, debet esse  $B$  negatiuum, at  $C$ , vt ante, positium. Deinde etiam vidimus esse  $\mathfrak{B}$  negatiuum ideoque  $-B < 1$ ; vnde fit  $\zeta = \frac{(1-P)M}{i}$  adeoque positium, vbi tantum notetur  $\mathfrak{B}$  tam paruum accipi non debere, vt  $\zeta$  superet vnitatem. Deinde habetur

$$C = -\frac{(1+Pk)M+\zeta}{i} \text{ et } k' = \frac{i}{1+k\zeta};$$

ex quibus formulis plane eadem sequuntur, quae in casu praecedente sunt allata; vnde videtur etiam statui posse  $i = 1$ ; dummodo ex valore pro  $\zeta$  ante dato sit  $\frac{1-P}{i} > 1 + P$  siue  $-B < \frac{P-1}{Pk+1}$  et

$$-B > \frac{(P-1)M}{(1+Pk)M+1}.$$

III. Euolutio casus, quo  $P = \infty$ .

309. Hoc ergo casu, vt iam supra notauimus, erit  $B = -1$  et  $\mathfrak{B} = -\frac{Pq}{\alpha}$ .

Nunc autem euident est, statui debere  $k = 0$ , ita tamen vt sit  $Pk = 9$  ex quo elementa erunt

$$b = 0; \beta = 0; c = \frac{\alpha}{i}; \gamma = \frac{c\alpha}{i}; d = \frac{c\alpha}{m}.$$

Deinde cum sit  $\mathfrak{B}\zeta = (1-P)M$  habebitur nunc  $\zeta = \frac{M\alpha}{q}$ ; vnde  $q = \frac{M\alpha}{\zeta}$ . Deinde binae nostrae formulae erunt  $C = -\frac{(1+9)M+\zeta}{i}$  et  $k' = \frac{i}{1}$ , vbi cum nihil impediatur, quominus ponatur  $i = 1$ , erit hoc casu  $k' = 1$  et  $Pk = 9 = m$  ita, vt sit  $C = -(1+m)M + \zeta$ ;  
ex

ex quo valore hi limites colliguntur:  $\zeta > (1+m)M$ ;  $\zeta < (1+m)M + 1$ , at vero est  $M = \frac{1-\zeta}{m-1}$ ; ideoque  $\zeta > \frac{(1+m)(1-\zeta)}{m-1}$  ideoque  $\zeta > \frac{m+1}{m}$  qui valor essi unitatem superat, tamen in praxi locum habere potest, dummodo littera  $\zeta$  in eadem ratione diminuatur; ita ut  $\zeta \zeta$  non superet valorem  $\frac{1}{2}$ , siquidem  $\frac{1}{2}$  pro apertura maxima accipiatur. Sin autem sumissemus  $i = \frac{1}{2}$  prodiiisset  $k' = 2$  hincque  $m = 2 \cdot 9$  seu  $9 = \frac{1}{m}$  sicque haberemus:  $\zeta > (1+\frac{1}{9})M$  et  $\zeta < (1+\frac{1}{9})M + \frac{1}{9}$ ; quia autem est  $M = \frac{1-\zeta}{\frac{1}{9}-1}$  prior conditio dat

$$\zeta > (1+\frac{1}{9}) \left( \frac{1-\zeta}{\frac{1}{9}-1} \right) \text{ siue } \zeta > \frac{1+\frac{1}{9}}{\frac{1}{9}-1};$$

ideoque multo magis  $\zeta > \frac{1}{2}$ . Ex quo patet, campum apparentem ob valorem  $\zeta$  magis imminui, quam ob valorem  $i$  augeri, sicque eum semper aliquanto minorem fieri, quam in tubis astronomicis communibus. Supra iam obseruauimus, talem lentis locum in praxi vitari oportere.

#### IV. Evolutio casus prorsus singularis quo $i=0$ .

310. Cum sit  $i=0$  et  $\zeta$  unitatem superare nequeat, ob

$$\zeta i = -(1+Pk)M + \zeta \text{ erit}$$

$$\zeta = (1+Pk)M \text{ hincque } Pk = \frac{\zeta}{M} - 1;$$

at est  $k' = k$ , ob  $Pk k' = m$  erit  $Pk = \frac{m}{k} \zeta$ ; ideoque  $P = \frac{m}{k} \zeta$ . Quare ille valor pro  $Pk$  inuentus huic aequalis positus dabit  $m k \zeta = \frac{\zeta}{M} - 1$ ; hincque

Tom. II.

Z z

k =

$k = \frac{1}{m} - \frac{1}{m\zeta}$  ex quo porro habetur  $k' = \frac{m}{\zeta - m}$  quia vero est  $M = \frac{1}{m-1}$ , nascetur

$$k = \frac{m-1}{(1-\zeta)m} - \frac{1}{m\zeta} = \frac{m\zeta-1}{m(1-\zeta)\zeta}$$

$$k' = \frac{m(1-\zeta)}{m\zeta-1} \text{ et } P = m\zeta \text{ atque } Pk = \frac{m\zeta-1}{1-\zeta},$$

qui valores cum neutiquam a  $\mathcal{E}$  pendeant, hoc insigni ne lucrum iam sumus adepti, ut littera C penitus arbitrio nostro relinquatur, sique efficere poterimus; ut posteriores distantiae, determinatrices ipsaeque lentiores posteriores, quae hactenus plerumque nimis parvae sunt repertae, nunc datae magnitudinis fieri queant, in quo certe maximum commodum consistit; quod denique ad litteras  $\mathcal{B}$  et B attinet, duos casus considerari oportet, prouti  $P = m\zeta$  fuerit vel unitate minor vel unitate maior.

I. Sit igitur  $m\zeta < 1$ , seu  $\zeta < \frac{1}{m}$  et habebitur

$$\mathcal{B} = \frac{(1-m\zeta)m}{\zeta} = \frac{(1-m\zeta)(1-\zeta)}{(m-1)\zeta};$$

ibi autem vidimus,  $\mathcal{B}$  esse debere positivum et unitate minus; quocirca hoc casu, quo  $\zeta < \frac{1}{m}$  ob

$$\mathcal{B} = \frac{(1-m\zeta)(1-\zeta)}{(m-1)\zeta} \text{ debet esse}$$

$$(1-m\zeta)(1-\zeta) < (m-1)\zeta \text{ seu}$$

$$m\zeta^2 - 2m\zeta + 1 < 0;$$

unde colligitur, capi debere intra limites  $\frac{1}{m}$  et  $\frac{1}{2m}$ .

Cum autem litterae  $k$  et  $k'$  necessario sint positivae, ad hoc necessario requiritur, ut sit  $m\zeta > 1$   
seu

seu  $\zeta > \frac{1}{m}$ ; ob quam conditionem casus primus statim excludi debuisset.

II. Sit igitur  $P(=m\zeta) > 1$ , seu  $\zeta > \frac{1}{m}$ , prouti valores  $k$  et  $k'$  postulant, atque ad casum secundum recurrere debemus, pro quo cum iterum sit

$$\mathfrak{B} = \frac{(1-m\zeta)(1-\zeta)}{(m-1)\zeta}$$

simulque notetur  $\mathfrak{B}$  esse debere negativum sine vlla alia conditione, nisi quod esse debeat  $\zeta < 1$ ; vti quidem ratio campi absolute postulat; ita, vt iam contineatur intra limites 1 et  $\frac{1}{m}$ ; manifestum autem est, expedire, vt  $\zeta$  quam minime limitem  $\frac{1}{m}$  superet. Ex quo operae pretium videtur, duo exempla adiungere, in quorum altero  $\zeta$  limiti priori  $\frac{1}{m}$ , in altero vero limiti posteriori 1 propius accipiat.

### Exempl. I.

311. Pro casu postremo, quo  $i=0$  si statuatur  $\zeta = \frac{1}{m}$ , telescopium inde oriundum describere.

Hoc igitur casu habebimus

$$\mathfrak{B} = \frac{-(m-1)}{2(m-1)} \text{ et } B = \frac{-(m-1)}{2m-4}.$$

Porro  $P=2$ ;  $k = \frac{m}{2(m-1)}$ ;  $k' = m-2$ ;  $M = \frac{m-1}{m(m-1)}$  vnde distantiae nostrae determinatrices ob  $\alpha$  positum erunt

$$b = \frac{-\alpha}{2}; c = \frac{(m-1)^2}{m(2m-4)} \alpha$$

$$\beta = \frac{m-1}{2(2m-4)} \alpha; \gamma = \frac{(m-1)^2}{m(2m-4)} C \alpha$$

Z z a

d =



$$d = \frac{m-1}{m(1-m-1)} C \alpha$$

et distantiae focales

$$p = a; q = \frac{m-1}{m(m-1)} a$$

$$r = \frac{(m-1)^2}{m(m-1)} C \alpha; s = \frac{m-1}{m(m-1)} C \alpha$$

Tum vero interualla lentium

$$\alpha + b = \frac{1}{2} a; \beta + c = \frac{(m-1)(2m-1)}{2m(2m-1)} a = \frac{m-1}{2m} a$$

$$\gamma + d = \frac{(m-1)(m-2)}{m(2m-1)} C \alpha$$

et distantia oculi  $O = \frac{m-1}{m(2m-1)} C \alpha$  et campi semidiameter  $\Phi = \frac{m-1}{m(m-1)} \xi$ , qui si in mensura angularum desideretur sumi potest  $\xi = 859$ . min. ob  $\xi = \frac{1}{2}$ .

Distantia denique focalis lentis obiectivae  $\alpha$  defini debet ex formula in problemate data, ubi notandum est, ipsius  $\lambda$  coefficientem circiter fore 4, et ipsius  $\lambda'$  coefficientem semper maior erit, quam 27, qui termini cum omnes sint positiui, evidens est, pro  $\alpha$  semper ingentem valorem reperiri, ita, vt haec telescopia valde longa euadant.

### Exempl II.

312. Pro casu postremo, quo  $i = 0$ , si sumatur  $\xi = \frac{1}{2}$ , telescopium inde oriundum describere.

Hoc igitur casu erit  $\mathcal{B} = \frac{1(m-1)}{2(m-1)}$  et  $B = \frac{1(m-1)}{2(m-1)}$ ;  $P = \frac{m}{2}$ ;  $k = \frac{2(m-1)}{m}$ ;  $k' = \frac{m}{m-2}$ ;  $M = \frac{1}{2(m-1)}$ ; unde distant-

distantiae determinatrices

$$b = -\frac{1}{m} \alpha; c = \frac{\alpha}{1-m-4}$$

$$\beta = \frac{1(m-1)\alpha}{m(1-m-4)}; \gamma = \frac{C\alpha}{1-m-4}$$

$$d = \frac{m-1}{(1-m-4)m} C \alpha$$

et distantiae focales

$$p = \alpha; q = \frac{m-1}{m(1-m-4)} \alpha$$

$$r = \frac{C\alpha}{1-m-4}; s = \frac{m-1}{(1-m-4)m} C \alpha$$

et intervalla

$$\alpha + b = \frac{m-1}{m} \alpha; \beta + c = \frac{\alpha}{m}$$

$$\gamma + d = \frac{1(m-1)C\alpha}{m(1-m-4)} \text{ et}$$

$$O = \frac{1(m-1)(m-1)C\alpha}{m m(1-m-4)}$$

nunc vero campi semidiameter erit tantum

$$\Phi = \frac{170}{m-1} \text{ minut.}$$

In formula autem pro distantia  $\alpha$  definienda notandum est, coefficientem  $\lambda'$  fore  $\frac{16}{m}$ , ipsius vero  $\lambda'' > \frac{17}{m}$  siquidem multiplicatio fit praemagna; unde patet, pro  $\alpha$  valorem multo minorem prodire, ita ut hinc telescopia satis idonea obtinerentur, si modo campus non esset tam exiguus.

### COROLL. I.

313. Quia pro lente tertia sumimus  $i$  hincque et  $\pi' = 0$ , eius apertura ex formulis generalibus definiri  
Z z 3
debet,

debet, cuius semidiameter erit  $= \frac{r^2}{B \sqrt{a}}$ , qui ergo pro priori exemplo fit  $\frac{m-1}{m} x$  pro secundo autem  $\frac{x}{m-1}$  unde si sumatur  $x = \frac{1}{10}$  dig. hic semidiameter erit circiter  $\frac{1}{10}$  dig. quae ergo lens commodissime locum diaphragmatis tenebit.

## Coroll. 2.

314. Si quasi medium sumendo inter dup. exempla allata statuatur  $Z = \frac{1}{\sqrt{m}}$ , erit  $P = \sqrt{m}$  et  $k = 1$  et  $k' = \sqrt{m}$ ; porro  $B = -\frac{(\sqrt{m}-1)}{\sqrt{m}+1}$ ;  $B = \frac{-(\sqrt{m}-1)}{1+\sqrt{m}}$ ;  $M = \frac{1}{m+\sqrt{m}}$  atque hinc

$$b = -\frac{a}{\sqrt{m}}; \beta = \frac{-(\sqrt{m}-1)}{1+\sqrt{m}} a; c = \frac{\sqrt{m}-1}{1+\sqrt{m}} a$$

$$\gamma = \frac{\sqrt{m}-1}{1+\sqrt{m}} C a; d = \frac{\sqrt{m}-1}{1+\sqrt{m}} C a \text{ ergo}$$

$$a + b = (1 - \frac{1}{\sqrt{m}}) a; \beta + c = \frac{\sqrt{m}-1}{1+\sqrt{m}} a$$

$$\gamma + d = \frac{\sqrt{m}-1}{1+\sqrt{m}} C a (1 + \frac{1}{\sqrt{m}}) = \frac{m-1}{1+\sqrt{m}} C a$$

$$\text{et distantia oculi } O = + \frac{(m-1)}{1+\sqrt{m}} a$$

$$\text{quare longitudo telescopii erit } \frac{m-1}{m} (1 + \frac{1+\sqrt{m}}{1+\sqrt{m}} C) a$$

$$\text{ac denique semidiameter campi } \Phi = \frac{\frac{1}{10}}{m+\sqrt{m}} = \frac{1}{10} \frac{1}{m+\sqrt{m}} \text{ min.}$$

$$\text{et semidiam. apert. tertiae lentis } = \frac{x}{\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{m}}{10} \text{ dig.}$$

## Scholion.

315. Simili modo, quo hic casum  $i = 0$  expediimus, etiam quaestio in genere pro quouis valore

lore ipsius  $i$  resolui poterit; ex aequatione enim

$$\mathfrak{E}i = -(1 + Pk)M + \zeta \text{ quum deducatur}$$

$$Pk = \frac{\zeta - \mathfrak{E}i}{M} - 1 \text{ et quia est}$$

$$M = \frac{i + i - \zeta}{m - 1} \text{ fiet } Pk = -\frac{\mathfrak{E}i(m - 1) + m\zeta - i - 1}{1 + i - \zeta}.$$

Verum ob  $k' = \frac{i}{1 + k\zeta}$ , erit etiam

$$Pk = \frac{i}{k} = m(i + k\zeta);$$

vnde colligimus

$$-\frac{\mathfrak{E}i}{M} + \frac{m\zeta - i - 1}{1 + i - \zeta} = mi + mk\zeta$$

hincque

$$k = -\frac{\mathfrak{E}i}{Mm\zeta} + \frac{m\zeta + mi\zeta - mii - mii - i - 1}{(1 + i - \zeta)m\zeta}$$

et quia est

$$i + k\zeta = -\frac{\mathfrak{E}i}{Mm} + \frac{m\zeta - i - 1}{(1 + i - \zeta)m} \text{ erit}$$

$$k' = \frac{m(i + i - \zeta)}{m\zeta - \mathfrak{E}i(m - 1) - i - 1} \text{ ideoque}$$

$$Pk = \frac{m\zeta - \mathfrak{E}i(m - 1) - i - 1}{1 + i - \zeta} \text{ et } P = \frac{m}{kk'};$$

quia nunc  $k'$  debet esse quantitas positiva, necesse est, vt sit  $m\zeta > \mathfrak{E}i(m - 1) + i + 1$ ; vnde facto calculo semper reperietur esse  $P > 1$ , ita; vt etiam si non sit  $i = 0$  tamen solus casus secundus supra memoratus locum habeat. Quia autem hypothesis  $i = 0$  tam commodam et concinnam supeditavit resolutionem; nulla plane est ratio, cur litteram  $i$  siue positivam siue negativam assumere vellemus, cum pro commodo nullum inde lucrum sit expectandum. Prae-

ter

ter concinnitatem calculi autem duo commoda, quae nobis ista hypothesis  $i = 0$  largitur, maximi sunt momenti quorum alterum, uti vidimus, in hoc consistit, ut litterae  $E$  et  $C$  arbitrio nostro permittantur, hocque modo nimia lentis ocularis paruitas euitari queat: alterum vero commodum huic nihil cedere est censendum, propterea quod tam exigua apertura lentis tertiae sine villo siue campi siue claritatis detrimento tribui possit, ut omne lumen peregrinum tutius, quam per diaphragmata ordinaria excludatur.

### Problema 3.

316. Si telescopium huius generis ita ex quatuor lentibus sit componendum, ut binae mediae ambae inter imaginem priorem et posteriorem constituantur, indolem eius indagare eiusque constructionem describere.

### Solutio.

Positis igitur, ut ante, nostris fractionibus

$$\frac{a}{b} = -P; \frac{\beta}{c} = -Q; \frac{\gamma}{d} = -R;$$

hic litterae  $P$  et  $R$  debent esse negativae manente  $Q$  positiva: quare si ponatur  $P = -k$  et  $R = -k'$ , ut sit  $m = Qk k'$  elementa nostra ita se habebunt:

$$b = \frac{a}{k}; \beta = \frac{a}{k'}; c = \frac{a}{Qk};$$

$$\gamma = \frac{a}{Qk k'}; d = \frac{a}{m} = \frac{a}{Qk k'}$$

hincque

hincque intervalla

$$a + b = a(1 + k); \text{ ideoque } a > 0$$

$$\beta + c = \frac{B}{k}(1 - Q); \text{ hinc } B(1 - Q) > 0$$

$$\gamma + d = -\frac{BC}{Qk}(1 + k); \text{ hinc } BC < 0$$

Pro campo apparente statuamus  $\pi = -\omega \xi$ ;  $\pi' = +i \xi$   
et  $\pi'' = -\xi$  vt fiat

$$\Phi = \frac{\omega + i + 1}{m - i} \cdot \xi = M \xi, \text{ existente } M = \frac{\omega + i + 1}{m - i}$$

atque hinc primo erit distantia oculi

$$O = \frac{-\pi'}{\Phi} \cdot \frac{d}{m} = \frac{d}{Mm}$$

\* deinde margo coloratus euanesceat, si fuerit

$$0 = \frac{\omega}{F} + \frac{i}{FQ} + \frac{1}{FQR} \text{ seu}$$

$$0 = -\frac{\omega}{k} - \frac{i}{Qk} + \frac{1}{Qkk'}.$$

unde concludimus

$$k' = \frac{1}{1 + Q\omega} \text{ et } m = \frac{Qk}{1 + Q\omega}$$

tum vero considerari oportet sequentes aequationes:

$$-\frac{\omega}{M} = 1 + k; \frac{Qi}{M} + \frac{\omega}{M} = -1 - Qk \text{ seu}$$

$$Qi = -(1 + Qk)M - \omega \text{ et}$$

$$B\omega = -(1 + k)M$$

quarum evolutio commode generaliter institui non potest, sed casus magis particulares contemplari conueniet. Verum casus extremi duo habentur; alter,

Tom. II.

A a a

quo

quo lens in ipsam imaginem priorem, alter vero, quo in imaginem posteriorem cadit. Illo scilicet sit  $Q=0$ ; hoc vero  $Q=\infty$ . Inter hos autem quasi medius quidam praecipue perpendi meretur oriundus ex valore  $Q=1$ , quos casus deinceps scorsim evolamus. Hic igitur tantum superest formulam adiungere pro confusione destruenda; ex qua scilicet distantia  $a$  determinatur

$$a = kx\sqrt{\mu m \left( \lambda + \frac{1}{\omega k} \left( \frac{\lambda'}{\omega'} + \frac{v}{\omega} \right) - \frac{1}{B^2 C^2 K} \left( \frac{\lambda''}{C^2} + \frac{v}{C} \right) - \frac{\lambda'''}{B^2 C^2 m} \right)}$$

### Coroll. I.

317. Quoniam inuenimus  $k' = \frac{1}{1 + Q\omega}$ , ob  $Q > 0$  evidens est, ambas litteras  $i$  et  $\omega$  simul negatiuas esse non posse. Neque vero etiam ambae possunt esse positivae, si enim  $\omega$  esset positivum, foret  $B$  ideoque et  $B$  negativum; hincque ob  $BC < 0$  deberet esse  $C$  positivum, ideoque et  $E$  positivum, ac proinde  $Ei$  positivum, id quod fieri non posse ex valore pro  $Ei$  supra dato manifestum est.

### Coroll. 2.

318. Cum igitur ambae litterae  $\omega$  et  $i$  nec positivae nec negatiuae esse queant; necesse est, alteram esse positivam, alteram negativam. Si sit  $\omega > 0$ , modo vidimus, esse debere  $B < 0$  et  $B < 0$  hincque  $C > 0$ . Sin autem sit  $\omega < 0$ , erit  $B > 0$ ; de  $B$  vero hinc nihil definitur. Ex altera vero aequatione posito

fito  $\omega = -\zeta$ , erit  $\mathcal{E}i = -(1 + Qk)M + \zeta$  vnde intelligitur, si fuerit  $\zeta > (1 + Qk)M$  fore  $\mathcal{E} > 0$ ; sin autem sit  $\zeta < (1 + Qk)M$  fore  $\mathcal{E} < 0$ . Irius autem euenit, si fuerit  $1 + k > (1 + Qk)\mathfrak{B}$ , seu  $\mathfrak{B} < \frac{1+k}{1+Qk}$ . Posterius vero si  $\mathfrak{B} > \frac{1+k}{1+Qk}$ ; hoc ipso autem posteriori casu cum sint  $\mathcal{E}$  et  $\mathcal{C}$  negatiua, debet esse  $B$  positium; ideoque  $\mathfrak{B} < 1$  ex quo sequitur fore  $Q > 1$ .

Euolutio casus primi, quo  $Q = 0$ .

319. Quia est  $Q = 0$  erit secundum intervalum  $= -\frac{\beta\alpha}{Qk} = c$ ; ideoque  $\beta = 0$ . ergo vel  $B = 0$  vel  $k = \infty$ . At prius fieri nequit, foret enim  $\mathfrak{B} = 0$  et  $q$  seu distantia focalis secundae lentis  $= 0$ , quod est absurdum. Restat ergo, vt sit  $k = \infty$  et cum sic  $q = \frac{\alpha}{k}$  erit  $\mathfrak{B} = \frac{kq}{\alpha} = \infty$ , atque hinc  $B = -1$ . Ex quo sequitur ob  $BC < 0$  fore  $C > 0$  et  $\mathcal{E} < 1$ . Cum vero sit  $Q = 0$  et  $K = \infty$ , productum  $QK$  debet esse finitum, quare statuatur  $QK = l$ , vt sit

$$b = 0; \beta = 0; c = \frac{\alpha}{l}; \gamma = \frac{c\alpha}{l};$$

$$d = \frac{c\alpha}{m}; \text{ porroque } O = \frac{c\alpha}{m^2}.$$

Destructio vero marginis colorati postulat  $k' = l$ ; ita, vt iam  $i$  certe sit fractio positiua, et  $m = \frac{l}{i}$ . Ambae autem aequationes nostrae fundamentales dabunt, prior  $\mathfrak{B}\omega = -kM$  siue  $\frac{kq\omega}{\alpha} = -kM$ ; ideoque  $\omega = -\frac{M\alpha}{q}$ ; posterior vero  $\mathcal{E}i = -(1 + l)M + \frac{M\alpha}{q}$ ;

A a a 2

quod



quod cum debeat esse positivum, oportet esse  $\frac{a}{q} > 1 + i$ ; siue  $q < \frac{a}{1+i}$ . Quia  $\omega < 0$ , scribatur  $\omega = -\zeta$  et litteras  $i$  et  $\zeta$  in calculo retineamus eritque  $l = mi$ ;  $q = \frac{m}{\zeta}$  ac proinde  $\mathcal{E}i = -(1+mi)M + \zeta$ . Vnde cum sit  $\mathcal{E} > 0$ , simulque  $\mathcal{E} < 1$  nanciscimur hos limites:

1°.  $\zeta > (1+mi)M$ ; 2°.  $\zeta < (1+mi)M + i$   
cum iam sit  $M = \frac{1+i-\zeta}{m-1}$ ; hoc valore substituto ex istis limitibus colliguntur sequentes

$$1^\circ. \zeta > \frac{1+mi}{m} \quad \text{et} \quad 2^\circ. \zeta < \frac{1+mi}{m} + \frac{(m-1)i}{m(1+i)}$$

$$\text{siue } \zeta < \frac{1+i+mi+mi^2}{m(1+i)}$$

ex quibus si littera  $i$  pro lubitu capiatur indeque  $\zeta$  debite assumatur, omnia pro telescopia erunt determinata, quo autem melius de campo iudicare possimus, loco  $\zeta$  seorsim utrumque limitem substituamus ac prior quidem limes dabit  $M = \frac{1}{m}$ ; alter vero limes minor  $M = \frac{1}{m(1+i)}$ ; inter quos valores littera  $M$  ideoque et campus apparens continebitur.

Pro definienda autem distantia  $\alpha$  formula superior hanc induet formam

$$\alpha = kx^{\frac{1}{2}} \mu m \left( \lambda + * + \frac{1}{c^2} \left( \frac{\lambda''}{c^2} + \frac{v}{c} \right) + \frac{\lambda'''}{c^2 m} \right)$$

De hoc autem casu iterum valet, quod supra commemorauimus, scilicet ob impuritates minimas lentis  
in

in loco imaginis constitutae repraesentationem obiectorum inquinari.

De cetero autem campus semper maior est semissi campi simplicis, quem vero defectum noua lente adicienda facile supplere licet.

Euolutio casus, quo  $Q = \infty$ .

320. Hoc ergo casu fit secundum intervallum  $\beta + c = \frac{B}{k}$ ; vnde sequitur B positium ideoque C negatiuum. Tum vero quia  $c = -\frac{\beta}{Q}$  erit  $c = 0$  et  $\gamma = 0$ . Cum autem huius lentis distantia focalis sit  $r = \mathcal{E}c$ , erit  $\mathcal{E} = \infty$  hincque  $C = -1$  et quia  $B > 0$ , fiet  $\mathcal{B} > 0$ , at  $< 1$ .

Cum porro sit  $m = Qkk'$ , neque vero  $k = 0$ , necesse est, vt sit  $k' = 0$ , ex quo ponatur  $Qk' = l$ , vt fiat  $m = kl$ . Iam vero ex margine colorato habemus  $k' = \frac{l}{1+Q\omega} = \frac{l}{Q}$ ; vnde sequitur  $\omega = \frac{1}{Q}$  hincque positium. Cum autem  $\mathcal{B}$  sit positium, ex prima aequatione fundamentali sequitur  $\omega = \frac{-(1+k)M}{8}$  vnde oporteret esse  $\omega$  quantitatem negatiuam, quod cum illi conclusioni aduersetur, manifestum est, hunc casum esse impossibilem seu potius hoc casu marginem coloratum destrui non posse. Ceterum hoc casu lens tertia in ipso loco secundae imaginis foret constituta, quod cum contradictionem inuoluat, hinc facile intelligitur, tertiam lentem notabili intervallo ante imaginem posteriorem constitutam esse debere.

A a a 3.

Euolu-

Euolutio casus prorsus singularis, quo  $Q = 1$   
et radii per binas lentes priores transmissi  
iterum fiunt paralleli.

321. Hoc ergo casu telescopium crit quasi ex  
duobus tubis astronomicis compositum, certo quodam  
interuallo ab eodem axe a se inuicem remotis, ad  
quod genus vulgaria telescopia terrestria dicta, sunt  
referenda. Cum igitur sit  $Q = 1$ , ne interuallum se-  
cundum  $\beta + c$  ob  $\beta = -Qc$  euanescat, debet esse  
tam  $\beta$ , quam  $c$ , infinitum, id quod eueniret, tam si  
 $k = 0$ , quam si  $B = \infty$ , prius autem hic locum ha-  
bere nequit, quia interuallum primum etiam fieret in-  
finitum; ex quo necesse est, ut sit  $B = \infty$  et  $\mathfrak{B} = 1$ .  
Ne autem tertium interuallum euadat  $= \infty$ ; produ-  
ctum  $B C$  debet esse quantitas finita et negativa;  
quare statuatur  $BC = -9$ ; ideoque  $C = -\frac{9}{B} = 0$ .  
Ut autem interuallum medium valorem finitum, pu-  
ta  $= \eta a$ , obtineat, quantitas  $B$  non tanquam vere  
infinita, sed tantum praegrans considerari debet, do-  
nec scilicet conditionibus praescriptis satisfecerimus,  
vnde etiam valor ipsius  $Q$  aliquantillum ab unitate  
discrepare reperietur, quoniam enim esse debet

$$\frac{n\alpha}{B} (1 - \frac{1}{Q}) = \eta a; \text{ inde fit}$$

$$Q = \frac{n}{B - \eta a} = 1 + \frac{\eta a}{B};$$

tum vero etiam erit

$$\mathfrak{B} = \frac{n}{1 + \frac{\eta a}{B}} \text{ et } C = -\frac{9}{B} \text{ et } \mathfrak{C} = \frac{-9}{B - \eta a} = -\frac{9}{B}.$$

His

His notatis nostrae aequationes fundamentales erunt

$$\omega = -\frac{(1+k)M(1+B)}{B} \text{ et} \\ +\frac{\theta i}{B} = +(1+k)M + \frac{\eta k^2 M}{B} + \omega$$

in qua si loco  $\omega$  ex priore substituatur, valor inuentus obtinebitur

$$\frac{\theta i}{B} = \frac{\eta k^2 M - (1+k)M}{B} \text{ hincque } i = \frac{(\eta k^2 - k - 1)M}{\theta}$$

et nunc licebit ponere  $B = \infty$ ,  $\mathfrak{B} = 1$ ,  $C = \mathfrak{C} = 0$ , ita tamen, ut sit  $BC = -\mathfrak{C}$ . Destructio autem marginis colorati praebet  $k' = \frac{1}{1+\omega}$  et ob  $kk' = m$  colligitur  $i + \omega = \frac{k}{m}$ ; quia deinde est  $M = \frac{1+i+\omega}{m-1}$  fiet nunc  $M = \frac{m+k}{m(m-1)}$  et si valores pro  $i$  et  $\omega$  inuenti substituuntur in formula  $i + \omega = \frac{k}{m}$  orietur haec aequatio

$$\frac{k}{m} = \frac{(\eta k^2 - (1+k)(1+\theta))M}{\theta}$$

et pro  $M$  substituto valore

$$\mathfrak{C}(m-1)k = (\eta k^2 + (1+k)(1+\mathfrak{C}))(m+k)$$

unde colligitur

$$\mathfrak{C} = \frac{(\eta k^2 - k - 1)(m+k)}{k^2 + 2mk + m}$$

et quia  $\mathfrak{C}$  debet esse numerus positivus necesse est, ut sit  $\eta > \frac{k+1}{k^2}$  et quidem ita, ut  $\mathfrak{C}$  non fiat nimis exiguum, quandoquidem nunc elementa nostra ita experimentur

$$b =$$

$$b = \frac{a}{k}; \beta = \infty; c = \infty; \gamma = \frac{ta}{k}; d = \frac{ta}{m};$$

$$a + b = a(1 + \frac{1}{k}); \beta + c = \eta a; \gamma + d = \theta a(k + \frac{1}{m})$$

indeque distantia

$$O = \frac{\frac{ta}{m}}{\frac{ta}{m}} = \frac{(m-1)ta}{m(n+k)}$$

atque distantiae focales

$$p = a; q = \frac{a}{k}; r = \frac{ta}{k}; s = \frac{ta}{m}.$$

Distantia autem  $a$  definiri debet ex aequatione sequente:

$$a = k x \sqrt{\mu m (\lambda + \frac{\lambda'}{k} + \frac{\lambda''}{i k} + \frac{\lambda'''}{i^2 m})}$$

quare ne valor ipsius  $a$  nimis fiat magnus, conuenit  $k$  magnum assumi, tum vero  $\theta$  non multo minus unitate; quod ad prius attinet, etiam campus apparens suadet, litterae  $k$  quam maximum valorem dare, quia tum  $M$  continuo magis crescit; verum probe notandum est, in formula  $\Phi = M \xi$  pro littera  $\xi$  eatenus tantum valorem  $\frac{1}{2}$  assumi posse, quatenus litterae  $i$  et  $\omega$  unitatem non superant; ita, ut si vel  $i$  vel  $\omega$  unitatem superaret, tum  $\xi$  in eadem ratione diminui deberet. Quam ob causam maximi momenti est, in eum valorem ipsius  $k$  inquirere, unde prodeat  $i = 1$ . Posito autem  $i = 1$  reperimus

$$1 + \omega = \frac{k}{m}; \text{ seu } m(m-2) = k^2 + 2mk$$

cuius aequationis resolutio praebet

$$k = -m + \sqrt{2m(m-1)}$$

Hic

Hic scilicet valor ipsius  $k$  nobis præbet  $i = x$  et

$$\omega = \frac{k}{m} = -x + \sqrt{x^2 + m(m-1)}$$

qui valor est negatiuus et vnitatis minor, vnde pro campo apparente habebitur

$$\Phi = \frac{\sqrt{x^2 + m(m-1)}}{m(m-1)}, \xi = \sqrt{\frac{x}{m(m-1)}} \cdot \xi$$

sin autem  $k$  adhuc maiorem adipisceretur valorem, prodiret quidem  $i$  maius vnitatis, sed tum  $\xi$  ita sumi deberet, vt fieret  $i\xi = \frac{1}{2}$  seu  $\xi = \frac{1}{2i}$ , sicque pro campo prodiret  $\Phi = \frac{1 + \frac{1}{2} - \omega}{m-1}$ , vnde calculum instituenti innotescit campum continuo diminui eo magis quo valor ipsius  $k$  illum terminum superaverit. Maxime igitur hic casus lucrosus est, si capiatur

$$k = -m + \sqrt{2m(m-1)}; \text{ vnde fit}$$

$$k' = \frac{m + \sqrt{2m(m-1)}}{m-1}.$$

### Scholion.

322. Quia in antecedente problemate casus maxime memorabilis est deductus, ponendo  $i = 0$ , suspicari quis posset, etiam hic talem positionem institui conuenire. Quamobrem hic ostendamus, in hoc problemate neque positionem  $i = 0$  neque  $\omega = 0$  locum habere posse. Primo enim si esset  $\omega = 0$ , ob  $k' = \frac{1}{1+\omega}$  deberet esse  $i > 0$ , at ob  $\omega = 0$  prima æquatio  $\mathcal{B}\omega = -(1+k)M$  subsistere nequit, nisi sit  $\mathcal{B} = \infty$ , ideoque  $B = -1$ ; iam ob  $BC < 0$  debet esse  $C$  positium ideoque  $\mathcal{C}$  etiam  $> 0$ , ex quo

Tom. II.

B b b

patet,

patet, alteram aequationem  $\mathcal{E}i = -(1 + Qk)M$  plane subsistere non posse; sicque euclitum est, sumi non posse  $\omega = 0$ . Simili modo ostendetur, numerum  $i$  evanescere non posse; tum enim ob  $k = \frac{1}{1+Q\omega}$  deberet esse  $\omega > 0$  hincque posterior aequatio

$$\mathcal{E}i = -(1 + Qk)M - \omega$$

subsistere nequit, nisi sit  $\mathcal{E}i$  quantitas finita, negativa ideoque  $\mathcal{E} = \infty$ ; unde fit  $C = -1$ , et hinc ob  $BC < 0$  fiet  $B > 0$  simulque  $\mathcal{B} > 0$  id quod primae aequationi  $\mathcal{B}\omega = -(1 + k)M$  manifesto contradicit; ex quo perspicuum est, etiam numerum  $i$  non posse capi  $= 0$ . Neque ergo praeter tres casus hic commemoratos ullus alius hic perpendi meretur atque postremus adeo tantis commodis reliquos omnes antecedit, ut is solus dignus videatur, qui in praxin deducatur; non solum enim maximum campum aperit, sed etiam pro  $\alpha$  valorem non nimis magnum largitur, quoniam in illa formula radicali cubica termini post  $\lambda$  sequentes omnes sunt valde parui eoque minores, quo maior fuerit multiplicatio, quoniam proxime fit  $k = m(\sqrt{2} - 1) = \frac{1}{2}m$ . Tum vero hic etiam numerus  $\mathcal{B}$  arbitrio nostro permittitur, quo efficere possumus, ut lentes postremae non fiant nimis exiguae, sumto autem  $\mathcal{B}$  pro lubitu quantitas  $\eta$  sequenti aequatione definiatur, quia enim supra inuenimus

$$\mathcal{B} = \frac{(\eta k^2 - k - 1)(m + 1)}{k^2 + 1mk + m} \text{ ob } m(m-2) = 2mk + k^2$$

et

et  $m + k = \sqrt{2m(m-1)}$  erit

$g = \frac{(mk^2 - k - 1) \cdot \gamma}{\sqrt{m(m-1)}}$  hincque

$$\gamma = \frac{k+1}{k} + \frac{\delta \sqrt{m(m-1)}}{k^2 \gamma}$$

ex quo valore interuallum secundae et tertiae lentis innotescit.

#### Problema 4.

323. Si telescopium huius generis ita ex quatuor lentibus sit componendum, ut una lens inter imaginem secundam et ocularem constituatur, indolem eius indagare eiusque constructionem describere.

#### Solutio.

Quia igitur hic prima imago inter lentem primam et secundam, secunda vero imago inter lentem secundam et tertiam cadit, litterae P et Q erunt negativae, manente sola R positua. Quare si statuatur  $P = -k$  et  $Q = -k'$  erunt elementa nostra

$$b = \frac{a}{k}; \beta = \frac{a}{k}; c = \frac{a}{k k'}; \gamma = \frac{a}{k k'}$$

$$\text{et } d = \frac{a C a}{k k' R} = \frac{a C a}{m}$$

Hincque interualla

$$a + b = a \left(1 + \frac{1}{k}\right); \text{ ideoque } a \text{ posituum}$$

$$\beta + c = \frac{a}{k} \left(1 + \frac{1}{k'}\right)$$

ergo  $B > 0$ . et  $\mathfrak{B} > 0$  et simul  $\mathfrak{B} < 1$

$$\gamma + d = \frac{a C a}{k k'} \left(1 - \frac{1}{k}\right) \text{ ergo } C \left(1 - \frac{1}{k}\right) > 0.$$

Bbb 2

Pro



Pro loco autem oculi erit  $O = \frac{d}{Rm}$  quae ut sit positiva debet esse  $d > 0$ , unde haec noua resultat conditio, ut sit  $C < 0$  quae conditio cum antecedente coniuncta dat  $1 - \frac{1}{k} < 0$  ideoque  $R < 1$ . Quodsi iam ponamus  $\pi = -\omega \xi$ ,  $\pi' = i \xi$  et  $\pi'' = -\xi$ , ut fiat

$$\Phi = \frac{\omega + i + 1}{m - 1} \xi = M \xi, \text{ existente } M = \frac{\omega + i + 1}{m - 1};$$

aequationes nostrae fundamentales erunt  $\mathfrak{B}\omega = -(1+k)M$  et  $\mathfrak{C}i = -(1-kk')M - \omega$ ; ex quarum priorie statim ob  $\mathfrak{B} > 0$  liquet fore  $\omega < 0$ .

Destitutio autem marginis colorati postulat, ut sit

$$0 = \frac{\omega}{F} + \frac{i}{FQ} + \frac{1}{FQR}; \text{ ideoque}$$

$$0 = -\frac{\omega}{k} + \frac{i}{kk'} + \frac{1}{kk'R} \text{ unde } R = \frac{1}{\omega k' - 1},$$

ut ergo  $R$  prodeat posituum,  $i$  necessario debet esse numerus negatiuus. Statuamus ergo  $\omega = -\zeta$  et  $i = -\gamma$ , ut iam sit pro campo apparente  $M = \frac{1 - \gamma - \zeta}{m - 1}$  ideoque  $\gamma + \zeta < 1$ . Cum igitur sit  $R = \frac{1}{\gamma - k'\zeta}$  atque hinc  $m = \frac{kk'}{\gamma - k'\zeta}$  notandum est, ob  $R < 1$  et  $R = \frac{m}{kk'}$  esse debere  $kk' > m$ ; hinc quia est

$$\gamma = k'\zeta + \frac{kk'}{m}; \text{ erit } \gamma > 1,$$

ideoque multo magis  $\gamma + \zeta > 1$ , quod cum sit absurdum patet, huius problematis casum locum habere non posse.

Scho-

## Scholion.

324. Cum igitur hoc problema penitus sit excludendum, cum aequè parum conditioni marginis colorati satisfacere possit atque primum tribus tantum lentibus adhibitis, relinquuntur nobis tantum problema secundum ac tertium. Quia autem ex secundo casu prorsus singularis ibi annotatus maxime reliquis omnibus antecellit, quemadmodum etiam ex tertio casu ultimus prae ceteris maximam attentionem meretur, hinc constituemus duas praecipuas species telescopiorum tertii generis easque seorsim ita pertractabimus, ut primo ostendamus, quemadmodum utraque una vel pluribus lentibus ex eodem vitro adiciendis, deinde etiam ex diuerso vitro ad maiorem perfectionis gradum euehi queant. Harum duarum vero specierum posterior ideo potissimum est notanda, quia telescopia communia terrestria dicta quasi in se complectitur, reuera enim ab iis differt plurimum, quatenus a vitiis, quibus haec instrumenta, uti vulgo fabricari solent, laborant, est liberata; vnde si etiam plures lentes in subsidium vocare nolumus, hinc regulae dari poterunt, haec telescopia terrestria ita perficiendi, ut maior perfectio expectari nequeat. Prior autem species, quae longe aliam lentium ocularium dispositionem postulat, olim prorsus fuit ignota ac nuper demum a solertissimo Dollondo in praxin introduci est coepta. Quatenus scilicet lentibus minima apertura praeditis est usus; neque tamen a sola experientia sum-

Bbb 3

mus

mus perfectionis gradus, cuius hæc species est capax, sperari poterat. Hoc tamen facile est animadvertum, nisi insuper una lens adiungatur, campum nimis fore parvum, quam ut ii acquiescere queamus. Vidimus enim campum semper aliquanto esse minorem, quam in tubis astronomicis vulgaribus, ad quod remedium etiam in sequentibus recurremus. Denique circa hanc speciem annotari convenit, nos in posterum iis mensuris esse viros, quæ in paragrapho § 314 sunt statutæ, ubi scilicet posuimus  $\zeta = \frac{1}{\gamma^2}$ , cum inde aptissimæ ad praxin determinationes obtineri videantur.

---

SECTION-

## SECTIONIS TERTIAE.

### CAPVT II.

#### DE TELESCOPIIS TERRESTRIBVS COMMVNIBVS EORVMQVE PERFECTIONE.

##### Definitio.

325.

**C**haracter huiusmodi telescopiorum in hoc consistit, quod radii per duas priores lentēs transmissi iterum inter se fiant paralleli, ita, vt haec telescopia ex duobus tubis astronomicis sint composita.

##### Coroll. I.

326. Cum haec telescopia ex quatuor lentibus constent, quarum tam binæ priores, quam binæ posteriores secundum rationem tuborum astronomicorum sibi sunt iunctæ; multiplicatio telescpii est in ratione composita ambarum multiplicationum, quas ambo isti tubi astronomici producerent.

Coroll.

## Coroll. 2.

327. Scilicet si lentis primae ponatur distantia focalis  $= p$ ; secundae  $= q$ ; tertiae  $= r$  et quartae  $= s$  binae priores lentes ad interuallum  $= p + q$  dispositae multiplicationem praebent  $= \frac{p}{q}$ ; binae posteriores vero ad interuallum  $= r + s$  dispositae multiplicationem  $= \frac{r}{s}$ ; telescopium compositum multiplicationem producet  $= \frac{pr}{qs}$ .

## Scholion I.

328. Statim ab initio binae lentes posteriores inter se factae sunt aequales et quidem eiusdem distantiae focalis, ac lens secunda, quae tres lentes oculares vocari solent, ita, vt tum tubus posterior nullam plane multiplicationem producat ob  $r = s = q$ . Quanto autem interuallo hi duo tubi siue lentes secunda et tertia a se inuicem debeant esse remotae, auctores non satis definiunt; plerumque autem hoc spatium fieri iubent  $= 2q$  ita, vt cum etiam sit  $r = s = q$  tota longitudo futura sit  $= p + 5q$ . Deinde autem artifices obseruarunt, haec telescopia meliorem effectum producere, si tres lentes posteriores continuo certa ratione diminuantur, id quod egregie conuenit cum iis, quae supra de hoc telescopiorum genere annotauimus, vbi non solum multo maiorem campum, iis conciliauimus, quam vulgaris constructio suppeditat, sed etiam id inprimis effecimus, vt margo colo-

coloratus penitus euanesceret. Quocirca praecepta pro constructione ante inuenta hic ordine proponi conueniet:

**Constructio Telescopiorum terrestrium ex quatuor lentibus compositorum pro quauis multiplicatione  $m$ .**

Quanta statui debeat lentis obiectivae distantia focalis deinceps definiemus, quando pro singulis lentibus sequentibus numeros  $\lambda$ ,  $\lambda'$ ,  $\lambda''$ ,  $\lambda'''$  assignauerimus.

I. Si igitur  $p = a$  denotet distantiam focalem lentis obiectivae, eius figuram utique ex numero  $\lambda = 1$  peti conueniet, ita, ut si ratio refractionis sit  $n = 1,55$  habeatur

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anterior} = \frac{p}{n} = 0,6144.p. \\ \text{posterior} = \frac{p}{n'} = 5,2439.p. \end{cases}$$

pro eius apertura semidiameter haecenus posita est  $\frac{1}{3}$  dig. Sin autem vel maior claritas desideretur vel minor sufficiat, loco 50 vel numerus maior vel minor assumi poterit.

Interuallum lentis secundae a prima debet esse  $= p + q$ , ubi valor ipsius  $q$  mox indicabitur..

II. Pro lente secunda si eius distantia focalis ponatur  $= q$ , in superiore capite vidimus, sumi conuenire  $q = \frac{p}{k}$  existente  $k = -m + \sqrt{2m(m-1)}$  et quia pro eius apertura debet esse  $u = \frac{-(1+k)(m+k)}{m(m-1)}$  qui valor pro maioribus multiplicationibus erit circiter

Tem. II.

C c c

ter

set  $\alpha = -\frac{1}{2}$ , vnde cum haec apertura non sit maxima, etiam non opus est, vt haec lens fiat vtrinque aequae conuexa sed sufficiet, vt pro ea sumatur  $\lambda' = 1$  vnde huius lentis constructio erit

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = \frac{r}{2} = 5,2439. q \\ \text{poster.} = \frac{r}{2} = 0,6144. q \end{cases}$$

Et aperturae semidiameter si capiatur  $= \frac{1}{2} \frac{r}{q}$  conditioni praescriptae satisfaciет

Distantia autem tertiae lentis a secunda, quae supra est posita  $= \eta a$ , definita est

$$\eta = \frac{k+1}{k-1} + \frac{1}{2} \frac{\sqrt{m(m-1)}}{k-1}$$

vbi numerus  $9$  arbitrio nostro relinquitur, quem autem neque multo maiorem neque minorem vnitate sumi conueniet.

III. Pro tertia lente quoniam ea maximam aperturam recipere debet ob  $i = 1$ , ideoque vtrinque aequae conuexa confici debet, erit  $\lambda'' = 1,6299$  et eam eius distantia focalis sit  $r = \frac{r}{2}$  erit radius vtriusque faciei  $= 1,10 r$  cuius pars quarta dabit semidiameterum aperturae.

Ab hac lente distantia ad quartam est  
 $= r + s = 9 a (k + \frac{1}{2})$ .

IV. Quia quarta lens etiam maximam aperturam admittere ideoque etiam vtrinque aequaliter conuexa

vera esse debet, pro ea etiam erit  $\lambda''' = 1,6299$ ; unde cum eius distantia focalis sit  $s = \frac{f}{m}$  erit radius utriusque faciei  $= 1,10$ .  $s$  et  $\frac{1}{2}s$  dabit semidiametrum eius aperturæ, tum vero distantia ab hac lente ad oculum erit

$$= \frac{s}{m} = \frac{f \cdot m - 1}{\sqrt{m(m-1)}} = \frac{2\sqrt{m-1}}{\sqrt{m}}.$$

V. Hocque telescopium campum ostendet, cuius semidiameter est  $\Phi = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{m(m-1)}} \cdot \xi$  seu in mensura angulorum  $\Phi = \frac{1547}{\sqrt{m(m-1)}} \text{ min.}$

VI. Tota autem huius instrumenti longitudo ad oculum usque erit

$$= \left( \frac{(k-1)^2}{k^3} + \frac{(m-1) \cdot \sqrt{2(m-1)}}{k \cdot \sqrt{m}} \right) p.$$

VII. Pro distantia autem focali  $p$ , si desideretur claritas  $y = \frac{1}{10}$  dig. et pro gradu distinctionis  $k = 50$ , ut sit  $kx = m$  ob litteram  $\mu$  parum ab unitate deficientem debet sumi in digitis

$$p = m \sqrt[3]{m \left( 1 + \frac{1}{k} + \frac{1,6299}{k^2} \left( 1 + \frac{1}{k} \right) \right)}$$

ac si tam minore claritate, puta  $y = \frac{1}{10}$  et minore gradu distinctionis puta  $k = 35$  acquiescere velimus, iste valor ipsius  $p$  ad semissem redigi poterit.

### Exemplum.

329. Si huiusmodi telescopium tantum novies multiplicare debeat, ut sit  $m = 9$ , reperietur  $k = 3$

Ccc 2

hinc-



hincque  $q = \frac{1}{2}$ ;  $r = \frac{1}{2}$  et  $s = \frac{1}{2}$ ; vnde erit totius telescōpii longitudo  $= (\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 9) p$  et semidiameter campi  $= 2^{\circ} 23'$ .

Tum vero distantia focalis  $p$  ita assumi debet

$$p = 9 \sqrt[3]{9 \left( 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \right)}$$

sumto ergo  $9 = 1$ , vt longitudo fiat  $= \frac{1}{2} p$ , seu propemodum  $= 3 p$  colligetur  $p = 9 \sqrt[3]{18, 5196}$ . seu propemodum  $p = 24$  dig. vnde longitudo tota  $= 72$  dig.  $= 6$  ped.; quae longitudo, vti animaduertimus, ad semissem reduci posset.

### Scholion 2.

330. Verum etiam longitudo trium pedum pro tam exigua multiplicatione enormis videbitur, praecipue cum vulgo eiusmodi telescopia circumferantur multo breuiora magisque amplificantia. At praecipua causa huius longitudinis in campo apparente est sita, quem maximum producere sumus conati, qui sine dubio multo maior est, quam in vulgaribus eiusmodi instrumentis deprehenditur. Interim tamen destructio marginis colorati non parum ad longitudinem confert perinde ac insignis claritatis et distinctionis gradus, qui nobis erat propositus, ex quo instrumenta secundum haec praecepta parata plurimum antecellent iis, quae vulgo circumferuntur et quae plerumque tot tantisque vitiis laborant, vt in praxi vix tolerari queant. Non mediocriter autem eorum longitudo

gītudo diminui posset, si loco lentis obiectivae suae lens duplicata siue etiam triplicata, quales supra ex principio minimi sunt inuentae, substituantur, siquidem tum valor ipsius  $\lambda$  prioris casu ad  $\frac{1}{2}$ , posteriore vero ad  $\frac{1}{3}$  reduceretur; ita, si in nostro exemplo  $\lambda$  fuisset  $= \frac{1}{2}$  inuenissemus  $p = 20$  dig. et telescopii longitudo adhuc ad 5 pedes excreuisset. Sin autem lente obiectiua triplicata vti essemus, ut fuisset  $\lambda = \frac{1}{3}$  prodiret  $p = 19 \frac{1}{2}$  dig. vnde patet, a lentibus illis duplicatis et triplicatis, quales supra sunt descriptae atque adeo a lentibus perfectis, ubi foret  $\lambda = 0$ , haud notabile decrementum longitudinis expectari posse, saltem pro minoribus multiplicationibus, ubi post signum radicale cubicum termini  $\lambda$  sequentes admodum sunt notabiles pro maioribus autem multiplicationibus maius lucrum esset futurum, quod vix tamen ad semissem redire posset. Quare pro hac specie telescopiorum praecipue in id est incumbendum, ut lens obiectiua ita duplicetur vel triplicetur ut non solum confusio ab ipsa oriunda, sed et ea, quae a sequentibus lentibus omnibus nascitur, ad nihilum redigatur, tum enim distantiam  $p$  maiorem statui non erit necesse, quam apertura ob claritatem requisita postulat; quem casum in sequente problemate ita euoluamus, ut exiguum spatium intra lentes priores admittamus.

## Problema a.

331. In hac telescopiorum specie loco lentis obiectinae eiusmodi binas lentes ex eodem vitro parandas substituere, ut omnis confusio etiam a reliquis lentibus oriunda ad nihilum redigatur, sicque his telescopiis minima longitudo concilietur.

## Solutio.

Cum igitur hic habeantur quinque lentes, statuamus nostras fractiones  $\frac{a}{b} = -P$ ;  $\frac{\beta}{\epsilon} = -Q$ ;  $\frac{\gamma}{\delta} = -R$  et  $\frac{\epsilon}{\gamma} = -S$ . Quarum litterarum prima  $P$  proxime erit  $= 1$ ; secunda  $Q$  erit negativa  $= -k$ ; tertia  $R$  etiam erit  $= 1$ , sed ita tamen, ut intervallum tertium  $\gamma + d$  fiat quantitas finita, scilicet  $\eta \alpha$ ; denique vero erit  $S = -k'$ , ita, ut nostra elementa futura sint

$$b = -\frac{a}{P}; \epsilon = -\frac{\beta a}{Pk}; d = \frac{BCa}{P\alpha R} = -\infty$$

$$\beta = -\frac{\epsilon a}{P}; \gamma = -\frac{BCa}{Pk} = \infty;$$

$$\delta = \frac{BCDa}{PkR}; \epsilon = \frac{BCDa}{PkRk} = \frac{BCDa}{m}.$$

Hincque intervalla

1°.  $a + b = a(1 - \frac{1}{P}) = \frac{a}{10}$  uti supra iam assumimus, ita ut sit  $P = 1 \frac{1}{10}$ .

$$2°. \beta + \epsilon = -\frac{\beta a}{P}(1 + k);$$

3°  $\gamma + d = -\frac{BCa}{Pk}(1 - \frac{1}{R}) = \eta \alpha$  ubi scilicet est  $C = \infty$ , hincque  $\frac{1}{k} = 1 + \frac{\eta Pk}{BC}$ .

4°. quia

4°. quia erat  $C = \infty$  debet esse  $D$  infinita parvum, ita, ut sit  $CD = -9$  eritque hoc intervallum  $\delta + \epsilon = -\frac{2ka}{PAR} (1 + k)$ ; existente multiplicatione  $m = PkRk'$  seu proxime  $m = k k'$ . Quia autem fieri posset, ut distantiam  $a$  negativam capi expediret, statuamus primum intervallum  $a + b = \xi$  a fietque  $P = \frac{1}{1-\xi}$ , vbi notandum, si  $a$  esset quantitas negativa, tam  $\xi$ , quam  $\eta$  negative accipi debere, semper autem necesse erit, ut sit  $-Ba > 0$  seu  $Ba < 0$  et  $9 > 0$ , uti initio iam assumimus, vbi posuimus  $CD = -9$ . Cum nunc pro campo apparente sit  $\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi'''}{m-1}$  statuamus  $\pi = -v\xi$ ;  $\pi' = \omega\xi$ ;  $\pi'' = -\xi$  et  $\pi''' = \xi$ , ut sit  $\Phi = \frac{v+\omega+1}{m-1} \xi = M\xi$  existente  $M = \frac{v+\omega+1}{m-1}$ ; ex quibus pro loco oculi colligimus  $O = \frac{v}{M}$ , existente  $\epsilon = -\frac{2ka}{m}$ ; consideramus nunc nostras formulas fundamentales

$$1^\circ. Bv = (P-1)M$$

$$2^\circ. C\omega = -(1+Pk)M - v$$

$$3^\circ. D = -(1+PkR)M - v - \omega$$

de quibus observari oportet fore primam  $Bv = \frac{\xi}{1-\xi} M$ ; sicque valor  $v$  ob duplicem causam fiet quantitas minima, ita, ut etiam  $m v$  ad hunc sit valde parvum. Pro secunda autem, quia est  $C = \infty$  erit  $C = \frac{C}{1-\xi} = 1 - \xi$ ; pro tertia autem, quia est  $D = 0$  seu potius  $D = 0$  erit  $D = \frac{1}{1-\xi} = \frac{1}{\epsilon}$  deinde etiam hic recordari oportet esse

$$R =$$

$$R = \frac{BC}{BC + \eta Pk} = 1 - \frac{\eta Pk}{BC}$$

quia igitur ex secunda aequatione ob

$C = \frac{c}{1+c}$  est  $\omega = -(1 + Pk)M(1 + \frac{1}{c}) - v(1 + \frac{1}{c})$ ,  
 si hic valor in tertia aequatione substituatur, erit

$$-\frac{v}{c} = -(1 + Pk)M + \frac{\eta P^2 k^2 M}{BC} \\ -v + (1 + Pk)M(1 + \frac{1}{c}) + v(1 + \frac{1}{c})$$

vbi cum termini finiti se mutuo destruant, ex infinite parvis concluditur fore

$$S = -\frac{\eta P^2 k^2 M}{c} - (1 + Pk)M - v$$

vnde fit

$$\eta = -\frac{(1 + Pk)B}{P^2 k^2 M} - \frac{Bv}{P^2 k^2 M} - \frac{Bv'}{P^2 k^2 M}$$

vbi terminus vltimus tuto omitti potest.

Destitutio porro marginis colorati postulat hanc aequationem

$$0 = \frac{v}{P} + \frac{\omega}{PQ} + \frac{1}{PQA} + \frac{1}{PQAS}$$

quae pro nostro casu fit

$$0 = v - \frac{\omega}{k} - \frac{1}{k} + \frac{1}{kA}$$

vnde neglecto termino primo deducitur  $k' = \frac{1}{\omega + 1}$ ;  
 et ob  $m = Pk k'$  erit  $m = \frac{Pk}{\omega + 1}$ .

Cum autem sit  $\omega = -(1 + Pk)M$  et  $M = \frac{\omega + 1}{m + 1}$ ,  
 neglecto termino  $v$  fiet  $(m - 1)\omega = -(1 + Pk)(\omega + 1)$   
 hincque  $\omega = \frac{-(1 + Pk)}{m + Pk}$ , atque  $M = \frac{1}{m + Pk}$ . Quare  
 cum

cum sit  $m = \frac{Pk}{b+1}$  substituto valore ipsius  $a$  obtine-  
mus  $m = \frac{2m(1+Pk)}{m+Pk} = Pk$ ; hincque

$$m - 2m = P^2 k^2 + 2 P k m,$$

quae  $m$  vtrunque addito praebet

$$2m(m-1) = (Pk + m)^2 \text{ ideoque}$$

$$Pk = -m + \sqrt{2m(m-1)}.$$

Hoc ergo valore pro  $Pk$  assumpto, pro campo appa-  
rente adipiscemur maximum valorem; qui erit  
 $\Phi = \frac{1}{\sqrt{2m(m-1)}} \cdot \xi$  et in mensura angulorum ob  $\xi = \frac{1}{2}$   
erit  $\Phi = \frac{1}{\sqrt{2m(m-1)}} \text{ min.}$  Nunc autem praecipuum  
opus superest in eo consistens, ut binae priores lentes  
ita definiantur, ut formula pro semidiametro confu-  
sionis inuenta penitus evanescat, unde sequens aequa-  
tio erit resoluenda:

$$0 = \lambda - \frac{1}{B^2} \left( \frac{\lambda'}{B} + \frac{v}{B} \right) - \frac{\lambda''}{B^2 P k} - \frac{\lambda'''}{B^2 P^2 k} - \frac{\lambda''''}{B^2 P^3 k} \text{ feu}$$

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{B^2 P} - \frac{\lambda''}{B^2 P k} - \frac{\lambda'''}{B^2 P^2 k} - \frac{\lambda''''}{B^2 P^3 k} - \frac{v}{B^2 P}$$

in qua aequatione ut ante iam vidimus sumi potest  
 $\lambda'' = 1$  et quia duae postremae lentes debent esse vtrunque  
aequaliter convexae, erit pro vitro communi  $\lambda''' =$   
 $\lambda'''' = 1,6299$ . Ex hac vero aequatione vel  $\lambda$  vel  $\lambda'$   
definiri debet, prouti coefficientis ipsius  $\lambda'$  maior est  
vnitate, siue minor. Ceterum notandum est, omnes  
quantitates hic praeter litteras  $B$  et  $\mathfrak{B}$  satis esse de-  
terminatas, ita, ut in hoc negotio tantum litterae  $B$   
et  $\mathfrak{B}$  arbitrio nostro permittantur; in quo duo casus  
sunt perpendendi, alter, quo  $\mathfrak{B}$  est fractio vnitate ma-

Tom. II.

D d d

ior,

ior, puta  $\frac{1+i}{1-i}$ ; alter vero, quo est vnitare minor, puta  $= \frac{i}{1+i}$ .

*Primo fit*  $B = \frac{1+i}{1-i}$  erit  $B = -1 - i$  ideoque numerus negatiuus, quo ergo casu  $a$  debet esse positium seu prima lens conuexa, secunda vero concaua, pro qua valor  $\lambda'$  determinari debet, et quidem ex hac aequatione

$$\lambda' = \frac{(1+i)^2 P \lambda}{i^2} + \frac{\lambda''}{i^2 k} + \frac{\lambda'''}{i^2 k^2} + \frac{P \lambda'''}{i^2 k^2 m} + \frac{(1+i)^2}{i^2 P}$$

vbi sumto  $\lambda = 1$  euidentis est  $\lambda'$  fieri vnitare maius.

*At secundo si fit*  $B = \frac{i}{1+i}$  erit  $B = i$  ideoque positium; vnde distantia  $a$  fiet negatiua siue prima lens concaua, secunda vero conuexa, quo casu numerus  $\lambda$  definiri oportet per hanc aequationem:

$$\lambda = \frac{(1+i)^2 \lambda'}{i^2 P} + \frac{\lambda''}{i^2 k} + \frac{\lambda'''}{i^2 k^2} + \frac{\lambda'''}{i^2 k^2 m} + \frac{(1+i)^2}{i^2 P}$$

atque hic sumi poterit  $\lambda' = 1$ ;  $\lambda$  vero vnitare maius fiet.

Perpicuum igitur est, simili fere modo, quo in priore casu  $\lambda'$  definitur, in secundo casu litteram  $\lambda$  definiri, propterea quod proxime est  $P = 1$ ; quando quidem inuenimus  $P = \frac{1}{1-i}$ , vbi notetur priore casu, quo  $a$  est positium, sumi posse  $Z = \frac{1}{1-i}$ , vt sit  $P = \frac{10}{11}$ , eodemque modo etiam  $\eta$  erit positium, quemadmodum etiam nostra formula posito  $B = -1 - i$  declarat, scilicet  $\eta = \frac{(1+Pk)(1+i)}{P^2 k^2} + \frac{(1+i)^2}{P^2 k^2 k}$ .

Pro

Pro altero autem casu, quo  $\alpha$  est quantitas negatiua, sumi debet  $\zeta = -\frac{1}{15}$ , vt sit  $P = \frac{10}{11}$ ; ob eandemque rationem etiam  $\eta$  fiet negatiuum, scilicet

$$\eta = -\frac{i(1+Pk)}{P^2 k^2} - \frac{\delta i}{P^2 k^2}.$$

## Coroll. 1.

332. Cum tollendo marginem coloratum peruenierimus ad hanc aequationem

$$Pk = -m + \sqrt{2m(m-1)},$$

qua ob  $P$  datum, valor ipsius  $k$  determinatur, hinc habebimus

$$M = \frac{1}{\sqrt{2m(m-1)}} \text{ et } W = \frac{-2(1+Pk)}{\sqrt{2m(m-1)}} \text{ atque hinc}$$

$$\eta = \frac{-2(1+Pk)B}{P^2 k^2} - \frac{Bk\sqrt{2m(m-1)}}{P^2 k^2}.$$

## Coroll. 2.

333. Cum sit  $C = \infty$ ,  $D = 0$  et  $CD = -9$ , fient nostra elementa

$$b = -\frac{\alpha}{P}; c = -\frac{B\alpha}{Pk}; d = \infty; e = -\frac{B\delta\alpha}{m};$$

$$\beta = -\frac{B\alpha}{P}; \gamma = \infty; \delta = -\frac{B\delta\alpha}{Pk};$$

hincque distantiae focales

$$p = \alpha; q = -\frac{B\alpha}{P}; r = -\frac{B\alpha}{Pk}; s = \delta = -\frac{B\delta\alpha}{m}; t = -\frac{B\delta\alpha}{m}$$

tum vero lentium interualla

$$\alpha + b = \alpha(1 - \frac{1}{P}) = \zeta\alpha; \beta + c = -\frac{B\alpha}{P}(1 + \frac{1}{P})$$

$$\gamma + d = \eta\alpha; \delta + e = -B\delta d(\frac{1}{Pk} + \frac{1}{m})$$

Ddd 2

ac



ac denique distantia oculi  $O = \frac{-2fmy + m(m-1)}{1-m}$  vbi notetur, litteram  $S$  arbitrio nostro permitti, quo caueri poterit, ne vltimae lentes fiant nimis paruae.

### Coroll. 3.

334. Ex his perspicitur, quo maior capiatur littera  $B$ , eo maius prodire secundum intervallum cum sequentibus, hincque longitudinem telescopii eo magis augeri; at littera  $B$  eo maior euadit, quo propius littera  $B$  ad vnitatem accedit; siue enim sit  $B = \frac{1+i}{1-i}$  siue  $B = \frac{1}{1+i}$ , aucto numero  $i$  augetur numerus  $B$ ; quare cum littera  $B$  etiam nunc arbitrio nostro permittatur, neutiquam expedit, eam unitati nimis propinquam statui, neque tamen etiam conueniet pro  $i$  numerum valde paruum assumi, veluti dimidium vel fractionem adhuc minorem; tum enim ex vltima aequatione numerus vel  $\lambda$  vel  $\lambda'$  prodiret nimis magnus, scilicet adeo maior, quam 27. Vnde concluditur, numerum  $i$  ad minimum unitate maiorem capi debere.

### Coroll. 4.

335. Hic igitur commodum cum incommodo compensatur; si enim  $i$  unitate minus caperetur, obtineremus commodum breuitatis tubi; contra vero, nimis magnus valor numeri  $\lambda$  vel  $\lambda'$  insigne esset incommodum; sin autem numerum  $i$  unitate multo

maiores sumeremus; obtineremus quidem commodum, ut  $\lambda$ , vel  $\lambda'$  parum unitatem excederent, contra vero tubus fieret nimis longus.

## COROLL. 5.

336. Sin autem optio detur inter valores  $\frac{1}{1-i}$  et  $\frac{1}{1+i}$ , pro  $\mathfrak{B}$  assumendos, retinente  $i$  in utroque eundem valorem; tunc  $\lambda$  vel  $\lambda'$  eundem fere valorem nancisceretur. Verum priore casu cum fiat  $B = -1 - i$  longitudo tubi maior prodiret, quam altero casu, quo esset  $B = i$ , quam ob rem semper consultius est, posteriorem casum eligere, quo lens prima est concava et secunda convexa; quam priorem, ubi vicissim lens prima esset convexa, secunda vero concava:

## Scholion I.

337. Quae quo clarius perspiciantur, ponamus  $i = a$  et  $\mathfrak{B} = \frac{1}{1-a}$ , ut fiat  $B = a$  tum igitur erit  $P = \frac{1}{1-a}$  et elementa nostra sequenti modo se habebunt; existente  $a$  quantitate negativâ:

$$b = \frac{-11}{10} a; c = \frac{-11}{11} a; d = -\infty; e = \frac{-11a}{m};$$

$$\beta = \frac{-11}{11} = \frac{-11a}{11}; \gamma = \infty; \delta = \frac{-11a}{11}.$$

existente  $Pk = -m + \sqrt{m(m-1)}$  tum vero distantiae focales erunt

$$p = a; q = \frac{-11a}{11}; r = \frac{-11a}{11}; s = \frac{-11a}{11}; \text{ et } f = \frac{-11a}{m}.$$

D d d 3

at

at intervalia lentium

$$\alpha + b = -\frac{1}{10} \alpha; \beta + c = -\frac{11}{17} \alpha - \frac{1}{10} \frac{\alpha}{Fk}$$

$$\gamma + d = \eta \alpha = \frac{-2(1 + Fk)\alpha}{F^2 k^2} = \frac{6\sqrt{2}m(m-1)}{F^2 k^2}$$

$$\delta + e = \frac{-7\theta\alpha}{m} - \frac{2\theta\alpha}{Fk} = \frac{-7\theta\alpha}{Fkm} \sqrt{2}m(m-1)$$

et distantia oculi  $O = \frac{-\theta\alpha\sqrt{2}m(m-1)}{m\eta}$  quibus factis campi  
semidiameter erit  $\Phi = \frac{1718}{\sqrt{2}m(m-1)} \text{ min.}$

Pro apertura autem tertise lentis notandum est,  
esse  $\omega = \frac{-2(1 + Fk)}{\sqrt{2}m(m-1)}$ , ita, vt si  $m$  sit numerus satis mag-  
nus fiat  $\omega = -\frac{10}{17}$ ; vnde cum haec lens non maxi-  
mam aperturam, sed minorem, quae sit ad maximam,  
vt 10:17, requirat, sufficiet pro hac lente sumsisse  
 $\lambda'' = 1$ ; quare si et  $\lambda' = 1$  at  $\lambda''' = \lambda'''' = 1,6299$ ,  
pro lente obiectiua inueniemus

$$\lambda = \frac{27.51}{2.50} + \frac{2}{0.5Fk} + \frac{1.6299}{2.5Fk} + \frac{1.6299}{2.5Fm} + \frac{1.52V}{200}$$

existente  $v = 0,2326$  pro refractione scilicet  $n = 1,55$ .

Hinc autem inuento numero  $\lambda$ , prima lens ob-  
iectiua concaua ita construi debet, vt fiat radius faciei  
anterioris  $= \frac{a}{\sigma - \tau\sqrt{\lambda - 1}}$ , posterioris vero  $= \frac{a}{\rho + \tau\sqrt{\lambda - 1}}$ ;  
existente  $\rho = 0,1907$ .  $\sigma = 1,6274$ ;  $\tau = 0,9051$ .

Pro secunda autem lente capi debebit radius fa-  
ciei anter.  $= \frac{2b}{2\rho + \sigma}$  et posterioris  $= \frac{2b}{2\sigma + \rho}$ ; existente  
 $b = -\frac{21}{10} \alpha$ .

Pro

Pro tertia lente erit radius faciei anterioris  $= \frac{c}{f}$   
et posterioris  $= \frac{c}{g}$ , existente  $c = \frac{c_1 + c_2}{f}$ .

Pro quarta vero lente radius utriusque faciei  
 $= 1, 10 f$  et pro quinta lente radius faciei utriusque  
 $= 1, 10 f$ .

Ad mensuras vero absolutas inveniendas consideretur in constructione lentium primae et secundae minimus radius, qui sit  $= m \alpha$ , cuius pars quarta  $\frac{1}{4} m \alpha$  aequetur semidiametro aperturæ ob claritatem requisitæ, qui sit  $\frac{m}{10}$  dig. hincque sit  $\alpha = \frac{1}{10} \frac{m}{m}$  dig. quæ mensura si forte det ultimas lentes nimis exiguas, ut supra usu venit, tantum litteræ  $S$  tribuatur valor unitate pro lubitu maior; cum hinc longitudo telescopii vix augeatur. Colligitur autem tota hæc longitudo ad oculum vsque

$$= -a \left( 2 \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \frac{1}{k} + \frac{(m + pk)^2}{m} \right).$$

### Exempl. I.

338. Si fuerit  $m = 9$ , erit  $pk = 3$  et  $k$   
 $= \frac{10}{3}$  ob  $P = \frac{10}{3}$ ; vnde elementa telescopii erunt

$$b = -\frac{10}{9} \alpha; \beta = -\frac{10}{9} \alpha; c = -\frac{10}{9};$$

$$\gamma = \infty; d = -\infty; \delta = -\frac{10}{9}; e = -\frac{10}{9};$$

et distantiae focales

$$p = \alpha; q = -\frac{10}{9} \alpha; r = -\frac{10}{9} \alpha; s = -\frac{10}{9} \alpha; t = -\frac{10}{9} \alpha;$$

et

et intervalla

$$\alpha + b = -\frac{1}{10}a; \beta + c = -\frac{1007}{11}a;$$

$$\gamma + d = -\frac{(1+119)}{9}a; \delta + e = -\frac{1}{2}a$$

et distantia Oculi  $O = -\frac{46}{17}a$ .

Tum vero campi apparentis semidiameter

$$\Phi = 143 \text{ min.} = 2^{\circ} 23'.$$

Nunc vero habebimus

$$\lambda = 3,4425 + 0,04166 + \frac{2,00022}{11}$$

$$+ 0,1779$$

$$\hline 3,6204$$

$$0,0416$$

$$\lambda = 3,6620 + \frac{2,00022}{9}.$$

Sumamus nunc  $S = 1$ . ut fiat  $\lambda = 3,75255$ ;

$$\lambda - 1 = 2,75255 \text{ et } \tau. \sqrt{\lambda - 1} = 1,50162$$

quare constructio leptis primae ita se habebit

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = \frac{0,1779}{1,50162} = 7,9491.a \\ \text{poster.} = \frac{0,1779}{1,50162} = 0,5909.a \end{cases}$$

Pro secunda autem lente erit

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = \frac{0,1779}{1,50162} = -1,0155.a \\ \text{poster.} = \frac{0,1779}{1,50162} = -0,5921.a \end{cases}$$

Pro tertia autem lente erit

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = \frac{0,1779}{1,50162} = 3,4959.a \\ \text{poster.} = \frac{0,1779}{1,50162} = -0,4097.a \end{cases}$$

Pro

Pro lente quarta

radius faciei vtriusque  $= -0,7333. \alpha$

Pro lente denique quinta

radius faciei vtriusque  $= -0,2444. \alpha$

Iam in duabus prioribus lentibus occurrit

radius minimus  $= 0,5909 \alpha$ , vt fit

$m = 0,5909$ , adeoque  $\alpha = -\frac{1}{16,73} \text{ dig.}$

feu  $\alpha = -1 \frac{1}{2} \text{ dig.}$

Vnde sequens prodibit

Constructio huius Telescopii pro multiplicatione

$m = 9$ . lentibus ex vitro communi factis.

I. Pro prima lente

radius faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = -9,93 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -0,73 \text{ dig.} \end{array} \right.$

cuius distantia focalis  $= -1 \frac{1}{2} \text{ dig.}$

femidiameter aperturæ  $= 0,18 \text{ dig.}$

distantia ad lentem secund.  $= 0,025 \text{ dig.}$

II. Pro secunda lente

radius faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 1,27 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 0,74 \text{ dig.} \end{array} \right.$

cuius distantia focalis  $= 0,85 \text{ dig.}$

femidiameter aperturæ vt ante  $= 0,18 \text{ dig.}$

distantia ad lentem tertiam  $= 3,38 \text{ dig.}$

Tom. II.

E e e

III. Pro

## III. Pro tertia lente

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 4,37 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 0,51 \text{ dig.} \end{cases}$$

$$\text{cuius distantia focalis} = +0,83 \text{ dig.}$$

$$\text{semidiameter aperturæ} = 0,13 \text{ dig.}$$

$$\text{distantia ad quartam} = 2,78 \text{ dig.}$$

## IV. Pro quarta lente

$$\text{radius vtriusque faciei} = 0,92 \text{ dig.}$$

$$\text{cuius distantia focalis} = +0,83 \text{ dig.}$$

$$\text{semidiameter aperturæ} = 0,23 \text{ dig.}$$

$$\text{interuallum ad quintam} = 1,11 \text{ dig.}$$

## V. Pro quinta lente

$$\text{radius vtriusque faciei} = 0,30 \text{ dig.}$$

$$\text{cuius distantia focalis} = 0,28 \text{ dig.}$$

$$\text{semidiameter aperturæ} = 0,07 \text{ dig.}$$

$$\text{et distantia ad oculum} = 0,19 \text{ dig.}$$

$$\text{sicque tota instrumenti longit.} = 7,49 \text{ dig.}$$

$$\text{et semidiameter campi} = 2^{\circ} 23'.$$

Hac ergo perfectione adhibita telescopium, quod ante erat 6 ped. reductum est ad  $7\frac{1}{4}$  dig.

Exempl. II.

## Exempl II.

339. Si multiplicatio sit  $m=50$ , erit  $Pk=20$   
et  $k=\frac{101}{1}$  vnde elementa nostra erunt

$$b=-\frac{11}{10}a; \beta=-\frac{11}{10}a; c=-\frac{1}{10}a; \gamma=\infty;$$

$$d=-\infty; \delta=-\frac{1}{10}a; e=-\frac{1}{10}a;$$

et distantiae focales

$$p=a; q=-\frac{1}{10}a; r=-\frac{1}{10}a; s=-\frac{1}{10}a \text{ et } t=-\frac{1}{10}a;$$

et interualla lentium

$$\alpha+b=-\frac{1}{10}a; \beta+c=-\frac{1}{10}a;$$

$$\gamma+d=-\frac{(1+\frac{1}{10})a}{100}; \delta+e=-\frac{1}{10}a;$$

atque distantia oculi  $O=-\frac{1}{10}a$  et campi apparentis  
semidiameter erit  $=24\frac{1}{2}$  min.

Nunc vero prodibit

$$\lambda = 3,4425 + \frac{0,0117}{1}$$

$$+ 0,0063$$

$$0,1779$$

$$\lambda = 3,6267 + \frac{0,0117}{1}$$

Sumatur nunc  $S=2$ , eritque  $\lambda=3,6285$ ;

$$\lambda-1=2,6285 \text{ et } \tau\sqrt{\lambda-1}=1,4674;$$

vnde fiet

I. Pro prima lente

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = \frac{1}{1,132} = 0,2500.a. \\ \text{poster.} = \frac{1}{1,131} = 0,6031.a. \end{cases}$$

E e e 2

II. Pro



## II. Pro secunda lente, vti ante

$$\text{radius faciei} \left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = -1,0155. \alpha \\ \text{poster.} = -0,5921. \alpha \end{array} \right.$$

## III. Pro tertia lente

$$\text{radius faciei} \left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = \frac{6}{8,1997} = -0,5244. \alpha \\ \text{poster.} = \frac{6}{1,6174} = -0,0615. \alpha \end{array} \right.$$

## IV. Pro quarta lente

$$\text{radius faciei vtriusque} = -0,2200. \alpha$$

## V. Pro quinta lente

$$\text{radius faciei vtriusque} = -0,0880. \alpha$$

Iam cum sit in duabus prioribus lentibus radius minimus  $0,5921. \alpha$ , erit

$$m = 0,5921, \text{ adeoque } \alpha = -\frac{400}{19,91} \text{ dig.}$$

ita, vt capi posset  $= -7 \text{ dig.}$

Vnde sequens prodibit

Constructio huius Telescopii pro multiplicatione  $m = 50.$

## I. Pro prima lente

$$\text{radius faciei} \left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = -43,75 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -4,22 \text{ dig.} \end{array} \right.$$

$$\text{cuius distantia focalis} = -7. \text{ dig.}$$

$$\text{semidiameter aperturæ} = 1,05. \text{ dig.}$$

$$\text{distantia ad lentem secundam} = 0,14. \text{ dig.}$$

## II. Pro

## II. Pro secunda lente

radius faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 7, 11. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 4, 14. \text{ dig.} \end{array} \right.$

cuius distantia focalis est 4, 76 dig.

semidiameter aperturæ, vt ante, = 1 dig.

interuallum ad tertiam lentem 14, 98 dig.

## III. Pro tertia lente

radius faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 3, 67. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 0, 43. \text{ dig.} \end{array} \right.$

distantia focalis est 0, 7. dig.

semidiameter aperturæ = 0, 11 dig.

interuallum ad quartam = 3, 18 dig.

## IV. Pro quarta lente

radius vtriusque faciei = 1, 54 dig.

cuius distantia focalis est 1, 40 dig.

semidiameter aperturæ = 0, 38 dig.

interuallum ad quintam lentem = 1, 96 dig.

## V. Pro quinta lente

radius vtriusque faciei = 0, 61 dig.

cuius distantia focalis = 0, 56 dig.

semidiameter aperturæ = 0, 14 dig.

distantia ad oculum = 0, 39 dig.

Ecc 3 .

ficque

sicque longitudo tota = 20  $\frac{1}{2}$  dig. propemodum  
et semidiameter campi = 24  $\frac{1}{2}$  min.

### Scholion 2.

340. Hoc ergo etiam postremum telescopium facile per tubos ductitios ita parari potest, vt com-  
mode quis secum id portare possit, cum lente illa  
concaua omissa hoc telescopium vltra viginti pedes  
excreuisset. Circa tubos autem ductitios hic notari  
oportet, dum ductus ad oculum accommodatur, solam  
lentem ocularem mobilem esse debere, reliquas vero  
lentes omnes in locis hic assignatis perpetuo consistere  
debere, id quod in perpetuum de omnibus telescopiis,  
quae hic tractantur, est tenendum ceterum non opus  
est, vt perfectioni quam variae vitri species largiuntur,  
caput peculiare tribuamus, vt haecenus fecimus, sed  
solutio praecedentis problematis paucis mutandis ad  
hunc scopum accommodari potest, vti in problemate  
sequente ostendemus.

### Problema 3.

341. Si prima lens obiectiua concava ex vitro  
chrySTALLINO pareatur, dum reliquae ex vitro corona-  
rio conficiuntur, constructionem telescopii describere, in  
quo non margo solum coloratus, sed etiam tota con-  
fusio a diuersa radiorum refrangibilitate oriunda peni-  
tus destruat.

Solutio

## Solutio.

Hoc problema, vt haftenus fecimus, ex principiis supra stabilitis si resolvere vellemus, omnia plane eodem modo se essent habitura, vti in problemate praecedente vsque ad eum locum, vbi marginem coloratum sustulimus, atque etiam haec ipsa aequatio non esset discrepatura ab ea, quam in praecedenti problemate tractauimus, quoniam in ea prima lens non in computum venit, ita, vt hinc etiam eadem determinationes obtinerentur atque hucusque litterae  $\mathfrak{B}$  et  $B$  etiam nunc mansurae essent indeterminatae; iam autem demum vltimae aequationis, qua confusio penitus e medio tollitur, ratio erit habenda et aequatio eo pertinens si pro prima lente formulam differentialem  $\frac{dn}{n-1}$  littera  $N$ , pro sequentibus autem lentibus litteris  $N'$  denotemus per hasque aequationem diuidamus, habebimus

$$0 = \frac{N}{N'} - \frac{1}{\mathfrak{B}P} - \frac{1}{B\mathfrak{C} + Pk} - \frac{1}{BPl_k} - \frac{1}{B\mathfrak{C}m}$$

in qua aequatione terminus tertius cum sequentibus prae duobus primis tam sunt exigui, vt sine errore negligi queant, praecipue cum vti iam saepius notauimus, natura rei non permittat, vt haec aequatio accurate resoluator, neque id etiam scopus noster possit. Quare sumtis tantum duobus terminis prioribus colligemus  $\mathfrak{B} = \frac{N'}{NF}$ , scilicet ob hanc conditionem lentis primae e vitro chrySTALLINO parandae totum discrimen in resolutione, in hoc tantum consistit, vt

nunc

nunc cum littera B ante arbitrio nostro mansisset relicta, definiatur; quocirca quia ex Dollondi experimentis habemus  $N:N' = 10:7$  ac praeterea sit  $P = \frac{10}{17}$  consequimur nunc  $B = \frac{17}{100}$  qui valor proxime reducit ad hanc  $B = \frac{1}{6}$ ; siue etiam  $B = \frac{1}{6}$ , qui est ipse valor, quem in praecedentibus iam exemplis ipsi B tribuimus; quicunque autem valor ipsi B tribuatur, in aequationem vltimam, ex qua numerus  $\lambda$  definitur, leue quoddam discrimen ingreditur, cum enim nunc primus terminus per  $\mu$ , sequentes vero per  $\mu'$  sint multiplicandi, diuisione per  $\mu'$  facta haec aequatio fiet

$$\frac{\mu}{\mu'} \lambda = \frac{\lambda'}{B^2 P} + \frac{\lambda''}{B^2 P K} + \frac{\lambda'''}{B^2 P' M} + \frac{\lambda''''}{B^2 P' M} + \frac{\nu}{B^2 P}$$

vbi, vt ante, sumi potest  $\lambda' = 1$  et  $\lambda'' = 1$ , at quia lentes posteriores ex vitro coronario, quo  $n = 1,53$  conficiuntur, pro duabus postremis lentibus, quae vtrinque aequaliter conuexae esse debent, erit  $\lambda''' = \lambda'''' = 1,60006$ , litterae autem eo pertinentes erunt  $\mu' = 0,9875$ ;  $\nu' = 0,2196$ ;  $\xi' = 0,2267$  et  $\sigma' = 1,6601$ ;  $\tau' = 0,9252$ .

Pro prima autem lente chrySTALLINA erit

$$\mu = 0,8724; \nu = 0,2529; \xi = 0,1414; \sigma = 1,5827 \text{ et } \tau = 0,8775.$$

### COROLL. I.

342. Nunc igitur demum intelligitur, cur praefet, primam lentem ex vitro chrySTALLINO parare, quam secun-

secundam, si enim prima est chrySTALLINA sit  $\mathfrak{B} = \frac{1}{2}$  et  $B = \frac{1}{2}$ . Sin autem secundam chrySTALLINAM faceremus, foret  $\mathfrak{B} = \frac{1}{2}$  et  $B = -\frac{1}{2}$ . Quare cum omnes sequentes distantiae multiplicatae sint per  $B$ , eae ac propterea tota longitudo tubi prodiret posteriore casu maior, quam primo, idque in ratione 7: 5.

### COROLL 2.

343. Si discrimen dispersionis ambarum vitri specierum minus esset, quam hic secundum Dollondi experimenta assumimus; tunc fractio pro  $\mathfrak{B}$  assumenda propius ad unitatem accederet, indeque  $B$  maiorem nancisceretur valorem sicque instrumentum longius euaderet; ex quo ad praxin plurimum expedit, ut duae vitri species ratione dispersionis maxime inter se differentes eligantur siquidem hoc modo telescopia multo breuiora redderentur.

### Scholion.

344. Quoniam igitur hic primam lentem ex vitro chrySTALLINO, reliquas ex coronario fieri assumimus, experimentis Dollondianis innixi statuamus  $\mathfrak{B} = \frac{1}{2}$ , ut sit  $B = \frac{1}{2}$  ac posito  $\mathfrak{D} = 2$ , ne lens ocularis fiat nimis parua, elementa nostra sequenti modo se habebunt:

$$b = -\frac{11}{10} a; c = -\frac{2a}{3fh}; d = -\infty; e = -\frac{2a}{m};$$

$$\beta = -\frac{11}{10} a; \gamma = \infty; \delta = -\frac{2a}{fh};$$

Tom. II.

F f f

et

et distantiae focales

$$p = a; q = -\frac{51}{35} a; r = -\frac{1}{2} \frac{a}{pk}; s = -\frac{1}{2} \frac{a}{pk}; t = -\frac{1}{2} \frac{a}{m};$$

hincque interualla

$$\begin{aligned} \alpha + b &= -\frac{1}{35} a; \beta + c = -\frac{51}{35} a - \frac{5a}{2pk} \\ \gamma + d &= \eta a = -\frac{5(1+pk)a}{2p^2k^2} - \frac{5\sqrt{2m(m-1)}a}{2p^2k^2} \\ \delta + e &= -\frac{5a\sqrt{2m(m-1)}}{m^2pk} \end{aligned}$$

$$\text{et distantia oculi } O = -\frac{5\sqrt{2m(m-1)}}{2m^2} a$$

$$\text{existente } Pk = -m + \sqrt{2m(m-1)}$$

$$\text{tum autem semidiameter campi } \Phi = \frac{1778}{\sqrt{2m(m-1)}} \text{ min.}$$

Vt igitur hinc constructionem pro quauis multiplicatione  $m$  inuestigemus, methodo iam saepius adhibita vtentes primo euoluamus casum, quo  $m = 25$  tum vero casum, quo  $m = \infty$ .

### Exemplum 1.

345. Sit multiplicatio  $m = 25$  ac reperietur

$$\sqrt{2m(m-1)} = 34,64101; \text{ hincque}$$

$$Pk = 9,64101; \text{ vnde interualla ita se habebunt:}$$

$$\alpha + b = -0,02a; \beta + c = -2,80930.a$$

$$\gamma + d = -1,21770.a; \delta + e = -0,71860.a$$

$$\text{et distantia Oculi} = -0,13844.a$$

His

His praemissis quaeratur  $\lambda$  ex aequatione supra data et inuenietur

$$\lambda = 3,16815 + 0,007514 + 0,001502 \\ + 0,000579 + 0,14198 \text{ seu}$$

$$\lambda = 3,31972; \text{ vnde fit } \tau \sqrt{\lambda - 1} = 1,33648.$$

Hinc igitur si F et G denotent radios anterioris et posterioris faciei, habebimus

I. Pro prima lente chrySTALLINA

$$F = \frac{\alpha}{\sigma - 1,1261} = 0,1152 = 4,0617 \alpha$$

$$G = \frac{\alpha}{\rho + 1,1261} = 1,1179 = 0,6766 \alpha$$

II. Pro secunda autem lente coronaria erit

$$F = \frac{sb}{s\sigma' + s\sigma'} = 1,1157 = 1,1451 \alpha$$

$$G = \frac{sb}{s\sigma' - s\sigma'} = 1,1157 = -0,5826 \alpha$$

quae constructio pro omni multiplicatione valet.

III. Pro tertia lente coronaria habebimus

$$F = \frac{c}{\sigma'} = 0,1157 = -\frac{11,0278 \cdot \alpha}{Pk} = -1,1438 \alpha$$

$$G = \frac{c}{\sigma'} = 1,1157 = -\frac{1,1055 \cdot \alpha}{Pk} = -0,1562 \alpha$$

vbi valores penultimi pro omni multiplicatione valent.

IV. Pro quarta lente itidem coronaria, cuius distantia focalis  $= s = -\frac{1\alpha}{Pk}$ , erit

$$F = G = 1,06 \cdot s = -\frac{1,10 \cdot \alpha}{Pk} = -0,5497 \alpha$$

vbi valor penultimus pro omni multiplicatione valet.

Fff 2

V. Pro



V. Pro quinta lente etiam coronaria  
cuius distantia focalis est  $f = -\frac{a}{m}$ , erit

$F = G = 1,06$ .  $f = -\frac{121a}{m} = -0,212.a$   
vbi iterum forma penultima pro omni multiplicatio-  
ne valet.

### Exemplum II.

346. Si sit multiplicatio  $m$  infinita seu prae-  
grandis, erit  $\sqrt{2m(m+1)} = m\sqrt{2} = 1,41421.m$   
hincque  $Pk = 0,41421.m$ ; vnde intervalla erunt

$$a + b = -0,02.a;$$

$$\beta + c = -2,55.a - 6,0356.\frac{a}{m};$$

$$\gamma + d = -26,6425.\frac{a}{m}; \delta + e = -17,0712.\frac{a}{m};$$

et distantia oculi  $O = -8,5355.\frac{a}{m}$ .

His praemissis quaeratur  $\lambda$  ex aequatione data  
et habebitur

$$\lambda = 3,16815 + c, 14198 = 3,31013$$

vnde fit  $\tau\sqrt{\lambda-1} = 1,3337$ ; quare habebitur

#### I. Pro prima lente

$$F = \frac{a}{a - 15,5947} = 0,3800 = 4,0160.a$$

$$G = \frac{a}{8 + 1,1237} = 0,6779.a$$

II. Secunda lens convenit cum exemplo praecedente.

#### III. Pro tertia lente erit

$$F = \frac{-11,0195.a}{Fk} = -26,6237.\frac{a}{m}$$

$$G = \frac{-1,5057.a}{Fk} = -3,6357.\frac{a}{m}$$

#### IV. Pro

IV. Pro quarta lente erit

$$F = G = \frac{-521a}{f^4} = -12,7955 \cdot \frac{a}{m}$$

V. Pro quinta denique lente

$$F = G = -5,3 \cdot \frac{a}{m}$$

Elementa autem sequenti modo se habebunt:

$$b = -1,02a; \epsilon = -6,0355 \cdot \frac{a}{m}; \delta = -12,0710 \cdot \frac{a}{m}$$

$$\beta = -2,55a; \gamma = \infty; d = -\infty; e = -5 \cdot \frac{a}{m}$$

hincque distantiae focales

$$p = a; q = -0,72857 \cdot a; r = -6,0355 \cdot \frac{a}{m}$$

$$s = -12,0710 \cdot \frac{a}{m}; t = -5 \cdot \frac{a}{m}.$$

### Exemplum III.

347. Ex collatione praecedentium exemplorum pro quavis multiplicatione maiore  $m$  constructionem huiusmodi telescopiorum describere.

Primo elementa sequenti modo expressa reperientur:

$$b_1 = -1,02a; \beta = -2,55a;$$

$$\epsilon = -(6,0355 + \frac{113,1750}{m}) \cdot \frac{a}{m}; \gamma = \infty; d = -\infty;$$

$$\delta = -(12,0710 + \frac{32,1500}{m}) \cdot \frac{a}{m}; e = -5 \cdot \frac{a}{m};$$

Hincque distantiae focales:

$$p = a; q = -0,72857 \cdot a; r = -(6,0355 + \frac{113,1750}{m}) \cdot \frac{a}{m};$$

$$s = -(12,0710 + \frac{32,1500}{m}) \cdot \frac{a}{m}; t = -5 \cdot \frac{a}{m};$$

F f f 3

et

et intervalla lentium

$$a+b=-0,02a; \beta+\epsilon=-2,55a-(6,0355+\frac{11,1950}{m})\frac{a}{m};$$

$$\gamma+d=-(26,6425+\frac{0,5}{m})\frac{a}{m};$$

$$\delta+\epsilon=-(17,0710+\frac{0,25500}{m})\frac{a}{m};$$

et distantia oculi  $O=-(3,5355-\frac{1,1655}{m})\frac{a}{m};$

et tandem semidiameter campi semper est

$$\Phi = \frac{1,711}{\sqrt{2m(m-1)}} \text{ min.}$$

Lentium vero constructio ipsa ita se habebit:

I. Pro prima lente chrySTALLINA

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = (4,0160 + \frac{1,14}{m})a \\ \text{poster.} = (0,6779 - \frac{0,2555}{m})a \end{cases}$$

II. Pro secunda lente coronaria

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = -1,1451.a \\ \text{poster.} = -0,5826.a \end{cases}$$

III. Pro tertia lente coronaria

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = -(26,6237 + \frac{12,11}{m})\frac{a}{m} \\ \text{poster.} = -(3,6357 + \frac{0,277}{m})\frac{a}{m} \end{cases}$$

IV. Pro quarta lente coronaria

$$\text{radius vtriusque faciei} = -(12,7953 + \frac{0,565}{m})\frac{a}{m}$$

V. Pro quinta lente coronaria

$$\text{radius vtriusque faciei} = -5,30.\frac{a}{m}.$$

Nunc

Nunc denique iudicandum restat, quantum valorem ipsi  $\alpha$  tribui conueniat. Hunc in finem consideretur duarum priorum lentium radius minimus, qui est  $-0,5826$ .  $\alpha$  cuius pars quarta  $-0,1456$ .  $\alpha$  ponatur aequalis semidiametro aperturæ  $\frac{m}{10}$ ; indeque reperietur  $\alpha = -\frac{m}{7,12}$ ; quo quidem valore quantitas  $\alpha$  minor accipi non debet; quocirca sumatur  $\alpha = -\frac{m}{7}$ ; atque obtinebitur sequens

### Constructio huiusmodi Telescopiorum pro quauis multiplicatione $m$ .

Posita igitur distantia focali  $\alpha = -\frac{m}{7}$  dig. impletrabimus pro constructione quaesita sequentes mensuras.

#### I. Pro prima lente chrySTALLINA

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = (-0,5737.m - 0,16) \text{ dig.} \\ \text{poster.} = (-0,0968.m + 0,004) \text{ dig.} \end{cases}$$

$$\text{cuius distantia focalis} = -\frac{m}{7} \text{ dig.}$$

$$\text{semidiameter aperturæ} = \frac{m}{10} \text{ dig.}$$

$$\text{interuallum ad lentem secundam} = 0,00286.m \text{ dig.}$$

#### II. Pro secunda lente coronaria

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 0,1636.m \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 0,0832.m \text{ dig.} \end{cases}$$

$$\text{cuius distantia focalis est} = 0,10408.m \text{ dig.}$$

$$\text{semidiameter aperturæ} = \frac{m}{10} \text{ dig.}$$

$$\text{interuall. ad lentem tertiam} = (0,3643.m + 0,86 + \frac{16}{m}) \text{ dig.}$$

#### III. Pro

## III. Pro tertia lente coronaria

radius faciei  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = (3,80 + \frac{7,20}{m}) \text{ dig.} \\ \text{poster.} = (0,52 + \frac{0,2}{m}) \text{ dig.} \end{array} \right.$   
 cuius distantia focalis est  $(0,86 + \frac{1,6}{m}) \text{ dig.}$   
 semidiameter aperturæ = 0,13 dig.  
 intervallum ad quartam =  $(3,80 + \frac{11}{m}) \text{ dig.}$

## IV. Pro quarta lente coronaria

radius faciei utriusque =  $(1,82 + \frac{31}{m}) \text{ dig.}$   
 cuius distantia focalis est  $(1,72 + \frac{1,1}{m}) \text{ dig.}$   
 semidiameter aperturæ = 0,43 dig.  
 intervallum ad quintam =  $(2,44 + \frac{2,2}{m}) \text{ dig.}$

## V. Pro quinta lente coronaria

radius utriusque faciei = 0,76. dig.  
 cuius distantia focalis = 0,71. dig.  
 semidiameter aperturæ = 0,18 dig.  
 intervallum ad oculum =  $(0,50 - \frac{0,2}{m}) \text{ dig.}$

VI. Tota ergo, telescopii longitudo inde colligitur hæc:  $(0,3672.m + 7,60 + \frac{12,6}{m}) \text{ dig.}$  unde patet, si  $m = 100$ , longitudinem instrumenti non esse superatorem  $44\frac{1}{2} \text{ dig.}$

VII. Semidiameter denique campi apparentis erit  $\Phi = \frac{1719}{\sqrt{2,76(m-1)}} \text{ min.}$ , qui ergo pro  $m = 100$  fiet 12 minut. Scho-

## Scholion.

346. Haec ergo telescopia adhuc satis breuia forent, si modo in praxi lentes quam exactissime secundum mensuras praescriptas liceret elaborare et si etiam vtraque vitri species praecise eandem refractionem admitteret, quam hic supposuimus; perpetuo autem tenendum est, si vitri refractionis discrepet ab ea, quam assumimus, tunc totum calculum de nouo esse instituendum, qui scilicet ad formationem lentium spectat; deinde vero etiam haec regula probe est obseruanda, vt, quo minus felicissimum successum ab artifice expectare queamus, mensurae hic praescriptae augeri atque adeo duplicari vel triplicari debeant; id quod commodissime fiet, si digiti mensuram multo maiorem accipiamus. Semper autem etiamsi artifex summam industriam adhibeat, vix vnquam sperandum erit, vt primum statim, quod produxerit, instrumentum voto respondeat; quin potius semper necesse erit, vt lentis primae concavae praesertim plura exempla elaborentur, vt ex iis optimum per experientiam eligi possit; quamuis enim eadem mensurae retineantur; tamen semper vsu veniet, vt plura exempla omnia inter se aliquid discrepent. Quin etiam saepe consulendum erit, ipsam mensuram pro constructione huius lentis aliquantillum immutare; ita tamen, vt eadem distantia focalis conseruetur, et pro quauis mensura aliquot exempla conficere, scilicet si ex theoria radii facierum anterioris et posterioris istius lentis in-

Tom. II.

G g g

uenti

uenti fuerint F et G, hanc figuram saepe ita immutari conueniet, vt capatur radius faciei anterioris  $= F + F' \omega$  posterioris vero  $= G + G' \omega$ , sumendo pro  $\omega$  tantilla fractione, quae adhuc in praxi sentiri queat; tum enim in distantia focali nihil mutabitur. Denique etiam quaedam monenda restant circa diaphragmata in huiusmodi telescopijs usurpanda, quia enim in iis duae imagines reales reperiuntur in utriusque loco etiam diaphragma constitui poterit, cuius apertura ipsam illam imaginem capere debet. Primae autem imaginis semidiameter est

$$= a \Phi B = B a M \xi = \frac{1}{2} M B a.$$

est vero M in nostro casu  $= \frac{1}{\sqrt{2m(m-1)}}$  et B  $= \frac{1}{\sqrt{2m(m-1)}}$  adeoque iste semidiameter erit  $= \frac{1}{\sqrt{2m(m-1)}}$  sumtoque  $a = \frac{1}{2}$ , vt ante, semidiameter iste erit

$$= \frac{1}{2\sqrt{2m(m-1)}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \text{ dig.}$$

nisi  $m$  sit numerus paruus. Secundae autem imaginis semidiameter est  $= a \Phi. B C D = a \Phi B \vartheta$ ; quaecum sumserimus  $\vartheta = 2$  posterius diaphragma aperturam habere debet cuius semidiameter sit duplo maior, quam antecedens, scilicet  $\frac{1}{2}$  dig. a quo vero nullus vfus expectari poterit, cum postremae lentes ipsae multo minorem aperturam postulent, ita, vt solum diaphragma prius vtilitatem habere possit, cui etiam, si libuerit, micrometrum applicari poterit.

---

## SECTIO.

# SECTIONIS TERTIAE.

## CAPVT III.

DE

### ALTERA TERTII GENERIS

TELESCOPIORVM SPECIE PRINCIPALI, EO-  
RVMQVE PERFECTIONE.

#### Definitio.

349.

**A**d alteram hanc speciem referimus ea telescopia, quae supra §. 310. et quidem speciatim in subnexo Corollario 2. §. 314. sunt explicata, in quibus scilicet lens secunda adhuc ante primam imaginem realem collocatur; tertia vero lens, post hanc imaginem in eo loco, ubi lentis primae instar obiecti consideratae imago per secundam lentem projiceretur, qui locus cum ante imaginem secundam cadat, lens quarta ocularis in debito loco constituitur. Speciatim autem si primae lentis distantia focalis ponatur,  $= a$ , secunda lens ita statuitur, ut sit  $b = -\frac{a}{\sqrt{n}}$  siue intervallum primae et secundae lentis  $= a(1 - \frac{1}{\sqrt{n}})$ .

G g 2

Coroll.



## COROLL. I.

350. Cum igitur haec telescopia quatuor consent lentibus, pro iis elementa ita se habebunt:

$$b = \frac{a}{\sqrt{m}}; \beta = \frac{\sqrt{m-1}}{2m} a; c = \frac{\sqrt{m-1}}{2m} a;$$

$$\gamma = \frac{\sqrt{m-1}}{2m} C a; d = \frac{\sqrt{m-1}}{2m\sqrt{m}} C a;$$

ita, vt sit  $B = \frac{1-\sqrt{m}}{2\sqrt{m}}$ ;  $\mathfrak{B} = \frac{1-\sqrt{m}}{2\sqrt{m}}$ ; et C arbitrio nostro relinquatur.

## COROLL. 2.

351. Ex his elementis erunt lentium distantiae focales

$$p = a; q = \frac{\sqrt{m-1}}{(1+\sqrt{m})\sqrt{m}} a; r = \frac{\sqrt{m-1}}{2m} C a;$$

$$\text{et } s = \frac{\sqrt{m-1}}{2m\sqrt{m}} C a. \text{ et lentium intervalla}$$

$$a + b = (1 - \frac{1}{\sqrt{m}})a; \beta + c = \frac{\sqrt{m-1}}{m} a; \gamma + d = \frac{\sqrt{m-1}}{2m\sqrt{m}} C a$$

et distantia oculi  $O = \frac{m-1}{2m\sqrt{m}} a$ ; ita, vt tota longitudo futura sit  $= \frac{m-1}{m} (1 + \frac{1+\sqrt{m}C}{2m}) a$  vbi tantum notandum est, pro C numerum positium accipi debere.

## COROLL. 3.

352. Litterae autem maiusculae P, Q, R pro hac specie fient  $P = \sqrt{m}$ ;  $Q = -1$  et  $R = -\sqrt{m}$  ita, vt hinc prodeat  $PQR = m$ , vti rei natura postulat.

Scho-

## Scholion.

353. Hic autem inprimis rationem reddere oportet conditionis in definitione commemoratae, quae diximus, lentem tertiam ibi esse collocandam, ubi primae lentis instar obiecti consideratae imago per secundam lentem proiecta esset casura. Cum enim secundae lentis distantia focalis sit  $q = \frac{\sqrt{m-1}}{(1+\sqrt{m})\sqrt{n}} \cdot \alpha$ , eius autem distantia a prima lente  $= (1 - \frac{1}{\sqrt{n}}) \cdot \alpha$ , quae vocetur  $y$ , si prima lens uti obiectum consideretur, eius imago post secundam lentem cadet ad distantiam  $\zeta = \frac{2q}{y-q}$ ; est vero  $y - q = \frac{\sqrt{m-1}}{\sqrt{n}+1} \cdot \alpha$  hincque  $\zeta = \frac{\sqrt{m-1}}{m} \cdot \alpha$ , cui praecise distantia tertiae lentis a secunda aequatur. Hanc autem conditionem ideo in definitionem introduximus, quoniam eius ope locus tertiae lentis facillime per praxin assignatur. Ceterum supra iam notauimus, semidiametrum campi apparentis fore  $\Phi = \frac{asc}{m+\sqrt{m}}$  min. qui utique augmentatione indiget, cum has lentes perficere conabimur. Denique ibidem quoque est ostensum, semidiametrum aperturae tertiae lentis statui debere  $= \frac{1}{3}$  dig.

Pro secunda autem lente, quia posuimus,  $\pi = \omega \zeta$  et  $\omega = -\zeta = -\frac{1}{\sqrt{m}}$ , semidiameter eius aperturae esse debet  $= \frac{q}{\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{m-1}}{m(1+\sqrt{n})} \cdot \alpha$ .

## Problema I.

354. Inter binas postremas lentes huius telescopiorum speciei nouam lentem inlerere, qua campus apprens magis amplificetur.

G g g 3

Solutio.

## Solutio.

Cum igitur hic occurrant quinque lentes statu-  
antur nostrae quaternae fractiones:

$$\frac{a}{b} = -P; \frac{b}{c} = -Q; \frac{c}{d} = -R; \frac{d}{e} = -S.$$

quarum litterarum duae debent esse negatiuae, quarum  
prior erit Q statuaturque  $Q = -k$ ; altera vero erit  
R vel S; viram autem negatiuam statim conueniat,  
nendum definiamus. Hinc igitur elementa nostra  
erunt

$$b = \frac{-a}{P}; c = \frac{-ba}{Pk}; d = \frac{BCD\alpha}{PKR}; e = \frac{-BCD\alpha}{PKRS};$$

$$\beta = \frac{-ba}{P}; \gamma = \frac{-BC\alpha}{Pk}; \delta = \frac{BCD\alpha}{PKR};$$

distanciae autem focales:

$$p = a; q = \frac{-ba}{P}; r = \frac{-bCa}{Pk}; s = \frac{BCD\alpha}{PKR}; t = \frac{-BCD\alpha}{PKRS};$$

hincque lentium intervalla

$$\alpha + b = a(1 - \frac{1}{P}); \beta + c = \frac{-ba}{P}(1 + \frac{1}{k})$$

$$\gamma + d = \frac{-BC\alpha}{Pk}(1 - k); \delta + e = \frac{BCD\alpha}{PKR}(1 - \frac{1}{S})$$

quae cum esse debeant positiua et a iam sit positi-  
uum, necesse est, vt sit 1°.  $P > 1$ ; 2°.  $B < 0$ ; 3°. quod  
ad bina reliqua intervalla attinet, duos casus distin-  
gui conuenit.

*Casus prior*, quo  $R > 0$  et  $S = -k'$ , hocque casu  
debet esse  $C(1 - \frac{1}{k}) > 0$  et  $CD < 0$ ; quo  
ipso etiam fit e positiuum.

*Casus posterior*, quo  $R < 0$  seu  $R = -k'$  et  $S > 0$ .  
Hoc ergo casu esse debet  $C > 0$  ideoque etiam

$$e > 0.$$

$\epsilon > 0$ , at  $\epsilon < 1$  et  $D(1 - \frac{1}{2}) > 0$ . Vt autem etiam fiat  $\epsilon > 0$ , debet esse  $D < 0$ , ideoque  $S < 1$ .

Nunc igitur consideremus campum apparentem, cuius semidiameter est  $\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi'''}{m-1}$  ac statuamus, vt haecenus,  $\pi = -\omega \xi$ ;  $\pi' = 0$  ex natura huius speciei;  $\pi'' = -\xi$ ; et  $\pi''' = \xi$  vt fiat

$$\Phi = \frac{\omega + 1}{m-1} \xi = M \xi, \text{ existente } M = \frac{\omega + 1}{m-1};$$

atque hinc iam statim pro loco oculi prodit

$$O = \frac{r}{Mm} = \frac{(m-1)r}{m(\omega+1)}.$$

Aequationes porro fundamentales erunt:

$$1^\circ. \frac{\omega \pi}{\Phi} = 1 - P; \text{ seu } \mathfrak{B} \omega = -(1 - P) M$$

$$2^\circ. 0 = -(1 + Pk) M - \omega$$

$$3^\circ. \mathfrak{D} = -(1 + PkR) M - \omega$$

vbi cum ex prima sit  $\omega = \frac{-(1-P)M}{\mathfrak{B}}$  hic valor in secunda substitutus dat  $0 = (1 + Pk) \mathfrak{B} + P - 1$ ; vnde sequitur  $\mathfrak{B} = -\frac{(P-1)}{1+Pk}$ ; ita, vt  $\mathfrak{B}$  ac proinde etiam  $B$  sit numerus negatiuus; sit autem  $B = \frac{-(P-1)}{P(1+Pk)}$  et  $\omega = -(1 + Pk) M$ ; tum vero ex tertia erit  $\mathfrak{D} = Pk(1 - R)M$ , litterae vero  $C$  et  $\mathfrak{C}$  arbitrio nostro manens relictæ. Pro binis ergo casibus memoratis erit

*Pro priore*, quo  $S = -k'$ ,  $\mathfrak{D} = Pk(1 - R)M$ . Si ergo fuerit  $R > 1$  debet esse  $C > 0$  et  $D < 0$  at cum fiat  $\mathfrak{D} < 0$ , sponte illa conditio  $D < 0$  impletur. Sin autem sit  $R < 1$  erit  $\mathfrak{D} > 0$ ; debet

debet autem esse  $C < 0$  et  $D > 0$ , consequenter  $\mathfrak{D} < 1$ , ideoque  $Pk(1-R)M < 1$ .

*Pro posteriore casu*, quo  $R = -k'$ , erit  $\mathfrak{D} = Pk(1+k')M$  ideoque  $\mathfrak{D} > 0$  ante autem vidimus, hoc casu esse debere  $C > 0$  adeoque  $\mathfrak{E} > 0$  et  $\mathfrak{E} < 1$ . Tum vero  $D(1 - \frac{1}{S}) > 0$ . Quare cum esse debeat  $S < 1$ , erit  $D < 0$  unde ob  $\mathfrak{D} > 0$  colligitur  $\mathfrak{D} > 1$ .

Nunc pro tollendo margine colorato habebitur hæc æquatio:

$$0 = \frac{\omega}{F} - \frac{1}{FkR} - \frac{1}{FkRS};$$

ex qua colligitur

$0 = \omega kRS - S - 1$ ; seu  $0 = kRS(1 + Pk)M + S + 1$  ubi ergo binos nostros casus distingui oportet.

- I. Si  $S = -k'$ , habebitur  $0 = -kk'R(1 + Pk)M - k' + 1$  unde fit  $R = \frac{1-k'}{kk'(1+Pk)M}$ ; unde patet, esse debere  $k' < 1$ . unde si prodeat  $R > 1$ , debet esse  $C > 0$  et  $D < 0$ . Sin autem prodeat  $R < 1$  debet esse  $D > 0$ ,  $C < 0$ ,  $\mathfrak{D} > 0$  et  $\mathfrak{D} < 1$ . adeoque  $Pk(1-R)M < 1$ .
- II. Si  $R = -k'$ , erit  $0 = -kk'S(1 + Pk)M + S + 1$  unde colligitur  $k' = \frac{S+1}{kS(1+Pk)M}$  quæ expressio per se est positiva. Hoc autem casu supra vidimus esse debere  $C > 0$  adeoque  $\mathfrak{E} < 0$  et  $\mathfrak{E} < 1$  et  $D < 0$ , ita, vt hoc casu fumenndum sit  $S < 1$ .

Deni-

Denique hic meminisse oportet, esse  $PARS = -m$ ,  
 quae conditio secundum binos casus considerari debet.

I. casu, quo  $S = -k'$ , ob  $R = \frac{m}{P+k'}$  nostra aequatio dat  $0 = -\frac{m}{P} (1 + Pk) M - k' + 1$  unde colligitur  $k' = 1 - \frac{m}{P} (1 + Pk) M$ ; ita, ut esse debeat  $m (1 + Pk) M < P$  ubi notetur, si prodeat  $R > 1$ , esse debere  $C > 0$  et  $D < 0$ ; si autem prodeat  $R < 1$ , debere esse  $C < 0$  et  $D > 0$ ,  $\mathcal{D} > 0$  et  $\mathcal{D} < 1$ .

II. casu, si  $R = -k'$ , ut sit  $m = Pk k' S$ , nostra aequatio dat  $0 = -\frac{m}{P} (1 + Pk) M + S + 1$ ; unde colligitur  $S = \frac{m}{P} (1 + Pk) M - 1$  ita, ut esse debeat  $m (1 + Pk) M > P$ . Cum autem debeat esse  $S < 1$ , etiam esse debet  $m (1 + Pk) M < 2P$ ; praeterea recordemur, esse debere  $C > 0$ , adeoque  $\mathcal{E} > 0$  et  $\mathcal{E} < 1$ , et  $D < 0$ .

Tandem circa has formulas probe obseruandum est ob valorem  $\omega$  inuentum litteram  $M$  per reliqua elementa commodè exprimi posse. Cum enim sit

$$\omega = -(1 + Pk) M, \text{ aequatio } \frac{\omega+1}{m-1} = M \text{ dabit}$$

$$M = \frac{1}{m+Pk} \text{ et } \omega = \frac{-1(1+Pk)}{m+Pk}$$

ita, ut pra campo apparente prodeat

$$\Phi = \frac{1}{m+Pk} \cdot \xi \text{ seu } \Phi = \frac{1+g}{m+Pk} \text{ min.}$$

Tem. II.

H h h

Tum

Tum vero etiam pro loco oculi  $O = \frac{e(m+Pk)}{2m}$ .  
 Quibus observatis binos casus seorsim evoluiamus.

I. Evolutio casus, quo  $S = -k'$ .

355. Hoc ergo casu elementa nostra ita se habebunt:

$$b = -\frac{\alpha}{P}; c = -\frac{B\alpha}{Pk}; d = \frac{BC\alpha}{PkR}; e = \frac{BCD\alpha}{m};$$

$$\beta = -\frac{B\alpha}{P}; \gamma = -\frac{BC\alpha}{Pk}; \delta = \frac{BCD\alpha}{PkR};$$

hincque intervalla

$$\alpha + b = \alpha(1 - \frac{1}{P}); \beta + c = -\frac{B\alpha}{P}(1 + \frac{1}{k})$$

$$\gamma + d = -\frac{BC\alpha}{Pk}(1 - \frac{1}{k}); \delta + e = \frac{BCD\alpha}{PkR}(1 + k')$$

vbi ergo esse debet  $P > 1$ , et  $B = \frac{-(P-1)}{1+k}$  hincque  
 $B = \frac{-(P-1)}{P(1+k)}$ .

Tertium vero intervallum dat hanc conditionem  
 $C(1 - \frac{1}{k}) > 0$  et vltimum  $CD < 0$ ; est autem  
 $D = Pk(1 - R)M = \frac{2Pk(1-R)}{m+Pk}$  et  $D = \frac{2Pk(1-R)}{m-Pk+2PkR}$ .

Destructio autem marginis colorati postulat, vt sit

$$k' = 1 - \frac{m}{P}(1 + Pk)M = 1 - \frac{2m(1+Pk)}{P(m+Pk)} \text{ et}$$

$$R = \frac{m(m+Pk)}{k(P(m+Pk) - 2m(1+Pk))};$$

quamobrem debet esse  $P(m + Pk) > 2m(1 + Pk)$   
 ideoque  $k < \frac{m(P-1)}{P(2m-P)}$ ; quare cum illa quantitas maior debeat esse, quam  $k$ , ob  $2m > P$ , debet esse  $P > 2$ ;  
 ex qua etiam conditione patet, semper esse debere

$$R > 1$$

$R > 1$  adeoque  $C > 0$  et  $D < 0$ , vti ex valore ipsius  $D$  manifestum est. Quo his conditionibus satisfiat formulaeque eadant simpliciores, statuamus  $Pk = \sqrt{m}$  vt fiat  $M = \frac{2}{m + \sqrt{m}}$  ideoque  $\Phi = \frac{2}{m + \sqrt{m}} \cdot \xi = \frac{1712}{m + \sqrt{m}}$  min. qui valor duplo maior est, quam ante. Tum vero erit  $\omega = \frac{2(1 + \sqrt{m})}{m + \sqrt{m}}$ ; porro si capiatur  $P = 4\sqrt{m}$ , prodit  $k = \frac{1}{2}$ ;  $R = 2\sqrt{m}$  et  $k' = \frac{1}{2}$  hincque  $\mathfrak{D} = \frac{2(1 - 2\sqrt{m})}{1 + \sqrt{m}}$  et  $D = \frac{2(1 - 2\sqrt{m})}{1 + \sqrt{m}}$ . Praeterea vero  $\mathfrak{B} = -\frac{(2\sqrt{m} - 1)}{1 + \sqrt{m}}$  et  $B = -\frac{(2\sqrt{m} - 1)}{1 + \sqrt{m}}$ ; vnde omnia interualla prodibunt positia, dummodo pro  $C$  sumatur quantitas positia.

## II. Euolutio casus, quo $R = -k'$ .

356. Pro hoc ergo casu destructio marginis colorati praebet

$$0 = -\frac{2m(1 + Pk)}{P(m + Pk)} + S + 1$$

vnde concluditur

$$S = \frac{2m(1 + Pk)}{P(m + Pk)} - 1$$

ita, vt esse debeat

$$2m(1 + Pk) > P(m + Pk)$$

tum vero ob  $S < 1$ , debet esse

$$2m(1 + Pk) < 2P(m + Pk)$$

statuamus nunc iterum, vt ante,  $Pk = \sqrt{m}$  fietque  $S = \frac{2\sqrt{m}}{P} - 1$ , ita, vt nunc capi debeat  $P < 2\sqrt{m}$  et  $P > \sqrt{m}$ ; littera autem  $k$  cadet intra limites 1 et  $\frac{1}{2}$ .

H h h 2

Tum



Tum vero ob  $S = \frac{2\sqrt{m}}{k} - 1$  erit  $k' = \frac{m}{2\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{m}}{2}$ .

Definito autem  $P$  erit

$$B = -\frac{(P-1)}{1+\sqrt{m}} \text{ et } B = -\frac{(P-1)}{P+\sqrt{m}} \text{ et}$$

$$D = \frac{2(1+k')}{1+\sqrt{m}} \text{ et } D = \frac{2(1+k')}{\sqrt{m}-1} \text{ siue}$$

$$D = \frac{2(2\sqrt{m}-P+\sqrt{m})}{(1+\sqrt{m})(2\sqrt{m}-P)}$$

qui valor cum sit positivus et unitate maior, littera  $D$  sponte fit negativus, quemadmodum conditiones postulant, dummodo  $C$  capiatur positivum. Quo autem omnia plene determinentur, statuamus insuper  $P = \frac{1}{2}\sqrt{m}$  ac fiet  $k = \frac{1}{2}$ ;  $k' = 2\sqrt{m}$ , et  $S = \frac{1}{2}$ .

$$B = -\frac{(1\sqrt{m}-1)}{2(1+\sqrt{m})} \text{ et } B = -\frac{(1\sqrt{m}-1)}{2\sqrt{m}}$$

$$D = \frac{2(2\sqrt{m}+1)}{\sqrt{m}+1} \text{ et } D = \frac{2(2\sqrt{m}+1)}{2\sqrt{m}+1}$$

quibus valoribus omnibus conditionibus fatissit.

### Scholion.

357. En ergo duos casus huiusmodi telescopiorum penitus determinatos pro data multiplicatione  $m$ , quorum effectus in praxi idem esse debet. Cum autem posteriore casu longitudo instrumenti minor eadat, quam priore, cum merito hic praeferimus; quam obrem operae pretium erit, in constructionem istorum Telescopiorum adcuratius inquirere. Notatis igitur praecipuarum litterarum valoribus, scilicet

$$P = \frac{1}{2}\sqrt{m}; k = \frac{1}{2}; k' = 2\sqrt{m} = -R; S = \frac{1}{2};$$

$$B =$$

$$\mathfrak{B} = -\frac{(1\sqrt{m}-1)}{2(1+\sqrt{m})}; \mathfrak{B} = -\frac{(1\sqrt{m}-1)}{2\sqrt{m}}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{1(1\sqrt{m}+1)}{\sqrt{m}+1}; \mathfrak{D} = -\frac{1(1\sqrt{m}+1)}{2\sqrt{m}+1};$$

et quia C debet esse positivum, ponatur

$$I. C = \vartheta \text{ ut sit } \mathfrak{C} = \frac{\vartheta}{1+\vartheta};$$

elementa nostra ita erunt expressa:

$$b = -\frac{1\alpha}{2\sqrt{m}}; \beta = \frac{1(1\sqrt{m}-1)\alpha}{2m};$$

$$c = \frac{1\sqrt{m}-1}{2m}; \gamma = \frac{\vartheta(1\sqrt{m}+1)}{2m};$$

$$d = \frac{\vartheta(1\sqrt{m}-1)}{2m\sqrt{m}}; \delta = \frac{-1\vartheta(1\sqrt{m}-1)(1\sqrt{m}+1)}{2m(2\sqrt{m}+1)\sqrt{m}}\alpha;$$

$$e = \frac{1\vartheta(1\sqrt{m}-1)(1\sqrt{m}+1)}{2(2\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}\alpha;$$

hinc distantiae focales

$$p = \alpha; q = \frac{1\sqrt{m}-1}{2(1+\sqrt{m})\sqrt{m}}\alpha; r = \frac{\vartheta}{1+\vartheta} \cdot \frac{1\sqrt{m}-1}{2m}\alpha;$$

$$s = \frac{1\vartheta(1\sqrt{m}-1)(1\sqrt{m}+1)}{2m(2\sqrt{m}+1)\sqrt{m}}\alpha \text{ et}$$

$$t = \frac{1\vartheta(1\sqrt{m}-1)(1\sqrt{m}+1)}{2(2\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}\alpha;$$

et lentium intervalla

$$\alpha + b = \alpha(1 - \frac{1}{2\sqrt{m}}); \beta + c = \frac{1\sqrt{m}-1}{2m}\alpha;$$

$$\gamma + d = \frac{\vartheta(1\sqrt{m}-1)(1\sqrt{m}+1)}{2m\sqrt{m}}\alpha;$$

$$\delta + e = \frac{1\vartheta(1\sqrt{m}-1)(1\sqrt{m}+1)}{2m(2\sqrt{m}+1)\sqrt{m}}\alpha;$$

et distantia oculi

$$O = \frac{1(1+\sqrt{m})}{2\sqrt{m}} = \frac{\vartheta(1+\sqrt{m})(1\sqrt{m}-1)(1\sqrt{m}+1)}{2m^2(2\sqrt{m}+1)}\alpha$$

unde tota oritur longitudo telescopii

$$= \alpha \frac{1\sqrt{m}-1}{2m}(1+\sqrt{m}) + \frac{\vartheta(1+\sqrt{m})(1\sqrt{m}-1)(1\sqrt{m}+1)(2\sqrt{m}+1)}{2m^2(2\sqrt{m}+1)}$$

H h h 3

ita,

ita, vt si  $m$  sit numerus praemagnus, haec longitudo fiat  $(1 + \frac{1}{\sqrt{m}} + \frac{1}{2\sqrt{m}}) \alpha$  et quia hoc casu fit  $e = \frac{1+\frac{1}{2}\frac{\alpha}{m}}{2+\frac{1}{2}\frac{\alpha}{m}}$ , si liceret capere  $\alpha = \frac{m}{7}$  dig.; statui conueniret  $S = 5$ , vt vltimae lentis distantia focalis fieret circiter  $\frac{1}{2}$  dig.; quando autem  $\alpha$  multo maiorem obtinet valorem, facile capi poterit  $S = 1$ .

II. Adcuratius etiam inquirere debemus, quantam aperturam cuique lenti tribui oporteat, ac pro prima quidem lente semper sumi solet semidiameter aperturae  $x = \frac{m}{10}$  dig. pro reliquis lentibus ex formulis supra expositis colligitur:

Semidiameter aperturae secundae lentis

$$= \pi q \pm \frac{qx}{8r} = \frac{1}{2} \omega q + \frac{qx}{8z}$$

$$= \frac{1}{2} q \left( \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{2\sqrt{m}-1} \cdot \frac{x}{\alpha} \right)$$

Semidiameter aperturae tertiae lentis

$$= \frac{rx}{8qr} = \frac{x}{\sqrt{m}} = \frac{1}{10} \text{ dig.}$$

Quarta autem et quinta lens maximam aperturam capere debent; vnde eas vtrinque conuexas effici oportet.

III. Quod nunc ad litteras  $\lambda$  attinet, pro prima lente semper sumi conuenit  $\lambda = 1$ , qui valor etiam pro secunda lente sumi posse videtur, siquidem numerus  $m$  non sit admodum paruus, de quo autem quouis casu seorsim erit dispiciendum. Pro tertia enim lente ob minimam aperturam nullum est dubium,

um, quin sumi possit  $\lambda'' = 1$ . Quoniam vero quarta lens debet esse vtrique aequaliter conuexa, pro ea sumi debet

$$\begin{aligned}\lambda'' &= 1 + \left(\frac{\sigma - \rho}{2\tau}\right)^2 (1 + 2\mathfrak{D})^2 \\ &= 1 + \left(\frac{\sigma - \rho}{2\tau}\right)^2 \left(\frac{1 + \sqrt{m+1}}{\sqrt{m+1}}\right)^2.\end{aligned}$$

Pro quinta autem lente erit  $\lambda''' = 1 + \left(\frac{\sigma - \rho}{2\tau}\right)^2$ .

IV. His igitur valoribus pro  $\lambda, \lambda' \dots$  stabilitis quantitas  $\alpha$  ex sequente formula definiri debet:

$$\alpha = kx\sqrt{\mu m} \left\{ \begin{aligned} &\lambda - \frac{1}{\mathfrak{G}^2} \left( \frac{\lambda'}{\mathfrak{G}^2} + \frac{\gamma}{\mathfrak{B}} \right) - \frac{1}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{G}^2 k} \left( \frac{\lambda''}{\mathfrak{G}^2} + \frac{\gamma}{\mathfrak{C}} \right) \\ &- \frac{1}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{C}^2 \mathfrak{D}^2 k k'} \left( \frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^2} + \frac{\gamma}{\mathfrak{D}} \right) + \frac{\lambda'''}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{C}^2 \mathfrak{D}^2 m} \end{aligned} \right\}$$

vbi meminisse iuvabit sumi solere  $x = \frac{m}{3}$  et  $k = 5\rho$ , vt sit  $kx = m$ . Interim tamen si vel maiore claritatis vel distinctionis gradu contenti esse velimus, pro  $kx$  sumi poterit  $\frac{1}{3}m$ . Deinde etiam hinc evidens est, ob illum praegrandem valorem ipsius  $\lambda'''$ , qui scilicet quadratum  $(2\mathfrak{D} - 1)^2$  inuoluebat, terminum inde hic oriundum iterum satis fieri paruum, cum is diuisus sit per  $\mathfrak{D}^2$ ; praeterquam quod eius denominator ob  $Pkk' = 3m$  per se sit satis magnus. Denique adhuc notari debet, numerum  $\lambda''$  multiplicari per quantitatem satis notabilem, cum sit  $-\frac{1}{\mathfrak{B}^2}$  propemodum  $\frac{1}{\mathfrak{G}^2}$  et  $\frac{1}{\mathfrak{G}^2} > 1$ ; ideoque  $-\frac{1}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{G}^2}$  vltra 5 affurgat atque adeo ad 40 vsque, si sumeretur  $\theta = 1$ ; ita vt  $Pk = \gamma m$  in denominatore, hunc terminum vix infra

fra unitatem diminuerē possit. Cui incommodo remedium afferri posset, hanc lentem secundum praecepta in Libr. I. de lentibus compositis tradita duplicando. Hoc autem necesse non erit, quando ipsam lentem obiectiuam ita duplicabimus, ut omnis confusio a reliquis etiam lentibus oriunda tollatur.

### Exemplum.

358. Sumto  $m=25$ , constructionem huiusmodi telescopii describere.

I. Cum sit  $m=25$ , erit  $\gamma m=5$ , indeque

$$P=\frac{1}{5}; k=\frac{1}{3}; k'=15; S=\frac{1}{3};$$

$$\mathfrak{B}=-\frac{1}{15}; B=-\frac{1}{15}; \mathfrak{D}=\frac{1}{5}; D=-\frac{1}{15};$$

vnde elementa nostra erunt

$$b=-\frac{1}{15}; \beta=\frac{16}{25}; c=\frac{1}{15}; \gamma=\frac{1}{5};$$

$$d=\frac{1}{15}; \delta=\frac{1}{15}; a; e=\frac{1}{15};$$

et distantiae focales

$$p=a; q=\frac{1}{15} \cdot a; r=\frac{1}{15} \cdot \frac{1}{15} \cdot a;$$

$$s=\frac{1}{15} \cdot a \text{ et } t=\frac{1}{15} \cdot a;$$

et intervalla lentium

$$a+b=\frac{1}{15} \cdot a; \beta+c=\frac{1}{15} \cdot a;$$

$$\gamma+d=\frac{1}{15} \cdot a; \delta+e=\frac{1}{15} \cdot a;$$

$$\text{ac distantia oculi } O=\frac{1}{15} \cdot a;$$

$$\text{ita, ut tota longitudo futura sit } a\left(\frac{1}{15} + \frac{1}{15}\right)$$

Campi

Campi autem apparentis semidiameter erit

$$\frac{1718}{30} \text{ min.} = 57' 16''.$$

II. Semidiameter aperturæ lentis primæ =  $\frac{1}{2}$  dig.

- - - - secundæ =  $\frac{1}{4} q (\frac{1}{2} + \frac{11}{13} \cdot \frac{\pi}{\alpha})$ , vnde colligere licet, pro hac lente dimidiam aperturam sufficere.

- - - - tertiæ =  $\frac{1}{10}$  dig.

III. Deinde porro erit  $\lambda = 1$ ;  $\lambda' = 1$  fortasse;

$\lambda'' = 1$ ;  $\lambda''' = 1 + \frac{141}{9} (\frac{e-f}{17})$ , vbi notandum,

si vitrum commune adhibeatur, quo  $n = 1,55$

fore  $\lambda''' = 1, + 0,6299$ .  $\frac{1}{5} = 59,702$  et

$\lambda'''' = 1,6299$ .

Ex æquatione pro  $\alpha$  colligere licet, numerum sub signo radicali contentum circiter vltra  $2\mu m$ . ex-crescere, vnde eius loco tuto scribere possumus 64 sicque obtinebimus  $\alpha = 100$ . dig. =  $8\frac{1}{2}$  ped.

Pro maioribus autem multiplicationibus hæc quantitas in ratione  $m \sqrt{m}$  crescet neque hæc longitudo facis magna imminui poterit, nisi formulam pro semidiametro confusiois ad nihilum redigamus, id quod vti ex superioribus liquet, facile præstabitur, si his quinque lentibus adhuc lentem concavam præfigamus, siue ex eodem siue ex vitro chrysellino parandam.

### Problema 2.

359. Hanc telescopiorum speciem ante primam lentem præfigendo lentem concavam ita perficere, vt  
*Tom. II.* I i i confu-

confusio penitus tollatur sicque haec telescopia breuissima reddantur, seruato campo ante inuento.

### Solutio.

Cum igitur nunc sex habeamus lentes, quinque litterae erunt considerandae P, Q, R, S, T, ad lentium interualla relatae, quarum prima P debet dare interuallum minimum, quod ob  $\alpha$  negatiuum statuamus  $= -\frac{1}{10}$ .  $\alpha$ , vt fiat  $P = \frac{10}{11}$ . Deinde cum sequentia interualla respondeant litteris Q, R, S, T, quae ante erant P, Q, R, S, nunc ponamus  $R = -k$  et  $S = -k'$ , eruntque elementa

$$\begin{aligned} b &= -\frac{\alpha}{P}; & c &= \frac{B\alpha}{PQ}; & d &= +\frac{BC\alpha}{PQR}; & e &= \frac{BCD\alpha}{PQkR}; \\ \beta &= -\frac{B\alpha}{P}; & \gamma &= \frac{BC\alpha}{PQ}; & \delta &= \frac{BCD\alpha}{PQk}; & \epsilon &= \frac{BCDE\alpha}{PQkR'} \\ \text{et } f &= \frac{-BCDE\alpha}{PQkR'k'} = \frac{-BCDE\alpha}{m}; \end{aligned}$$

vnde interualla colliguntur

- 1°.  $\alpha + b = \alpha(1 - \frac{1}{P})$ ; quod fit sumto  $P = \frac{10}{11}$ .
- 2°.  $\beta + c = -\frac{B\alpha}{P}(1 - \frac{1}{Q})$ ; vnde cum Q capi-debeat  $> 1$ , debet esse B positium, ideoque  $B > 0$  et  $< 1$ .
- 3°.  $\gamma + d = \frac{BC\alpha}{PQ}(1 + \frac{1}{k})$ ; vnde C debet esse negatiuum.
- 4°.  $\delta + e = \frac{BCD\alpha}{PQk}(1 + \frac{1}{k'})$ ; vnde D debet esse positium, ideoque  $D > 0$  et  $D < 1$ .

$$5°. \epsilon + f$$

5°.  $\varepsilon + f = \frac{BCDE}{PQkk'} (1 - \frac{1}{t})$ ; unde debet esse  $\varepsilon(1 - \frac{1}{t})$  positivum, sed cum et  $f$  debeat esse maius nihilo, debet esse  $E$  negativum, ergo  $T < 1$ .

Iam pro campo apparente ponamus

$\pi = -v\xi$ ;  $\pi' = \omega\xi$ ;  $\pi'' = 0$ ;  $\pi''' = \xi$  et  $\pi'''' = -\xi$   
 ut fiat  $\Phi = \frac{v+\omega+\pi}{m-1}$ .  $\xi = M\xi$ , existente  $M = \frac{v+\omega+\pi}{m-1}$ ;  
 unde pro loco oculi fit  $O = \frac{f}{Mm}$ . Ex his autem  
 formabuntur sequentes aequationes fundamentales:

$$1^\circ. \mathfrak{B}v = -(1 - P)M.$$

$$2^\circ. \mathfrak{C}\omega = -(1 - PQ)M - v.$$

$$3^\circ. \mathfrak{D}o = -(1 + PQk)M - v - \omega.$$

$$4^\circ. \mathfrak{E} = -(1 - PQkk')M - v - \omega.$$

Ex quarum tertia statim habemus

$$v + \omega = -(1 + PQk)M \text{ est vero etiam}$$

$$v + \omega = (m - 1)M - 2; \text{ unde}$$

$$M = \frac{2}{m + PQk} \text{ sicque vicissim } v + \omega = \frac{-2(1 + PQk)}{m + PQk}.$$

Quia nunc prima aequatio dat

$$v = \frac{-2(1 - P)}{\mathfrak{B}(m + PQk)}; \text{ secunda praebebit}$$

$$\mathfrak{C}\omega = \frac{-2(1 - PQ)}{m + PQk} + \frac{2(1 - P)}{\mathfrak{B}(m + PQk)}$$

quare nunc fiet

$$v + \omega = \frac{-2(1 - P)}{\mathfrak{B}(m + PQk)} - \frac{2(1 - PQ)}{\mathfrak{C}(m + PQk)} = \frac{-2(1 + PQk)}{m + PQk}$$



quae aequatio reducta dabit

$$(1-B)(1-C)-(1-C)P+B PQ+B CPQk=0$$

quae ad formam hanc reducitur:

$$\frac{1-P}{BC} - \frac{P(1-Q)}{C} + PQ(1+k) = 0$$

quae aequatio inseruit relationi inter litteras B et C definiendae. Littera autem D arbitrio nostro manet relicta, dummodo capiatur positua. Tandem vero quarta aequatio dat

$$C = -\frac{2(1-PQkk')}{m+PQk} + \frac{2(1+PQk)}{m+PQk} = \frac{2PQk'(1+k')}{m+PQk},$$

qui valor cum sit positivus, debet esse

$$2PQk(1+k') > m+PQk \text{ siue } PQk(1+2k') > m$$

Denique destructio marginis colorati postulat hanc aequationem:

$$0 = \frac{v}{P} + \frac{\omega}{PQ} - \frac{v}{PQk} + \frac{1}{PQkk'} + \frac{1}{PQkk'T}$$

quae substitutis pro  $v$  et  $\omega$  valoribus abit in hanc:

$$0 = \frac{-2(1-P)}{Q(m+PQk)} - \frac{2(1-PQ)}{Q(m+PQk)Q} + \frac{2(1-P)}{Q(m+PQk)Q} + \frac{1}{Qkk'} + \frac{1}{Qkk'T}.$$

siue

$$0 = \frac{2}{Q(m+PQk)} \left( \frac{(1-P)(1-Q)}{Q} - 1 - PQk \right) + \frac{1}{Qkk'} + \frac{1}{Qkk'T}$$

Vt huic aequationi commodissime satisfaciamus primo terminos factore  $(1-P)$  adfectos ob summam paruitatem reiciamus, quandoquidem non opus est, vt in hac

hac resolutione summum rigorem sequamur, et habebimus

$$\frac{1/1 + PQk}{m + PQk} = \frac{1}{k k'} (1 + \frac{1}{k})$$

vbi statim secundum naturam huius speciei telescopiorum supra stabilitam statuamus  $PQk = \sqrt{m}$  et  $T = \frac{1}{2}$ ; vnde fiet  $\frac{1}{\sqrt{m}} = \frac{1}{k k'}$ ; hinc  $k k' = \frac{1}{\sqrt{m}}$ . Quia nunc erit  $k k' T = \frac{1}{\sqrt{m}} = \frac{m}{PQ}$  ita, vt sit  $PQ = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{m}$ , ob P datum etiam Q definitur. Quia porro est  $PQk = \sqrt{m}$ , erit  $k = \frac{1}{2}$ , hincque  $k' = 2 \sqrt{m}$ , sicque valores harum litterarum ita se habebunt:

$$P = \frac{1}{2}; PQ = \frac{1}{2} \sqrt{m}; k = \frac{1}{2}; k' = 2 \sqrt{m} \text{ et}$$

$$T = \frac{1}{2}; \text{ hincque } PQk = \sqrt{m};$$

$$PQk k' = 2m \text{ et } PQk k' T = m.$$

Quod nunc ad reliquas litteras B, C... attinet, aequatio supra data, si etiam factor  $1 - P$  reiiciatur, dabit:

$$-\frac{1 + PQ}{c} + PQ(1 + k) = 0$$

vnde inuenitur

$$C = \frac{1 - PQ}{PQ(1 + k)} = \frac{1 - \frac{1}{2} \sqrt{m}}{\frac{1}{2} \sqrt{m}} \text{ et } \mathcal{C} = \frac{1 - \frac{1}{2} \sqrt{m}}{\frac{1}{2}(1 + \sqrt{m})}.$$

Litterae autem B et  $\mathcal{B}$  arbitrio nostro permittuntur, ita, vt si prima lens concava ex vitro chrystallino paretur, vt supra vidimus, poni conueniat  $\mathcal{B} = \frac{1}{2}$ ; porro vero litterae  $\mathcal{D}$  et D hinc plane non determinantur, nisi quod vtramque posituiam esse oportet,

ex quo statuamus  $D = 9$ , hincque  $\mathfrak{D} = \frac{1}{1+i}$ ; denique vero erit

$$\mathfrak{E} = \frac{2(1+i\sqrt{m})}{1+\sqrt{m}}; \text{ hincque } E = \frac{2(1+i\sqrt{m})}{1+i+\sqrt{m}};$$

qui valores vni conspectui ita repraesentantur:

$$\mathfrak{B} = \frac{2}{3}; \mathfrak{C} = \frac{2-i\sqrt{m}}{2(1+\sqrt{m})};$$

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{1+i} \text{ et } \mathfrak{E} = \frac{2(1+i\sqrt{m})}{1+\sqrt{m}};$$

$$B = \frac{2}{3}; C = \frac{2-i\sqrt{m}}{2\sqrt{m}}; D = \mathfrak{D} \text{ et } E = \frac{2(1+i\sqrt{m})}{1+i+\sqrt{m}};$$

hincque

$$BC = \frac{2(2-i\sqrt{m})}{3+\sqrt{m}}; BCD = \frac{2\mathfrak{E}(2-i\sqrt{m})}{1+\sqrt{m}};$$

$$BCDE = \frac{2\mathfrak{E}(1+\sqrt{m}-1)(1+i+\sqrt{m})}{2\sqrt{m}(1+i+\sqrt{m})};$$

ex quibus elementa nostra penitus determinantur. Nihil igitur aliud superest, nisi vt semidiameter confusionis ad nihilum redigatur, id quod fit sequente aequatione:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{1}{P} \left( \frac{\lambda'}{\mathfrak{G}} + \frac{1}{B\mathfrak{G}} \right) - \frac{1}{B^2 PQ} \left( \frac{\lambda''}{\mathfrak{E}} + \frac{1}{\mathfrak{E}\mathfrak{D}} \right) \\ &\quad - \frac{1}{B^2 C^2 PQk} \left( \frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}} + \frac{1}{\mathfrak{D}\mathfrak{D}} \right) \\ &\quad - \frac{1}{B^2 C^2 D^2 PQk^2} \left( \frac{\lambda'''}{\mathfrak{E}} + \frac{1}{k\mathfrak{E}} \right) + \frac{\lambda''''}{B^2 C^2 D^2 E^2 m}; \end{aligned}$$

si scilicet omnes lentes ex eodem vitro sint factae. Sin autem prima lens sit chrySTALLINA; reliquae vero coronariae, valor ipsius  $\lambda$  hinc inuentus insuper multiplicari debet per  $\frac{9975}{9734}$ , quae fractio est fere  $\frac{17}{16}$ , propius vero  $\frac{163}{144}$ .

Circa

Circa hanc vero aequationem obseruandum est, sumi debere  $\lambda' = 1$ ;  $\lambda'' = 1$ ;  $\lambda''' = 1$ . Pro quinta autem lente, vt virinque fiat atque conuexa, sumi debet

$$\lambda''' = 1, + 0,60006.(1 - 2\mathfrak{E})^2 = 1 + \frac{0,60006(1 + r\sqrt{m})^2}{(1 + \sqrt{m})^2}$$

Pro sexta vero  $\lambda'''' = 1,60006$ .

## Coroll. 1.

360. Pro his igitur telescopiis cum fiat  $M = \frac{2}{m + \sqrt{m}}$  erit semidiameter campi apparentis  $\Phi = \frac{1718}{m + \sqrt{m}}$  min.

## Coroll. 2.

361. Semidiametri autem aperturæ singularum lentium ita definiuntur: ex §. 21.

Pro prima  $= x$ .

Pro secunda  $= \frac{x}{P}$ .

Pro tertia  $= \frac{r}{2\sqrt{m}} \pm \frac{x}{PQ}$ .

Pro quarta  $= 0,5 \pm \frac{x}{PQK}$ .

Pro quinta  $= \frac{r}{2} \pm \frac{x}{PQK'}$ .

Pro sexta  $= \frac{r}{2} \pm \frac{x}{PQK'T} = \frac{r}{2} \pm \frac{x}{m}$ .

## Coroll. 3.

362. Si in locis imaginum realium velimus diaphragmata constituere, reperitur

Pro

Pro priori semidiameter aperturæ =  $\frac{rBC}{m+\sqrt{m}} \cdot \frac{\alpha}{4}$ .

Pro posteriore vero =  $\frac{rBCD}{m+\sqrt{m}} \cdot \frac{\alpha}{4}$ .

### Scholion.

363. En ergo duplicem perfectionem huius generis telescopiorum; altera scilicet spectat ad campum apparentem; quem fere duplo maiorem reddidimus; altera vero consistit in destructione confusionis, qua efficitur, vt non opus sit, quantitatem  $\alpha$  maiorem accipere, quam apertura lentis obiectiuæ ad claritatem requisita postulat, sicque longitudo telescopii tantopere contrahatur, quantum quidem fieri licet. Cum hic duæ lentes post vltimam imaginem reperiantur, quibus campus duplo maior est factus, ita, si tres pluresue lentes adhibere velimus, campum, quousque volumus, amplificare licebit. Quod cum vix maiorem calculum postulet, quam præcedens problema, operæ pretium vtique erit, hanc inuestigationem generatim ad quocunque lentes extendere.

### Problema 3.

364. Præfixa, vt ante, lente concaua, plures lentes post vltimam imaginem realem ita disponere, vt campus apparens quantum libuerit amplificetur.

### Solutio,

Hic omnia prorsus manent vt in problemate antecedente, quod scilicet ad elementa, distantias focales  
et

et intervalla lentium attinet, hoc tantum discrimine, ut ambae series litterarum B, C, D etc. et P, Q, k, k', T etc. ulterius continuari debeant. Deinde littera M, qua campus apparens definitur, alium nanciscetur valorem a numero lentium post ultimam imaginem inferendarum. Sit igitur harum lentium numerus = i critque  $M = \frac{v + \omega + i}{m - 1}$  tum vero aequationes fundamentales se habebunt, ut ante, nisi quod ulterius progrediantur, post tertiam autem, quamlibet sequentium operetiae definiamus, uti sequitur

$$1^{\circ}. \mathfrak{B} v = -(1 - P) M$$

$$2^{\circ}. \mathfrak{C} \omega = -(1 - P Q) M - v$$

$$3^{\circ}. \mathfrak{O} = -(1 + P Q k) M - v - \omega \text{ siue}$$

$$v + \omega = -(1 + P Q k) M \text{ unde}$$

$$M(m - 1) = -(1 + P Q k) M + i \text{ et}$$

$$M = \frac{i}{m + P Q k}.$$

$$4^{\circ}. \mathfrak{C} = P Q k (1 + k') M$$

$$5^{\circ}. \mathfrak{F} = P Q k (1 + k' T) M - 1$$

$$6^{\circ}. \mathfrak{G} = P Q k (1 + k' T U) M - 2$$

$$7^{\circ}. \mathfrak{H} = P Q k (1 + k' T U V) M - 3$$

etc.

ex primis autem formulis colligetur, ut ante,

$$\frac{1-P}{BC} - \frac{P(1-Q)}{C} + P Q (1 + k) = 0$$

unde quia P proxime = 1, ideoque v pro nihilo haberi potest, erit satis exacte .

Tom. II.

K k k

$\omega =$

$$\omega = -(1 + PQk)M = -\frac{(1+PQ)N}{C}$$

vnde colligimus

$$C = \frac{1-PQ}{1+PQk} \text{ et } C = \frac{1-PQ}{PQ(1+k)}.$$

Hic autem sufficit hunc valorem vero proxime definiisse, quia aperturæ lentium, vnde litteræ  $v, \omega$  etc. pendunt, summam præcisionem respuunt. Quod cum etiam valeat in æquatione, qua margo coloratus destruitur, habebitur, loco  $M$  substituto valore,

$$\frac{i(1+PQk)}{m+PQk} = \frac{1}{k^2} \left( 1 + \frac{1}{T} + \frac{V}{TV} + \frac{1}{TVV} \text{ etc.} \right)$$

quorum terminorum numerus cum sit  $i$  et singulæ litteræ  $T, U, V$  unitate debeant esse minores, statuamus tam concinnitatis gratia, quam vt lentes potestremæ æquis fere intervallis discent,

$$T = \frac{1}{2}; U = \frac{2}{3}; V = \frac{3}{4}; W = \frac{4}{5} \text{ etc.}$$

vt factor ipsius  $\frac{1}{k^2}$  fiat

$$1 + 2 + 3 + 4 \dots i = \frac{(1+i)i}{2}$$

deinde etiam, vt ante, ponamus  $PQk = \sqrt{m}$ , vt prodeat ista æquatio

$$\frac{i}{\sqrt{m}} = \frac{1}{k^2} \cdot \frac{i(1+i)}{2} \text{ vnde elicitur } k k' = \frac{(1+i)\sqrt{m}}{2}.$$

Productum vero reliquarum litterarum

$$TUV\dots = i, \text{ erit } k k' TUV\dots$$

$$= \frac{(1+i)\sqrt{m}}{2} = \frac{m}{PQ}; \text{ hincque ergo deducitur}$$

$$PQ = \frac{2\sqrt{m}}{1+i}, \text{ et quia } P \text{ per se datur, hinc } Q \text{ definitur.}$$

Deni-

Denique ob  $PQk = \sqrt{m}$ ; elicitor  $k = \frac{i+i}{i}$  et  $k' = i\sqrt{m}$ ;  
hic ergo valores omnes sequenti modo se habent:

$$PQ = \frac{i\sqrt{m}}{i+i}; k = \frac{i+i}{i}; k' = i\sqrt{m};$$

$$T = i; U = i; V = i; W = i \text{ etc.}$$

$$PQk = \sqrt{m}; PQkk' = im;$$

$$PQkk'T = i^2; PQkk'TU = i^2; \text{ et}$$

$$PQkk'TUV \dots = i^2 = m.$$

Circa litteras B C D etc. prima B cum tertia D hic non definitur; iam vero ostendimus esse,

$$C = \frac{i-PQ}{PQ(i+k)} = \frac{i+i-i\sqrt{m}}{(i+i)\sqrt{m}} \text{ et}$$

$$E = \frac{i-PQ}{i+PQk} = \frac{i+i-i\sqrt{m}}{(i+i)(i+\sqrt{m})}.$$

Ponamus igitur, ut ante,  $D = 2$ , et  $D = \frac{i}{i+i}$ , sequentes vero erunt

$$F = \frac{i(i+i\sqrt{m})}{i+\sqrt{m}}; G = \frac{i(i+i\sqrt{m})}{i(i+\sqrt{m})} - 1;$$

$$H = \frac{i(i+i\sqrt{m})}{i(i+\sqrt{m})} - 2; I = \frac{i(i+i\sqrt{m})}{i(i+\sqrt{m})} - 3;$$

quarum litterarum penultima erit

$$\frac{i(i-i)+(i+i)\sqrt{m}}{(i-i)(i+\sqrt{m})}; \text{ et ultima} = 1.$$

Has igitur quoque litteras hic coniunctim aspectui exponamus:

K k k a

B =



$$\mathfrak{B} = \frac{2}{3} \text{ circiter}$$

$$\mathfrak{C} = \frac{-(2i\sqrt{m}-i-1)}{(i+1)(i+\sqrt{m})}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{\delta}{i+1}$$

$$\mathfrak{E} = \frac{i+i\sqrt{m}}{i+\sqrt{m}}$$

$$\mathfrak{F} = \frac{2(i-1) + (i-1)\sqrt{m}}{2(i+\sqrt{m})}$$

$$\mathfrak{G} = \frac{2(i-1) + (i-1)\sqrt{m}}{2(i+\sqrt{m})}$$

$$\mathfrak{H} = \frac{4(i-1) + (i-1)\sqrt{m}}{4(i+\sqrt{m})}$$

$$B = \frac{2}{3} \text{ vel circiter}$$

$$C = \frac{-(2i\sqrt{m}-i-1)}{(i+1)\sqrt{m}}$$

$$D = \mathfrak{D}$$

$$E = \frac{-(i+i\sqrt{m})}{(i-1)(i+(i+1)\sqrt{m})}$$

$$F = \frac{-(2(i-1) + (i-1)\sqrt{m})}{(i-1)(2 + (i+1)\sqrt{m})}$$

$$G = \frac{-(2(i-1) + (i-1)\sqrt{m})}{(i-1)(2 + (i+1)\sqrt{m})}$$

$$H = \frac{-(4(i-1) + (i-1)\sqrt{m})}{(i-1)(4 + (i+1)\sqrt{m})}$$

ex quibus valoribus omnia elementa secundum formulas satis cognitae definiri possunt. Deinde vero  $\pi$  omnis confusio tollatur, haec aequatio erit adimplenda:

$$\begin{aligned} \lambda = & \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}} + \frac{\sqrt{v}}{\mathfrak{B}\mathfrak{C}} \right) - \frac{1}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{F}\mathfrak{Q}} \left( \frac{\lambda''}{\mathfrak{C}} + \frac{\sqrt{v}}{\mathfrak{C}\mathfrak{E}} \right) \\ & - \frac{1}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{C}^2 \mathfrak{D}^2 \mathfrak{F}\mathfrak{Q}\mathfrak{K}} \left( \frac{\lambda'''}{\mathfrak{E}} + \frac{\sqrt{v}}{\mathfrak{E}\mathfrak{H}} \right) \\ & + \frac{1}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{C}^2 \mathfrak{D}^2 \mathfrak{E}^2 \mathfrak{F}\mathfrak{Q}\mathfrak{K}\mathfrak{T}} \left( \frac{\lambda''''}{\mathfrak{H}} + \frac{\sqrt{v}}{\mathfrak{H}\mathfrak{I}} \right) \\ & - \frac{1}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{C}^2 \mathfrak{D}^2 \mathfrak{E}^2 \mathfrak{F}^2 \mathfrak{Q}\mathfrak{K}\mathfrak{T}\mathfrak{U}} \left( \frac{\lambda'''''}{\mathfrak{I}} + \frac{\sqrt{v}}{\mathfrak{C}\mathfrak{I}} \right) \\ & + \text{etc.} \end{aligned}$$

vbi, ut ante, notandum est, si lens prima concava ex vitro chrySTALLINO paretur, reliquae autem omnes ex coronatio; tum valorem hinc pro  $\lambda$  inuentum insuper multiplicari debere per fractionem  $\frac{1075}{1774}$ ; quo casu siquidem statuatur  $\mathfrak{B} = \frac{2}{3}$ , etiam omnis confusio a diuersa refrangibilitate radiorum oriunda tolli deberet, scilicet.

scilicet secundum Dollondi experimenta. Ceterum, ut iam monuimus, pro litteris  $\lambda'$ ,  $\lambda''$  et  $\lambda'''$  vnitas poni poterit. Pro sequentibus vero lentibus, quae omnes vtrinque aequae conuexae esse debent, statui debet

$$\begin{aligned}\lambda'''' &= 1 + 0,60006 (2 \text{ E} - 1)^2; \\ \lambda''''' &= 1 + 0,60006 (2 \text{ F} - 1)^2; \\ \lambda'''''' &= 1 + 0,60006 (2 \text{ G} - 1)^2 \text{ etc.}\end{aligned}$$

## Coroll. 1.

365. Hoc igitur modo campi apparentis semidiameter erit

$$\Phi = \frac{i\text{E}}{m + \sqrt{m}} \text{ siue } \Phi = \frac{150. f}{m + \sqrt{m}} \text{ minut.}$$

ac si pro lente vltima fuerit distantia focalis =  $\zeta$ , pro loco oculi habebimus

$$O = \frac{\zeta}{m} = \frac{\zeta(m + \sqrt{m})}{m} = \frac{\zeta(1 + \sqrt{m})}{1 + \sqrt{m}}$$

vnde si multiplicatio fuerit praemagna erit  $O = \frac{\zeta}{1}$ .

## Coroll. 2.

366. Semidiametri aperturæ singularum lentium ita definientur:

Pro Ima =  $x$ ; IIda =  $\frac{x}{p}$ ;

$$\text{III}ia = \frac{f}{\sqrt{m}} \cdot \frac{r}{4} \pm \frac{x(1 + f)}{21\sqrt{m}}$$

$$\text{IV}ta = 0 \frac{f}{4} \pm \frac{x}{\sqrt{m}}$$

$$\text{V}ta = \frac{f}{4} \pm \frac{1}{1m} \cdot x$$

$$\text{VI}ta = \frac{f}{4} \pm \frac{1}{1m} \cdot x$$

$$\text{VII}ta = \frac{f}{4} \pm \frac{1}{1m} \cdot x.$$

K k k 3.

Coroll.

## Coroll. 3.

367. Circa diaphragmata eadem est ratio, vt in problemate praecedente: scilicet pro diaphragmate in loco prioris imaginis collocando debet esse radius foraminis  $= \frac{fBC}{m + \sqrt{m}} \cdot \frac{z}{z}$ ; pro altero autem diaphragmate  $= \frac{fBCD}{m + \sqrt{m}} \cdot \frac{z}{z}$  vnde patet, haec foramina eo maiora fieri debere, quo magis campus amplificetur.

## Scholion.

368. Hoc igitur problemate totum huncce de telescopiis tractatum finimus, quoniam cuncta praecepta pro illorum constructione satis sunt exposita, neque hic constructiones generales commodè exhiberi queant, propterea quod hic non solum quantitates duplicis generis, vt ante, vbi scilicet vel numeri absoluti vel per multiplicationem  $m$  diuisi occurrebant, sed triplicis adeo generis scilicet praeter numeros absolutos quantitates primo per  $\sqrt{m}$ , vel etiam per  $m$  diuisae in computum sunt ducendae, ita, vt ex comparatione duorum casuum nulla conclusio generalis colligi queat. Nihil igitur aliud hic restat, nisi vt pro qualibet multiplicatione, quam quis postulat, atque etiam pro quantitate campi, seu valore numeri  $i$  calculus ab initio institutur, quem pro quouis casu oblato suscepisse ob rei dignitatem sine dubio operae erit pretium: In quidem negotio etiam littera  $g$ , quae arbitrio nostro hactenus est permissa, determinari debet,

debet, quam commode vnitati aequalem vel maiorem assumere licet. Videtur autem aptissime poni posse  $\vartheta = 2$ ; vnde posteriora instrumenti intervalla non nimis augentur, simul vero valor pro  $\lambda$  notabiliter minor prodit, quam si esset  $\vartheta = 1$ . Quo autem totus iste calculus facilius suscipi et absolui queat; alii quot exempla hic subiungamus.

## Exemplum I.

369. Si  $m = 49$ , vt sit  $\sqrt{m} = 7$  et pro campo apparente  $i = 2$ , ita, vt telescopium ex sex lenticulis sit composendum et sumatur praeterea  $\vartheta = 2$ . Primo colligantur litterae P, Q etc. vt sequitur

$$P = \frac{1}{11}; PQ = \frac{1}{11}; k = \frac{1}{11}; k' = 14; T = \frac{1}{11};$$

$$\text{Log. } \frac{1}{P} = 0,0086002; \text{Log. } \frac{1}{PQ} = 9,0299632;$$

$$\text{Log. } \frac{1}{PQk} = 9,1549019; \text{Log. } \frac{1}{PQk'} = 8,0087738;$$

$$\text{Log. } \frac{1}{PQk'T} = 8,3098038.$$

|                                                               |                                         |
|---------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| $\mathfrak{B} = \frac{1}{11}; l.\mathfrak{B} = 9,8538719$     | $B = \frac{1}{11}; l.B = 0,3979399$     |
| $\mathfrak{C} = -\frac{1}{11}; l.\mathfrak{C} = 0,0177287(-)$ | $C = -\frac{1}{11}; l.C = 9,7077438(-)$ |
| $\mathfrak{D} = \frac{1}{11}; l.\mathfrak{D} = 9,8239086$     | $D = 2; l.D = 0,3010300$                |
| $\mathfrak{E} = \frac{1}{11}; l.\mathfrak{E} = 0,5740313$     | $E = -\frac{1}{11}; l.E = 0,1346984(-)$ |

ex his logarithmis formantur sequentes:

$$l.BC = 0,1056837(-); l.BCD = 0,4067137(-)$$

$$l.BCDE = 0,5414121(+); l.B\mathfrak{B} = 0,2518118(+)$$

$$l.C\mathfrak{C} = 9,7254725(+); l.D\mathfrak{D} = 0,1249386(+)$$

$$l.E\mathfrak{C} = 0,7087297(-).$$

Hoc

Hoc quasi primo labore confecto colligamus nostra elementa, quae ita se habebunt:

|                 |                        |                                 |
|-----------------|------------------------|---------------------------------|
| $b = -1,02a.$   | $\beta = -2,55.a$      | $q = -0,72857.a$                |
|                 |                        | $\text{Log. } q = 9,8624713(-)$ |
| $c = +0,26785a$ | $\gamma = -0,13666.a$  | $r = -0,27901.a$                |
|                 |                        | $\text{Log. } r = 9,4456318(-)$ |
| $d = -0,18221a$ | $\delta = -0,36443a$   | $s = -0,12148.a$                |
|                 |                        | $\text{Log. } s = 9,0844942(-)$ |
| $e = -0,02603a$ | $\epsilon = 0,03549.a$ | $t = -0,09762.a$                |
|                 |                        | $\text{Log. } t = 8,9895188(-)$ |
| $f = -0,07099a$ |                        | $u = -0,07099.a$                |

---

Pro oculo autem erit  $O = \frac{1}{3} = -0,04057.a$

III. Hinc iam lentium intervalla cognoscuntur:

$$1^{\circ}. a + b = -0,02000.a$$

$$2^{\circ}. \beta + c = -2,28215.a$$

$$3^{\circ}. \gamma + d = -0,31887.a$$

$$4^{\circ}. \delta + e = -0,39046.a$$

$$5^{\circ}. \epsilon + f = -0,03550.a$$

$$6^{\circ}. O = -0,04057.a$$

---


$$\text{Tota longitudo} = -3,08755.a$$

Deinde etiam diaphragmata ita definiuntur:

Primum post lentem tertiam ad distantiam

$$\gamma = -0,13666.a \text{ ponitur,}$$

$$\text{Eius semidiameter foraminis} = 0,0569.a$$

Poste-

Posterior ponitur post quartam lentem ad distantiam  
 $\delta = -0,36443. \alpha$

Eius semidiameter foraminis  $= 0,1138. \alpha$

Porro vero semidiameter campi apparentis erit  $30\frac{1}{2}$  min.

IV. Nunc singulas lentes examinari conveniet, quarum non solum constructio, sed etiam momentum confusionis, quod quaelibet ad valorem  $\lambda$  confert; est definiendum, ubi quidem prima lens ultimo loco, postquam scilicet valor  $\lambda$  fuerit inuentus, tractari debet. Quoniam igitur sequentes lentes omnes ex vitro coronario fieri sumuntur, valores eo pertinentes erunt:

$$\nu = 0,2196; \text{Log. } \nu = 9.3416323$$

$$\sigma = 1,6601$$

$$\varrho = 0,2267$$

$$\sigma - \varrho = 1,4334; \text{Log. } \sigma - \varrho = 0,1563674$$

$$\tau = 0,9252;$$

Nunc igitur singulas lentes post primam ordine percurramus:

Pro lente secunda

$$1^{\circ}. \text{ radius } \left\{ \begin{array}{l} \text{anter. } \frac{q}{\sigma - \varrho(\sigma - \varrho) + \tau \sqrt{\lambda' - 1}} \\ \text{poster. } \frac{q}{\varrho + \varrho(\sigma - \varrho) + \tau \sqrt{\lambda' - 1}} \end{array} \right.$$

quae formulae ex superioribus facile eliciuntur. Hic vero est  $\lambda' = 1$  et calculus ita instituitur

Tom. II.

L I I

1.  $\sigma -$

|                                                             |                                 |
|-------------------------------------------------------------|---------------------------------|
| 1. $\sigma - \varrho = 0,1563674$                           | $\sigma = 1,6601$               |
| L. $\mathfrak{B} = 9,8538719$                               | subtr. 1,0239                   |
| <u>0,0102393</u>                                            | <u>0,6362</u> den. rad. ant.    |
| $\mathfrak{B}(\sigma - \varrho) = 1,02386$                  | $\varrho = 0,2267$              |
|                                                             | add. 1,0239                     |
|                                                             | <u>1,2506</u> den. rad. post.   |
| log. $q = 9,8624713 (-)$                                    | 9,8624713 (-)                   |
| log. den. = 9,8035937                                       | <u>0,0971184</u>                |
| <u>0,0588776 (-)</u>                                        | <u>9,7653529 (-)</u>            |
| rad. anter. = -1,14519. $\alpha$                            | rad. post. = -0,58257. $\alpha$ |
| 2°. Semidiameter aperturae requiritur                       |                                 |
| = $\frac{51}{33} x = \frac{51}{33} \cdot \frac{m}{33}$ dig. |                                 |
| 3°. Calculus pro momento confusionis:                       |                                 |
| 1. $\frac{1}{2} = 0,0086002$                                | 1. $\lambda' = 0,0000000$       |
|                                                             | 1. $\nu = 9,3416323$            |
|                                                             | 1. $\mathfrak{B}' = 9,5616157$  |
|                                                             | 1. $\mathfrak{B} = 0,2518118$   |
|                                                             | <u>0,4383843</u>                |
|                                                             | 9,0898205                       |
| adde log. coëff. =                                          | <u>0,0086002</u>                |
|                                                             | 0,0086002                       |
|                                                             | <u>0,4469845</u>                |
|                                                             | 9,0984207                       |
| Ergo pars prior = 2,79888                                   |                                 |
| posterior = 0,12543                                         |                                 |

Momentum confusionis = 2,92431

Pro lente tertia

$$1^\circ. \text{radius ant.} = \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) - \tau \sqrt{(\lambda' - 1)}}$$

$$\dots \text{poster.} = \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) - \tau \sqrt{(\lambda' - 1)}}$$

vbi

vbi notetur, esse  $\lambda' = 1$ .

|                                           |                    |                  |
|-------------------------------------------|--------------------|------------------|
| $1. \sigma - \rho = 0, 1563674$           | $\sigma = 1, 6601$ | $\rho = 0, 2267$ |
| $1. - \mathcal{E} = 0, 0177287$           | $+ 1, 4931$        | $- 1, 4931$      |
| $0, 1740961$                              | $3, 1532$          | $- 1, 2664$      |
| $\mathcal{E}(\sigma - \rho) = - 1, 49313$ | denom. anter.      | denom. poster.   |
| $\text{Log. } r = 9, 4456318 (-)$         | $9, 4456318 (-)$   |                  |
| $\text{log. den.} = 0, 4987515 (+)$       | $0, 1025709 (-)$   |                  |
| $8, 9468803 (-)$                          | $9, 3430609 (+)$   |                  |

Ergo

radius anter.  $= - 0, 08848. a$ ;

radius poster.  $= + 0, 22032. a$ .

2°. Semidiameter aperturæ requisita  $= \frac{1}{2} \cdot r + \frac{1}{2} \cdot x$ .  
 siue  $= 0, 02 a + \frac{1}{2} x$ , quam aperturam haec lens uti-  
 que sustinere potest.

3°. Calculus pro momento confusiois:

|                                  |                                    |                                |
|----------------------------------|------------------------------------|--------------------------------|
| $1. \frac{1}{\rho} = 9, 0299632$ | $1. \lambda'' = 0, 0000000$        | $1. v = 9, 3416323$            |
| $31. B = 1, 1938197$             | $31. \mathcal{E} = 0, 0531861 (-)$ | $1. C\mathcal{E} = 9, 7254725$ |
| $7, 8361435$                     | $9, 9468139$                       | $9, 6161598$                   |
|                                  | $7, 8361435$                       | $7, 8361435$                   |
|                                  | $7, 7829574 (-)$                   | $7, 4523033$                   |

Ergo pars prior  $+ 0, 00606$

poster.  $- 0, 00283$ .

Momentum confus.  $= 0, 00323$

L 11 2

Pro



Pro lente quarta

$$1^{\circ}. \text{radius anter.} = \frac{s}{\sigma - D(\sigma - \rho) + r\sqrt{(\lambda''' - 1)}}$$

$$\text{poster.} = \frac{s}{\rho + D(\sigma - \rho) - r\sqrt{(\lambda''' - 1)}}$$

vbi iterum fumatur  $\lambda''' = 1$ .

|                                   |                   |                 |
|-----------------------------------|-------------------|-----------------|
| $1. \sigma - \rho = 0,1563674$    | $\sigma = 1,6601$ | $\rho = 0,2267$ |
| $1. D = 9,8239086$                | $0,9556$          | $0,9556$        |
| $1. D(\sigma - \rho) = 9,9802760$ | $0,7045$          | $1,1823$        |
| $D(\sigma - \rho) = 0,95560$      | denom. anter.     | denom. poster.  |

$$\log. s = 9,0844942 (-); \quad 9,0844942 (-)$$

$$\log. \text{den.} = 9,8478810 \quad 0,0727277$$

$$9,2366132 (-) \quad 9,0117665 (-)$$

$$\text{radius anter.} = -0,17243 a;$$

$$\text{radius poster.} = -0,10273. a;$$

2°. Semidiameter aperturæ requisitus  $= \frac{1}{2} x$ .  
 quam aperturam lens commode sustinebit, si enim minor radius lentis secundæ, qui est 0,58257. a, sustinet aperturam x; hic radius minor, qui est 0,10273. a, commode sustinebit aperturam  $\frac{1}{2} x$ .

3°. Calculus pro momento confusionis:

|                                   |                             |                     |
|-----------------------------------|-----------------------------|---------------------|
| $1. \frac{1}{r_{ok}} = 9,1549019$ | $1. \lambda''' = 0,0000000$ | $1. v = 9,3416323$  |
| $31. BC = 0,3170511 (-)$          | $31. D = 9,4717258$         | $1. DD = 0,1249386$ |
| $8,8378508$                       | $0,5282742$                 | $9,2166937$         |
|                                   | $8,8378508$                 | $8,8378508$         |
|                                   | $9,3661250$                 | $8,0545445$         |

Ergo

Ergo pars prior 0,23234  
 poster. 0,01133

Mom. confus. = 0,24367

Pro lente quinta

1°. Quia haec lens vtrunque debet esse aequae convexa, ob eius distantiam focalem  $t = -0,09762$ .  $\alpha$  erit radius vtriusque faciei = 1,06.  $t = -0,10348$ .  $\alpha$  nunc vero erit  $\lambda''' = 1 + 0,60006(2\mathbb{E} - 1)^2$  at est  $2\mathbb{E} - 1 = 6,5$ ; ergo

$\log(2\mathbb{E} - 1) = 0,8129134$ ; et

$\log.(2\mathbb{E} - 1)^2 = 1,6258268$

$\log. 0,60006 = 9,7781947$

1,4040215

adeoque  $\lambda''' = 26,352$ .

2°. Semidiameter aperturæ hic per hypothesin est;  $t = -0,02440$ .  $\alpha$ ; altera enim pars  $\frac{1}{2}x$ , quam haec lens facillime patitur.

3°. Calculus pro momento confusionis:

|                                           |                             |                             |
|-------------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $l.\frac{1}{F_{\text{conf}}} = 8,0087738$ | $l.\lambda''' = 1,4208136$  | $l.v = 9,3416323$           |
| $3l.BCD = 1,2201411$                      | $3l.\mathbb{E} = 1,7220939$ | $l.E\mathbb{E} = 0,7087297$ |
| <u>6,7886327</u>                          | <u>9,6987197</u>            | <u>8,6329026</u>            |
|                                           | 6,7886327                   | 6,7886327                   |
|                                           | <u>6,4873524</u>            | <u>5,4215353</u>            |

LII 3

Ergo

Ergo pars prior 0,00031  
 poster. — 0,00002

Momentum confus. = 0,00029

Pro lente sexta

1°. Quia per hypothesin haec lens vtrique debet esse aequae conuexa, ob eius distantiam focalem

$u = -0,07099. a$ , erit

radius vtriusque faciei = 1,06.  $u = -0,07525. a$   
 tum vero erit  $\lambda''' = 1,60006$ .

2°. Semidiameter aperturæ =  $\frac{1}{2}u = -0,01775. a$

3°. Calculus pro momento confusionis:

$$\begin{array}{r|l} 1. \frac{1}{FQ \cdot 4k^2 \cdot I} = 8,3098038 & 1. \lambda''' = 0,2041363 \\ 3. I \cdot BCDE = 1,6242363 & 6,6855675 \\ \hline & 6,6855675 \quad 6,8897038 \end{array}$$

Ergo momentum confus. = 0,00077.

His inuentis, colligantur omnia momenta confusionis in vnā summā, quae erit 3,17227. Nunc autem duo casus sunt considerandi, prout primam lentem concauam vel ex vitro coronario vel ex chrystallino parare voluerimus, quos scorsim euolui oportet.

I. Pro prima lente concaua ex vitro coronario paranda.

Pro hac ergo lente erit

$$\lambda = 3,17227 \text{ vnde } \lambda - 1 = 2,17227;$$

hinc-

hincque fiat sequens calculus.

$$\begin{array}{r|l} \text{Log. } (\lambda-1) = 0,3369138 & \\ \text{Log. } \sqrt{\lambda-1} = 0,1684569 & \text{ergo} \\ \text{Log } \tau = 9,9662356 & \tau \sqrt{\lambda-1} = 1,3636 \\ \hline & 0,1346925 \end{array}$$

Nunc cum sit pro hac lente

$$\text{rad. anter.} = \frac{\sigma}{\sigma - \tau \sqrt{\lambda-1}}; \text{ rad. poster.} = \frac{\sigma}{\sigma + \tau \sqrt{\lambda-1}}$$

calculus ita se habebit:

$$\begin{array}{r|l} \sigma = 1,6601; & \varrho = 0,2267 \\ \tau \sqrt{\lambda-1} = 1,3636 & 1,3636 \\ \hline & 0,2965 \quad 1,5903 \\ \text{l. } 0,2965 = 9,4720747 & \text{l. } 1,5903 = 0,2014791 \\ \text{compl.} = 0,5279753 & \text{compl.} = 9,7985208 \end{array}$$

sicque prodit

$$\begin{array}{l} \text{radius anter.} = 3,37268. a; \text{ poster.} = 0,62881. a \\ \text{femidiametro aperture existente } x = \frac{m}{20} \text{ dig.} = 1 \text{ dig.} \end{array}$$

## II. Pro prima lente concaua ex vitro chrysellino paranda.

Pro hac igitur lente erit  $\lambda = \frac{1875}{847} \cdot 3; 17227$  seu  
 $\lambda = 3,59080$ ; et quia pro vitro chrysellino est

$$\varrho = 0,1414; \sigma = 1,5827; \tau = 0,8775;$$

calculus ita se habebit.

Log.

|                                       |                                     |
|---------------------------------------|-------------------------------------|
| Log. $(\lambda-1) = 0,4134339$        |                                     |
| Log. $\sqrt{(\lambda-1)} = 0,2067169$ | ergo                                |
| Log. $\tau = 9,9432471$               | $\tau \sqrt{(\lambda-1)} = 1,41242$ |
| <u>0,1499640</u>                      |                                     |
| $\sigma = 1,5827;$                    | $\varrho = 0,1414$                  |
| subtr. <u>1,4124</u>                  | add. <u>1,4124</u>                  |
| 0,1703                                | 1,5538                              |
| log. <u>9,2312146</u>                 | log. <u>0,1913951</u>               |
| compl. 0,7687853                      | compl. 9,8086048                    |

ficque prodit

rad. anter. = 5,87199.  $\alpha$ ; rad. post. = 0,64358.  $\alpha$

semidiametro aperturæ existente  $x = \frac{m}{10} = 1$  dig.

VI. Quia binæ priores lentes coniunctim lentem obiectiuam constituunt, cuius semidiameter aperturæ = 1 dig.; statuatur earum minimus radius, qui est  $-0,58257. \alpha > 4$  dig. hincque concludetur, summi debere  $-\alpha > 6,38117$  dig. hoc est  $-\alpha > 7$  dig. vel saltem non minus, ita, vt, si optimus successus sperari posset, accipere liceret  $-\alpha \approx 7$  dig. Sin autem aberratio quaedam sit pertimenda, tantum opus erit mensuram vnius digiti augere. Commoditatis autem gratia sumamus  $\alpha = -10$  dig.; vnde sequens prodit.

Con-

Constructio huius telescopii determinata,  
pro multiplicatione  $m = 49$ .

I. Pro lente obiectiua,

quatenus ex vitro coronario paratur.

rad. fac.  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = -33,73 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -6,29 \text{ dig.} \end{array} \right\}$  Crown Glass.

(I) Pro lente obiectiua,

quatenus ex vitro chrySTALLINO paratur.

rad. fac.  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = -58,72 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -6,43 \text{ dig.} \end{array} \right\}$  Flint Glass.

cuius distantia focalis pro utroque casu  $= -10 \text{ dig.}$

femidiameter aperturæ  $= 1 \text{ dig.}$

Interuallum ad secundam  $= 0,2 = \frac{1}{5} \text{ dig.}$

II. Pro lente secunda

rad. fac.  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 11,45 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 5,82 \text{ dig.} \end{array} \right\}$  Crown Glass.

cuius distantia focalis  $= 7,28 \text{ dig.}$

femidiameter aperturæ  $= 1 \text{ dig.}$

Interuallum ad tertiam  $= 22,82 \text{ dig.}$

III. Pro lente tertia

rad. fac.  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 0,884 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -2,20 \text{ dig.} \end{array} \right\}$  Crown Glass.

cuius distantia focalis  $= 2,79 \text{ dig.}$

femidiameter aperturæ  $= 0,3 \text{ dig.}$

Interuallum ad quartam  $= 3,19 \text{ dig.}$

Tom. II.

M m m

IV.

## IV. Pro lente quarta

rad. fac.  $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 1,71 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 1,03 \text{ dig.} \end{array} \right\}$  Crown Glass.

cuius distantia focalis  $= 1,21 \text{ dig.}$

semidiameter aperturæ  $= \frac{1}{2} \text{ dig.}$

Interuallum ad quintam  $= 3,90 \text{ dig.}$

## V. Pro lente quinta

radius vtriusque faciei  $= 1,03 \text{ dig.}$  Crown Glass.

cuius distantia focalis est  $0,97 \text{ dig.}$

semidiameter aperturæ  $= \frac{1}{2} \text{ dig.}$

Interuallum ad sextam  $= 0,35 \text{ dig.}$

## VI. Pro lente sexta

radius faciei vtriusque  $= 0,75 \text{ dig.}$  Crown Glass.

cuius distantia focalis  $= 0,70 \text{ dig.}$

semidiameter aperturæ  $= 0,18 = \frac{1}{5} \text{ dig.}$

Distantia ad oculum vsque  $= 0,40 \text{ dig.}$

Huius igitur telescopii longitudo tota fiet

$= 30,87 \text{ dig.} = 2 \frac{1}{2} \text{ ped.}$

et semidiameter campi apparentis  $= 30 \frac{1}{2} \text{ min.}$

APPEN-

APPENDIX  
DE  
CONSTRUCTIONE  
TELESCOPIORVM  
CATOPTRICO-DIOPTRICORVM.

M m m 2



THE UNIVERSITY OF  
THE SOUTH PACIFIC  
AT HONOLULU  
JANUARY 1960



## APPENDIX

DE

TELESCOPIIS CATOPTRICO DIOPTRICIS.

### CAPVT I.

DE

IMAGINIBVS PER SPECVLA SPHAERICA  
FORMATIS EARVMQVE DIFFVSIONE.

#### Problema I.

§. I.

**S**i a puncto lucido in axe speculi constituto radii  
axi proximi in speculum incident, inuenire lo-  
cum imaginis.

M m m 3

Solu.

## Solutio.

Tab. I.  
Fig. 1.

Sit P A P speculum sphaericum probe politum centro O radio  $OA = f$  descriptum, cuius axis sit recta AOE, in cuius puncto E constitutum sit punctum lucidum et ponatur eius distantia  $EA = a$ , unde radii in totam speculi superficiem incident, e quibus autem eos tantum hic consideramus, qui axi sint proximi seu qui in puncta a medio puncto speculi A proxima incident, talis igitur radius incidens sit EA et ad punctum a ex centro O ducatur radius  $Oa = f$  qui cum in speculum sit normalis, erit  $EaO$  angulus incidentiae, cui ab altera parte rectae  $Oa$  capiatur angulus aequalis  $OaF$ , eritque recta  $aF$  radius reflexus cum axe occurrens in puncto F, in quo puncto adeo omnes radii axi proximi e puncto E emissi concurrent, siquidem etiam radius EA secundum ipsum axem emissus in punctum F reflectitur, ita, ut punctum F sit imago puncti lucidi E per reflexionem formata, et cum a radiis axi proximis formetur, in hoc puncto erit imago principalis, uti iam in tractatu de lentibus vocauimus. Ad locum igitur istius puncti F inueniendum consideretur triangulum  $EaF$ , cuius angulus  $EaF$  bisectus est recta  $Oa$ , unde notum theorema Geometricum praebet hanc proportionem  $Ea : EO :: Fa : FO$  deinde quia in triangulo  $EaO$  anguli ad E et ad a sunt infinite parui in triangulo autem  $OaF$  anguli ad O et a; erit  $Ea = EO + f$ ; et  $Fa = f - OF$  unde

vnde illa proportio abit in hanc

$$EO + f: EO = f - OF: OF$$

et componendo

$$2 EO + f: EO = f: OF$$

Cum iam sit  $EO = EA - AO = a - f$  fiet

$$2 a - f: a - f = f: OF$$

$$\text{hincque } OF = \frac{(a-f)f}{2a-f}$$

sicque locus puncti F innotescit, cuius distantia a puncto A erit  $AF = f - FO = \frac{af}{2a-f}$ . q. e. i.

### COROLL. I.

§. 2. Ex data ergo distantia puncti lucidi E a speculo  $EK = a$ , inuenimus distantiam imaginis principalis super axe AF, quam cum in lentibus littera  $a$  designauerimus, etiam hic eadem littera utamur, ita, vt sit  $a = \frac{af}{2a-f}$ .

### COROLL. 2.

§. 3. Speculum hic tanquam concuum spectauimus, cuius radius esset  $AO = f$ . vnde valores positui huius litterae  $f$  specula concava; valores vero negatiui specula connexa denotabunt. Tum vero etiam distantia  $a$ , quatenus valorem habet positium, distantiam imaginis ante speculum indicabit; sin autem prodeat negatiua, id indicio erit imaginem post specu-

speculum cadere eamque fore fictam, cum praesens sit realis. Hinc autem intelligitur, imaginem fore realem, si fuerit  $a > \frac{1}{2}f$ , siquidem sit  $f > 0$ ; sin autem sit  $f < 0$  seu speculum conuexum; tum imago semper post speculum cadet, eritque ficta, non realis.

### COROLL. 3.

§. 4. Si puncti lucidi distantia  $AE = a$  fuerit infinita; tum distantia imaginis principalis a speculo erit  $AF = \frac{1}{2}f$  ita, ut haec distantia  $AF = \frac{1}{2}f$  pro distantia focali speculi sit habenda hinc si speculi distantiam focalem ponamus  $= p$ , erit radius speculi  $f = 2p$ . Tum vero in genere distantiae  $a$  et  $a$  ita a se inuicem pendent, ut sit  $a = \frac{ap}{a-p}$  hincque  $p = \frac{aa}{a+a}$  et  $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a}$  prorsus uti in lentibus vidu-  
venire supra vidimus.

### Scholion.

§. 5. Hic notatu inprimis dignum occurrit, quod tres istae distantiae  $a$ ,  $a$  et  $p$  eodem prorsus modo a se inuicem pendent, uti in lentibus; ex quo evidens est ratione calculi specula perinde tractari posse ac lentes, quae calculi convenientia adhuc in sequentibus magis illustrabitur. Hic tantum notasse iuuabit, lentibus conuexis respondere specula concava; uti enim lentibus conuexis distantias focales positivas tribuimus, quippe quarum foci sunt reales, ita etiam specula concava realem habent focum ibique aeque vi vrendi  
pollent

pollent atque lentes conuexae in suis focis; discrimen tamen in eo situm est, quod in speculis concavis focus ante eas cadat, cum in lentibus conuexis post eas formetur atque simili modo specula conuexa ad lentes concavas referentur dum in utrisque focus tantum fictus datur, in quo scilicet radii non reuera congregentur. Quando ergo de speculis sermo erit, distantia focalis positiva semper speculum concavum; distantia vero focalis negativa, speculum conuexum indicabit, ac si distantia focalis evadat infinita, speculum erit planum, simili modo, quo lens distantiam focalem habens infinitam est plano plana. Praeterea vero etiam observasse iuvabit, si uti in Dioptrica fecimus, statuamus  $a = Aa$  et  $\mathcal{A} = \frac{A}{A-1}$ , tum etiam fore  $p = \mathcal{A}a$ .

### Problema 2.

§. 6. Si non amplius lucidum punctum E, sed obiectum  $E\varepsilon$  axi speculi perpendiculariter insistant, eius imaginem, quae in puncto F situ inverso repraesentabitur, definire.

### Solutio.

Ponatur iterum distantia huius obiecti a speculo  $EA = a$ , sitque eius magnitudo  $E\varepsilon = \zeta$ , quippe quae denominatione supra de lentibus sumus vñ, ita, ut  $\zeta$  semper sit quantitas valde parva respectu distantiae  $EA = a$ , seu angulus  $EA\varepsilon$  quasi infinite parvus. Deinde sit ut ante radius speculi  $OA = f$ , eius distantia

Tab. I  
Fig. 2.

Tom. II.

N n n

stantia

stantia focalis  $= p$ , ita, vt sit  $f = 2p$ , et distantia imaginis principalis a speculo  $AF = a$  ita, vt sit  $a = \frac{ap}{a-p}$ . His positis facile intelligitur, imaginem quaesitam in punctum  $F$  incidere atque ad contrariam partem axis fore directam; ducta enim recta  $\epsilon A$  referet radium incidentem, cui conuenit radius reflexus  $A\zeta$ , qui ergo per imaginis extremitatem transire debet; vnde si in puncto  $F$  normaliter ad axem ducatur recta  $F\zeta$ , ad radium reflexum  $A\zeta$  terminata, haec recta  $F\zeta$  imaginem principalem obiecti exhibebit, cuius ergo magnitudo ex similitudine triangulorum  $A\epsilon\epsilon$  et  $AF\zeta$  ita definitur, vt sit

$$F\zeta = \frac{A\epsilon \cdot F\epsilon}{AF} = \frac{a \cdot \zeta}{a}$$

quod idem etiam hoc modo ostendi potest. Ex puncto  $\epsilon$  per centrum speculi  $O$  ducatur etiam radius incidens  $\epsilon O\alpha$ , qui cum sit normalis, eius reflexus in ipsum cadet transibitque etiam per punctum  $\zeta$  vnde similitudo  $\Delta$ orum  $O\epsilon\epsilon$  et  $OF\zeta$  dabit  $F\zeta = \frac{OF \cdot \epsilon\epsilon}{O\epsilon}$ . Est vero  $OF = f - a$ , et  $O\epsilon = a - f$  ex quo fit  $F\zeta = \frac{(f-a)\zeta}{a-f}$ . Cum ex superiori problemate sit

$$a = \frac{af}{a-f} \text{ hincque } f = \frac{a\alpha}{a+\alpha} \text{ erit}$$

$$f - a = \frac{(a-\alpha)\alpha}{a+\alpha} \text{ et } a - f = \frac{(a-\alpha)a}{a+\alpha};$$

hincque substitutis his valoribus, fiet  $F\zeta = \frac{\alpha\zeta}{a}$ , prorsus, vt ante quo ipso confirmatur rectam  $F\zeta$  axi recte normalem esse ductam.

Coroll.

## Coroll. 1.

§. 7. Hic ergo etiam magnitudo imaginis principalis eodem plane modo ex obiecti magnitudine determinatur, quo in Dioptrica id fieri supra ostendimus vnde si, vt ibi fecimus statuamus  $a = A a$ , habebimus etiam hic  $F \zeta = A \zeta$ .

## Coroll. 2.

§. 8. Quia nostra figura telescopium concauum retert, eius analogia cum lentibus conuexis etiam hic manifesto cernitur, quemadmodum enim lentes conuexae imagines inuerfas post se repraesentant, ita specula concaua imagines itidem inuerfas ante se referunt; iam enim obseruauimus, quae post lentes contingunt, cum iis comparari debere, quae ante specula contingunt.

## Problema 3.

§. 9. Si a puncto lucido E in axe speculi sito radii incident in extremitatem speculi P, eorum cum <sup>Tab. I.</sup> axe concursum in puncto  $\zeta$  inuestigare, indeque spa- <sup>Fig. 3.</sup> tium diffusionis determinare.

## Solutio.

Sit iterum distantia  $EA = a$ , radius speculi  $OA = OP = f = 2p$ , denotante  $p$  distantiam speculi focalem. Iam tantum sit speculum, vt sit angulus  $\angle OP = \omega$  et cum perpendiculum  $PX$  denotet semidia-

N n n 2

midia-



midiametrum aperturæ speculi, sit hæc linea  $PX = x$  eritque  $x = f \sin. \omega$ . Demisso iam ex puncto lucido E in radium P O productum perpendiculari ER ob  $EO = a - f$  et angulum E O R  $= \omega$  erit

$$ER = (a - f) \sin. \omega \text{ et } OR = (a - f) \cos. \omega.$$

$$\text{hincque } PR = f + (a - f) \cos. \omega;$$

vnde inuenitur

$$EP = \sqrt{(PR^2 + ER^2)}$$

$$= \sqrt{(a^2 - 2af + 2f^2 + 2f(a - f)\cos. \omega)}$$

quæ breuitatis gratia sit  $= \varphi$ . atque hinc erit anguli incidentiæ E P O, ideoque etiam anguli reflexionis

$$OPf \text{ sinus} = \frac{ER}{EP} = \frac{(a - f)\sin. \omega}{\varphi}$$

$$\text{et cosinus} = \frac{f + (a - f)\cos. \omega}{\varphi}.$$

Cum iam in  $\Delta$ lo OPf detur angulus OPf vna cum angulo P O f  $= \omega$  et latere OP  $= f$ ; si vocetur angulus A f P  $= \psi$  ob  $\psi = \omega + OPf$  erit

$$\sin. \psi = \frac{f \sin. \omega + (a - f) \sin. \omega \cos. \omega}{\varphi}$$

atque hinc ex natura trianguli erit

$$\sin. \psi : OP = \sin. OPf : Of.$$

ex qua analogia colligitur

$$Of = \frac{f(a - f)}{f + (a - f) \cos. \omega}$$

hinc,

hincque interuallum

$$A f = \frac{f^2 + f(a-f)(1 + \cos^2 \omega - 1)}{f + 2(a-f) \cos \omega}$$

haecque est solutio generalis nostri problematis.

Cum autem in praxi angulus A O P nunquam tantus assumatur, ut non liceat potestates anguli  $\omega$  quadratica altiores negligere, expressio inuenta commode ad formam simpliciore sequenti modo reducetur. Cum sit

$$\cos \omega = \sqrt{1 - \sin^2 \omega} = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \omega.$$

$$\text{ob } \sin \omega = \frac{x}{f}, \text{ erit } \cos \omega = 1 - \frac{x^2}{2f^2}.$$

hincque ille denominator

$$f + 2(a-f) \cos \omega \text{ fiet } = 2a - f - \frac{(a-f)x^2}{f^2},$$

ex quo pariter proxime erit

$$\begin{aligned} \frac{1}{f + 2(a-f) \cos \omega} &= \frac{1}{2a - f - \frac{(a-f)x^2}{f^2}} \\ &= \frac{1}{2a-f} + \frac{(a-f)x^2}{f^2(2a-f)^2}. \end{aligned}$$

Vnde interuallum modo inuentum fit

$$O f = \frac{f(a-f)}{2a-f} + \frac{(a-f)^2 x^2}{f(2a-f)^2}$$

atque hinc interuallum quod potissimum quaerimus,

$$A f = \frac{af}{2a-f} - \frac{(a-f)^2 x^2}{f(2a-f)^2}.$$

Quare cum ante locum imaginis principalis F ita inuenissemus, ut esset

$$A F = \frac{af}{2a-f}$$

N n n 3

nunc

nunc innotescit, spatium diffusionis

$$Ff = \frac{(a-f)^2 \cdot x^2}{(1 \pm a-f)^2 \cdot x^2}.$$

Praeterea cum etiam plurimum interfit angulum  $\psi$  posse, quo radii reflexi  $Pf$  ad axem inclinantur, ex formula supra inuenta colligemus itidem proxime  $\psi = \frac{(1 \pm a-f)x}{af}$ . Quoniam enim potestates ipsius  $x$  quadrato maiores negligimus, numerator ibi inuentus fit  $\frac{(1 \pm a-f)x}{f}$  et in denominatore, vbi iam ipsum quadratum  $x^2$  negligere licet, fit simpliciter  $= a$ .

### COROLL. I.

§. 10. Quo haec ad formulas pro lentibus datas accommodemus, vbi tantum binas distantias  $a$  et  $a$  in computum induximus, ob

$$a = \frac{af}{a-f} \text{ habebimus } f = \frac{aa}{a+a};$$

vnde fit

$$a-f = \frac{(a-a)a}{a+a} \text{ et } 2a-f = \frac{aa}{a+a}$$

atque hinc spatium diffusionis erit

$$Ff = \frac{(a+a)(a-a)^2 \cdot x^2}{1 \pm a \cdot x^2}$$

quod ergo perinde ac in lentibus vsu venit quadrato semidiametri aperturae  $x^2$  est proportionale; quin etiam ipsum hoc spatium  $Ff$  in eundem sensum cadit, ac in lentibus.

Coroll.

## Coroll 2.

§ 11. Simili modo poterimus etiam angulum obliquitatis  $\psi$  per solas distantias  $a$  et  $\alpha$  itemque  $x$  exprimere, prodibit enim  $\psi = \frac{x}{a}$ . Hunc autem angulum supra in calculo circa lentes instituto sollicitè definuimus.

## Scholion.

§ 12. Cum quaestio esset de lentibus earumque apertura maxima, quam capere possent, sumimus  $x$  aequale parti quartae radii curvaturae; quodsi ergo hic idem institutum sequamur, et sumamus  $x = \frac{1}{4}f$  hinc reperietur angulus  $\omega = 14^{\circ} 30'$ . ita, ut totus arcus PAP infra  $30^{\circ}$  capi debeat. Quando autem hoc speculum locum lentis obiectivae sustinet, eius apertura longe aliam determinationem postulat, quam scilicet ex mensura confusionis definiri oportet, unde huius speculi apertura ad multo pauciores gradus reducetur, uti in sequentibus docetur. Nunc autem etiam opus est, ut ostendamus, quemadmodum radii a nostro speculo reflexi et imaginem diffusam formantes porro ab alio speculo denuo reflectantur et qualem imaginis diffusionem tum sint producturi. Hunc in finem bina sequentia lemmata perpendi conveniet.

## Lemma 1.

§ 13. Si distantia obiecti a speculo  $EA = a$ . particula minima  $d$  a ulterius a speculo removeatur;  
tum

tum imago principalis, cuius distantia a speculo erat  $AE = a$  ad speculum propius accedet particula  $da$ , ita, ut sit  $da = -\frac{a^2 da}{a^3}$ .

### Demonstratio.

Cum enim sit  $\frac{1}{a} + \frac{1}{a} = \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$  atque radius  $f$  idem maneat, utrunque distantiae  $a$  et  $a$  inter se varientur; differentiatio dabit

$$\frac{da}{a^2} + \frac{da}{a^2} = 0 \text{ unde } da = -\frac{a^2 da}{a^3}.$$

### Lemma 2.

§. 14. Si radii in speculum incidentes ad axem sint inclinati angulo  $= \Phi$ , invenire angulum  $\psi$ , sub quo radii reflexi ad axem speculi erunt inclinati.

### Solutio.

Tab. I.  
Fig. 3.

Sit igitur angulus  $AEP = \Phi$ , quo radii incidentes  $EP$  ad axem speculi inclinantur eritque proxime  $\Phi = \frac{x}{a}$ ; ideoque  $x = a \Phi$ . Tum, vero vidimus, angulum, quo radii reflexi ad eundem axem inclinantur, fore  $\psi = \frac{x}{a}$ ; quocirca erit  $\psi = \frac{a \Phi}{a}$  seu erit  $\Phi: \psi = a: a$ . seu reciproce ut distantiae a speculo.

### Problema 3.

§. 15. Si radii postquam a primo speculo reflexi imaginem diffusam formaverunt in aliud speculum super eodem axe constitutum incidunt, determinare

nare tam imaginem principalem, quam eius diffusio-  
nem, quam radii a secundo speculo reflexi exhibebunt.

## Solutio.

Cum  $F\zeta$  sit imago principalis a primo speculo  
formata, quam inuenimus  $F\zeta = \frac{a\zeta}{a}$ , sit eius distantia  
a secundo speculo  $FB = b$  atque ipsum hoc specu-  
lum ita sit comparatum, vt ab eius reflexione imago  
principalis formetur  $G\eta$  sitque distantia  $BG = \beta$  at-  
que vti iam vidimus reperietur  $G\eta = \frac{\beta}{b}$ .  $F\zeta = \frac{a\beta}{ab}$   $\zeta$   
quae imago iterum erit erecta atque a radiis axi pro-  
ximis formata. Nunc etiam consideremus in spatio  
diffusionis dato extremitatem  $f$ , vnde radii emissi cum  
axe faciant angulum  $= \psi = \frac{a}{a}$ ; verum antequam  
huius obliquitatis rationem habeamus, fingamus pun-  
ctum  $f$  etiam radios axi proximos emittere et cum  
id a speculo  $B$  longius sit remotum, quam  $F$ , eius  
radii concurrent in puncto huic speculo propiore  $\gamma$ ,  
ad quod inueniendum referet hic  $db = Ff$  et  
 $d\beta = -G\gamma$ ; vnde colligitur  $G\gamma = \frac{\beta^2}{b^2}$ .  $Ff$ . Quare  
si in  $f$  obiectum verum esset constitutum, eius ima-  
go principalis caderet in  $\gamma$ , quatenus autem ex  $f$   
nulli alii radii emittuntur, nisi qui cum axe faciant  
angulum  $= \psi$ , ii denuo reflexi incident in axem in  
puncto  $g$  ipsi speculo  $B$  adhuc propiore, quam  $\gamma$ ,  
ita, vt hic casus similis sit praecedenti problemati, quo  
punctum  $f$  respondet puncto  $E$ ; punctum  $\gamma$  puncto  
Tam. II O o o F et

Tab. II.  
Fig. 4.

F et punctum  $g$  puncto  $f$ , hoc solo discriminae, ut quod ibi erat  $a$  et  $\alpha$  hic sit  $b$  et  $\beta$  licebit enim utique hic pro distantia  $Bf$  sumere  $BF = b$ . et pro distantia  $B\gamma$  sumere  $\beta$ ; hinc ergo per formulam supra inuentam si loco  $x$  hic scribatur  $y$ , fiet

$$\gamma g = \frac{(b+\beta)(b-\beta)^2 \cdot y^2}{b^2 \beta^3}.$$

Quid autem nunc sit  $y$ , ex angulo  $\psi$  facillime definitur. Ducto enim radio  $fQ$  sub angulo  $BfQ = \psi = \frac{\pi}{a}$  erit  $y$  semidiameter aperturæ huius speculi  $QBQ$  ideoque  $y = Bf \cdot \psi = \frac{bx}{a}$ ; quo valore substituto prodit

$$\gamma g = \frac{(b+\beta)(b-\beta)^2 \cdot x^2}{a^2 b^2 \beta^3}.$$

Quocirca totum spatium diffusionis iam erit

$$Gg = \frac{\beta^2}{b^2} \cdot Ff + \gamma g; \text{ seu}$$

$$Gg = \frac{\beta^2}{b^2} \cdot \frac{(a+\alpha)(a-\alpha)^2 \cdot x^2}{a^2 \alpha^3} + \frac{(b+\beta)(b-\beta)^2 \cdot x^2}{a^2 b^2 \beta^3}.$$

Nunc autem post secundam reflexionem angulus, sub quo radii extremi ad axem erunt inclinati, colligitur ex Lemmate 2 =  $\frac{b\psi}{a\beta} = \frac{b}{a\beta} \cdot x$ .

### Scholion I.

§. 16. Cum igitur speculum, ad quod referuntur binæ distantiae  $a$  et  $\alpha$  et cuius semidiameter aperturæ est  $= x$ , gignat spatium diffusionis

$$Ff = \frac{(a+\alpha)(a-\alpha)^2 \cdot x^2}{a^2 \alpha^3}.$$

com-

comparemus hoc spatium cum eo, quod lens sub similibus circumstantiis producit, atque in primo libro vidimus, pro tali lente esse spatium diffusionis §. 49.

$Ff = \frac{n(n-1)x^2}{n(n-1)^2(n+1)} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{a} \right) \left( \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{a} \right)^2 + \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2} \right)$   
 quod quidem iam est minimum, quod a lente ad has distantias  $a$  et  $a$  relata cum apertura, cuius semidiameter est  $x$ , generari potest. Quo autem facilius hanc comparisonem instituere valeamus, ponamus vtrunque distantiam obiecti  $a$  esse infinitam atque e speculo nascetur spatium diffusionis  $Ff = \frac{x^2}{a}$  quod autem a lente nascitur, erit

$$Ff = \frac{n(n-1)x^2}{n(n-1)^2(n+1)a} \text{ vbi } n:1$$

denotat rationem refractionis et sumto  $n=1,55$ , hoc spatium inuentum est  $Ff = 0,938191 \frac{x^2}{a}$ .

Vnde patet, a speculo multo minorem diffusionem oriri, quam a lente, quandoquidem illa erit ad hanc, vt  $\frac{1}{10}, 938191$ ; hoc est propemodum vt  $1:7,505528$  seu vt  $1:7\frac{1}{2}$  quae ergo proportio cum proprie in speculis vel lentibus obiectiuis locum habeat, hinc praecipua causa innotescit, cur specula loco lentium obiectiuarum substituta multo breuiora telescopia suppetauerint, quandoquidem ob minorem confusionem distantiam focalem minorem accipere licet, ad quod accedit, quod in his telescopiis catoptrici radii in speculum obiectiuum incidentes primo ad alterum speculum reflectantur, vnde denuo per eandem viam re-

O o o 2

ver-



vertuntur antequam per lentes oculares transeunt, ita, ut distantia amborum speculorum bis sit computanda, sicque longitudo instrumenti denuo fere ad semissem reducat. Hoc ergo commodum specula praestarent, etiam sine ullo respectu ad eorum qualitatem habito, qua radii diuersorum colorum a reflexione non disperguntur, vti fit in refractione. Verum tamen hic etiam insigne speculorum incommodum non est reticendum, in eo consistens, quod speculum etiam maxime politum semper multo pauciores radios reflectat, quam per lentem eiusdem magnitudinis transmittuntur. Atque haec causa est, quod telescopia catoptrica plerumque multo minorem claritatis gradum largiantur.

### Scholion 2.

§. 17. Quemadmodum hoc postremum problema resoluius, atque etiam diffusionem imaginis a secundo speculo natam definiuimus, ita eadem investigatio ad plura specula accommodari posset, nisi ipsa rei natura speculorum usum ad binarium restringeret. Quamobrem coacti sumus radios a secundo speculo reflexos ad lentes vitreas dirigere, per quas demum ad oculum propagentur atque ob hanc ipsam rationem ipsum speculum obiectuum circa medium perforatum esse debet, ut radiis a secundo speculo reflexis transitus per hoc foramen concedatur, vbi simul a lentibus excipiantur. Quare cum hactenus speculum

lum obiectuum tanquam integrum simus contempla-  
ti, nunc superest, vt etiam foraminis, quo illud est  
pertusum, in calculo rationem habeamus, vbi simul  
erit disquirendum, quomodo speculum secundum re-  
spectu huius foraminis comparatum esse debeat, ne  
scilicet nimiam radiorum copiam intercipiat ac tamen  
sufficiat omnibus radiis a primo speculo reflexis exci-  
piendis; haecque ergo momenta in sequenti problema-  
te accuratius perpendemus.

### Problema 4.

§. 18. Si in telescopio loco lentis obiectiuae  
adhibeatur speculum concauum  $P\pi A\pi P$  in medio Tab. III.  
Fig. 5.  
pertusum foramine  $\pi A \pi$ , cuius centrum sit in axe  
 $AB$  in quo ad distantiam quasi infinitam obiectum  
seu punctum lucidum concipiatur, ex quo radii axi  
paralleli in istud speculum  $P\pi\pi P$  incident indeque  
reflexi ad speculum minus super eodem axe normali-  
ter positum  $QBQ$  dirigantur, vnde porro ad lentem  
vitream prope foramen  $\pi\pi$  itidem super eodem axe  
normaliter sitam reflectantur; determinare imagines,  
per duplicem reflexionem formatas earumque diffu-  
sionem.

### Solutio.

Sit semidiameter totius speculi obiectiui  $AP = x$   
et semidiameter foraminis  $A\pi = y$ , radius vero cur-  
vaturae speculi  $= f$ ; ideoque distantia focalis  $p = \frac{1}{2}f$   
tum vero speculi minoris  $QBQ$  sit distantia focalis  

$$\begin{array}{rcl} 000 & 3 & = q \end{array}$$

$= q$  et distantia horum speculorum  $AB = k$ . His positis cum obiectum in axe  $AB$  ad distantiam infinitam remotum concipiatur radii inde axi paralleli ad speculum obiectuum  $PP$  perveniant, qui ergo ut totam eius superficiem reflectentem  $P\pi$  quaquaversus adimpleant, speculum  $QBQ$  maius esse non debet, quam foramen  $\pi\pi$  neque etiam id minus esse conveniet, quia alioquin radii ab obiecto directe in foramen lentemque ibi sitam ingrederentur et repraesentationem inquinarent, ex quo intelligitur, semidiametrum aperturæ huius speculi minoris esse debere  $BQ = y$  vel saltem eo non multo maiorem. Quoniam igitur hic distantia obiecti, quæ supra posita est  $= a$ , nostro casu est infinita, si radii axi proximi in speculum incidere possent, iis formaretur imago principalis in  $F$  ita, ut esset distantia  $AF = a = p$ . Quia autem radii axi proximi excluduntur, nulla imago principalis formabitur. Prima ergo imago a radiis circa oram foraminis reflexis formabitur in  $\Phi$ , ita, ut sit intervallum  $F\Phi = \frac{y^2}{a}$ , quia hic est  $y$ , quod supra erat  $x$  et distantia obiecti  $a = \infty$ . Imago autem extrema a radiis circa oram speculi  $Pp$  reflexis formetur in puncto  $f$  eritque intervallum  $Ff = \frac{x^2}{a}$ ; quare cum ipsa imago principalis hic desit, totum spatium diffusionis hic tantum erit  $\Phi f = \frac{x^2 - y^2}{a}$ . Interim tamen hæc puncta  $F, \Phi, f$  inter se tam erunt propinqua, ut in calculo pro eodem haberi queant.

queant. Cum ergo omnes radii a speculo maiore reflexi per punctum F transire sint censendi, ut in speculum Q B Q incident eius semidiameter B Q tantus esse debet, ut sit.

$$A F : A P = B F : B Q \text{ unde fit } B Q = \frac{k - \alpha}{\alpha} \cdot x$$

qui cum ipsi  $y$  debeat esse aequalis, habebimus

$$y = \frac{k - \alpha}{\alpha} \cdot x. \text{ hincque } k = \frac{\alpha(y + x)}{x}.$$

Si autem minus speculum intra A et F esset constitutum; reperiretur.

$$B Q = \frac{\alpha - k}{\alpha} \cdot x = y; \text{ hincque } k = \frac{\alpha(x - y)}{x},$$

quae vero expressio in superiori contenta est censenda, propterea quod radium foraminis  $y$  tam positivae, quam negativae capere licet. Cum igitur nunc primae imaginis F distantia a speculo secundo sit  $k - \alpha = \frac{\alpha y}{x}$  quam supra vocavimus  $= b$ , ita, ut sit  $b = \frac{\alpha y}{x}$ , secunda imago a speculo Q B Q reflexa cadet in punctum G, ita, ut sit  $B G = \beta = \frac{b}{b - 1}$ ; ita, ut radii a speculo Q B Q reflexi omnes per punctum hoc G transire sint censendi, siquidem hic animum a diffusionem imaginis abstrahimus. Nunc igitur insuper efficiendum est, ut illi radii omnes in ipsum foramen  $\pi A \pi$  ingrediantur, id quod cum sit  $B Q = A \pi$  eveniet, si modo punctum G propius versus A cadat, quam versus B. seu debet esse  $\beta > 1$ . Invenimus vero.

$$\beta =$$

$$\beta = \frac{bq}{b-q} = \frac{ayq}{ay-qx} \text{ et } k = \frac{a(y+x)}{x},$$

ita ut nunc esse debeat

$$\frac{ayq}{ay-qx} > \frac{a(y+x)}{ax} \text{ unde oritur } q > \frac{ay(x+y)}{x(y+x)}$$

ex qua ergo formula distantia focalis speculi minoris desipiri poterit, quae ergo determinabitur per semidiametros foraminis et ipsius speculi maioris una cum focali distantia speculi maioris  $p = a$  sin autem speculum minus constituatur intra F et A, iam vidimus fore  $AB = k = \frac{a(x-y)}{x}$  et cum nunc sit distantia  $b = -\frac{ay}{x}$  distantia  $BG = \beta = \frac{ayq}{ay-qx}$  quae ut maior sit, quam  $\frac{1}{2}k$ , necesse est fiat  $q > \frac{ay(x-y)}{x(y+x)}$  unde si  $x$  sit  $> 3y$ , debeat esse  $q$  negativum, ita, ut sit

$$q > -\frac{ay(x-y)}{x(x-y)}$$

at si esset  $x = 3y$ , capi posset  $q = \infty$ , sicque speculum minus fieret planum. Quod denique ad diffusionem imaginis secundae in G repraesentatae attinet, ea iterum erit quasi truncata sua imagine principali, quod si litteris  $G\Phi g$  repraesentetur ad similitudinem litterarum  $F\Phi f$  totum spatium diffusionis tantum erit censendum  $= \Phi g$ , cuius quantitas ex formula praecedentis problematis reperietur, si loco  $x$  scribatur  $x^2 - y^2$ , unde ob  $a = \infty$  erit hic

$$\Phi g = \frac{\beta^2}{b^2} \frac{(x^2 - y^2)^2}{x^2 a} + \frac{(b + \beta)(b - \beta)^2 (x^2 - y^2)}{x^2 a^2 \beta}$$

atque nunc radiorum in  $\Phi$  concurrentium obliquitas ad axem erit  $= \frac{b}{ap} \cdot y$ ; obliquitas vero radiorum in  $g = \frac{b}{ap} \cdot x$ . Coroll.

## Coroll. 1.

§. 19. Si ergo minus speculum ultra locum imaginis F collocetur, eius distantia a primo speculo debet esse

$$AB = \frac{a(x+y)}{x} = a + \frac{y}{x} \cdot a$$

ita, ut sit  $FB = \frac{ay}{x}$  hocque ergo casu distantia AB maior erit, quam distantia focalis speculi principalis tum vero huius secundi speculi distantia focalis esse debet  $q > \frac{ay(x+y)}{x(x+y)}$ .

## Coroll. 2.

§. 20. Hic autem manifesto supponitur, punctum G a puncto B versus A cadere, ita, ut distantia  $\beta$  euadat positua; si enim esset  $q > b$ , punctum G ad alteram partem speculi QBQ caderet radiique GQ producti manifesto extra foramen praetergredierentur. Quare hic pro Q alterum limitem probe obseruari oportet, ut sit  $q < b$ . siue  $q < \frac{ay}{x}$ , tum vero etiam  $q > \frac{ay(x+y)}{x(x+y)}$ .

## Coroll. 3.

§. 21. Sin autem speculum QBQ intra focum F collocetur, oportebit esse distantiam

$$AB = \frac{a(x-y)}{x} = a - \frac{y}{x} \cdot a. \text{ ita, ut sit } FB = \frac{ay}{x}$$

tantoque interuallo prima imago post secundum speculum cadat, fiatque  $b = -\frac{ay}{x}$ ; vnde deducitur, di-

Tom. II.

P p p

stan-

Tab. II.  
Fig. 6.

stantia  $BG = \beta = \frac{ay}{ay + qx}$ , quae distantia semper est positiva seu versus  $A$  dirigitur, nisi forte  $q$  sit quantitas negativa; quae cum superare debeat  $\frac{1}{2}k$ , debet esse  $2xyq > ay(x-y) + x(x-y)q$  deberet ergo esse  $2xy > x(x-y)$  seu  $y > \frac{1}{2}x$ . Quare si ut semper in praxi evenit sit  $y < \frac{1}{2}x$ , huic conditioni satisfieri nequit; si scilicet alterum speculum sit concavum.

### COROLL. 4.

§. 22. - Hoc ergo casu necesse est, ut minus speculum sit convexum eiusque distantia focalis negativa. Statuatur ergo  $q = -q$ ; ut fiat  $\beta = \frac{-bq}{b+q}$ , qui valor ob  $b = -\frac{ay}{x}$  abit in hunc  $\beta = \frac{ayq}{q x - ay}$ , qui valor ut primo sit positivus, debet esse  $q > \frac{ay}{x}$  deinde ut fiat  $2\beta > k$  debet esse

$$2xyq > x(x-y)q - ay(x-y)$$

ex qua fit

$$ay(x-y) > x(x-3y)q$$

unde pro  $q$  elicitur alter limes

$$q < \frac{ay(x-y)}{x(x-3y)}, \text{ altero existente } q > \frac{ay}{x}.$$

### COROLL. 5.

§. 23. Sin vero praeter consuetudinem foramen tantum fiat, ut sit  $3y > x$ , tum speculo minori concavo uti licebit dummodo eius distantia focalis sit  $q > \frac{ay(x-y)}{x(3y-x)}$ , quemadmodum ex Coroll. 3 est manifestum.

testum, atque hoc casu quoniam littera *q* nulla alia conditione restringitur hoc speculum adeo planum fieri poterit.

### Scholion.

§. 22. Haec duo specula ita hic sumus contemplati, quemadmodum in telescopiis Gregorianis usurpari solent atque hic tantum ad obiecti punctum medium in axe tubi situm spectauimus unde radii axi paralleli in speculum principale incidunt; alterum vero speculum ita instruximus, vt omnes radios a priori reflexos recipiat eosque porro in foramen projiciat. Cum autem etiam partes obiecti extra axem sitae visui offerri debeant, quoniam inde radii sub aliqua exigua obliquitate in speculum incidunt, tubum, in quo haec duo specula inferuntur, aliquantillum diuergentem confici oporteret vel quod eodem redit tubum aliquanto ampliorem effici conueniet quam est diameter speculi; deinde ob eandem rationem etiam speculum minus ultra limites ipsi assignatos extendi deberet, vt etiam istos radios obliquos post reflexionem recipere posset, sed quoniam parum interest, siue extremitates obiecti pari lumine conspiciantur atque eius medium, siue minore, hac amplificatione facile eo magis carere poterimus, quod tota haec obliquitas non ultra aliquot minuta in magnis praesertim multiplicationibus excreseat. Longe aliter autem se habitura esset huius rei tractatio, si etiam specula ad

P p p 2.

axem



axem instrumenti oblique posita in vsum vocarentur, quemadmodum in ipso huius inuentionis principio a Newtono est tactum, sed quia reflexio radiorum oblique incidentium haud exiguam gignit confusionem, hoc argumentum hic nequaquam attingimus.

---

---

CAPVT

# CAPVT II.

DE

## COMPVTO CONFVSIONIS, DVM

PRAETER LENTES ETIAM SPECVLA AD

INSTRVMENTA DIOPTICA CON-

FICIENDA ADHIBENTVR.

### Problema I.

§. 23.

**S**i loco primæ et secundæ lentis specula vsurpen-  
tur, inuenire formulas, quæ ob hæc duo specula  
in expressionem supra in Libro I. inuentam, qua  
scilicet semidiameter confusionis est inuenta, introduci  
in calculum debent.

### Solutio.

In primo libro §. 91. ostendimus a duabus len-  
tibz. oriri spatium diffusionis

$$Gg = \mu \beta' x^2 \left\{ \frac{\alpha^2}{\beta^2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{a'} \right) \left( \lambda \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{a'} \right)^2 + \frac{\gamma}{\alpha^2} \right) \right. \\ \left. + \frac{\beta^2}{\alpha^2} \left( \frac{1}{b} + \frac{1}{b'} \right) \left( \lambda' \left( \frac{1}{b} + \frac{1}{b'} \right)^2 + \frac{\gamma'}{\beta^2} \right) \right\}$$

P p p 3

quæ

quae expressio ponendo  $\alpha = A a$ ,  $\beta = B b$ , tum vero etiam  $\frac{A}{1+A} = \mathfrak{A}$  et  $\frac{B}{1+B} = \mathfrak{B}$ , abit in hanc:

$$Gg = \frac{\mu^2 B^2 x^2}{a} \left( \frac{\lambda}{\mathfrak{A}^2} + \frac{\nu}{A^2} + \frac{b}{A^2 a} \left( \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}} + \frac{\nu}{B^2} \right) \right)$$

atque si hic porro, uti deinceps in tractatu de Telescopiis fecimus, ponamus  $\frac{a}{b} = \frac{Aa}{Bb} = -P$ , ista expressio induet hanc formam

$$Gg = \frac{A^2 B^2 x^2}{a} \left( \mu \left( \frac{\lambda}{\mathfrak{A}^2} + \frac{\nu}{A^2} \right) - \frac{P}{A^2 P} \left( \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}} + \frac{\nu}{B^2} \right) \right)$$

Si nunc loco duarum harum lentium duo substituantur specula, ad quae litterae  $a$ ,  $\alpha$ ;  $b$ ,  $\beta$  cum  $x$  similiter sint relatae, in Probl. 3. Cap. praeced. §. 15. inuenimus fore spatium diffusionis

$$Gg = \frac{\beta^2}{b^2} \cdot \frac{(a+\alpha)(a-\alpha)^2 \cdot x^2}{a^2 \alpha} + \frac{(b+\beta)(b-\beta)^2 \cdot x^2}{a^2 a b \beta}$$

quae forma posito  $\alpha = A a$ ;  $\beta = B b$  et  $\frac{a}{b} = -P$  induet hanc formam

$$Gg = \frac{A^2 B^2 x^2}{a} \left( \frac{(1+A)(1-A)^2}{A^2} - \frac{(1+B)(1-B)^2}{A^2 B^2 P} \right)$$

ex qua cum superiori collata cognoscimus, si loco primae lentis speculum substituitur, tum in computo confusionis loco formulae

$$\mu \left( \frac{\lambda}{\mathfrak{A}^2} + \frac{\nu}{A^2} \right) \text{ scribi debere hanc } \frac{(1+A)(1-A)^2}{A^2},$$

ac si etiam loco lentis secundae speculum substituitur, tum simili modo loco formulae

$$\mu \left( \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}} + \frac{\nu}{B^2} \right) \text{ scribi debere hanc } \frac{(1+B)(1-B)^2}{B^2};$$

ac si circumstantiae <sup>per</sup>mitterent, vt etiam loco tertiae lentis speculum simile substitueretur, tum in com-  
puto confusionis loco formulae

$$\mu \left( \frac{\lambda^2}{c^2} + \frac{v}{c^2} \right) \text{ scribi deberet haec formula } \frac{(1+c)(1-c)^2}{c}$$

vnde satis superque intelligitur, quomodo quantitas confusionis aestimari debeat, quando loco lentium specula adhibentur.

### COROLL. I.

§. 24. Quatenus autem speculum obiectuum foramine est pertusum, cuius radius =  $y$ , eatenus in factore communi loco  $x^2$  scribi oportet  $x^2 - y^2$  ita, vt iam expressio pro spatio diffusionis inuenta futura sit

$$Gg = \frac{A^2 B^2 (x^2 - y^2)}{A} \left( \frac{(1+A)(1-A)^2}{A^2} - \frac{(1+B)(1-B)^2}{A^2 B^2 F} \right)$$

vbi notandum est, formulam  $x^2 - y^2$  proportionalem esse superficiei reflectenti in primo speculo, prorsus vti  $x^2$  proportionale erat superficiei refringenti lentis obiectivae.

### COROLL. 2.

§. 25. Atque haec formula  $x^2 - y^2$  etiam extenditur ad omnes lentes sequentes, quotquot binis speculis insuper adiunguntur; ita, ex gr. si duae lentes praeter specula adhibeantur, totum spatium diffusionis  $Ii$  ita exprimitur:

$$Ii =$$

$$I i = \frac{A^2 B^2 C^2 D^2 (x^2 - y^2)}{a} \left( \frac{(1 + A X_1 - A)^2}{A^2} - \frac{(1 + B)(1 - B)^2}{A^2 B^2 P} \right. \\ \left. + \frac{\mu}{A^2 B^2 P Q} \left( \frac{\lambda''}{C^2} + \frac{v}{C^2} \right) \right. \\ \left. - \frac{\mu}{A^2 B^2 C^2 P Q R} \left( \frac{\lambda'''}{D^2} + \frac{v}{D^2} \right) \right)$$

vnde patet, quid propter specula in nostris formulis generalibus immutari debeat.

### COROLL 3.

§. 26. Cum autem nostra specula tantum ad telescopia accommodari queant, ubi est  $a = \infty$   $A = 0$ . et  $A a = a = p$ , ex formulis vinculo inclusis denominator  $A^2$  in factorem communem transfertur sicque pro spatio diffusionis a binis speculis et duabus lenticulis orto habebitur haec expressio:

$$I i = \frac{B^2 C^2 D^2 (x^2 - y^2)}{p} \left( 1 - \frac{(1 + B)(1 - B)^2}{B^2 P} \right. \\ \left. + \frac{\mu}{B^2 P Q} \left( \frac{\lambda''}{C^2} + \frac{v}{C^2} \right) \right. \\ \left. - \frac{\mu}{B^2 C^2 P Q R} \left( \frac{\lambda'''}{D^2} + \frac{v}{D^2} \right) \right)$$

### Scholion I.

§. 27. Quoniam autem pro secundo speculo tam littera  $B = \frac{p}{b}$ , quam  $P = -\frac{a}{b}$  non amplius ab arbitrio nostro pendet, sed earum valores iam ante sunt definiti, videamus, quomodo isti valores in computum sint introducendi, atque hic duos casus evolvere conueniet, prout minus speculum siue ultra focum speculi principalis constituitur, siue citra. Quod quo ad nostras formas succinctius exprimi possit, ponamus in

in genere  $y = \varepsilon x$  ita, vt fit  $x^2 - y^2 = (1 - \varepsilon^2)x^2$ , vbi scilicet  $\varepsilon$  denotat fractionem foraminis magnitudinem definientem.

I. Primo igitur quando distantia minoris speculi Tab. II. A B maior est, quam distantia focalis  $p$ ; tum vidi- Fig. 6. mus (§. 19.) esse hanc distantiam A B seu primum intervallum  $= (1 + \varepsilon)\alpha = (1 + \varepsilon)p$ , quod cum per formulas nostras generales fit  $= A\alpha(1 - \frac{1}{\varepsilon}) = p(1 - \frac{1}{\varepsilon})$  erit  $\frac{1}{\varepsilon} = -\varepsilon$ . Deinde vero etiam vidimus esse,  $b = \varepsilon p$  et porro si distantia focalis minoris speculi ponatur  $= q$ , erit  $\frac{b}{\varepsilon} = \frac{bp}{\varepsilon q}$  hincque  $\frac{\beta}{\varepsilon} = B = \frac{q}{\varepsilon - q} = \frac{q}{\varepsilon p - q}$ . At vero pro  $q$  hos dedimus limites:  $q < \varepsilon p$  et  $q > \frac{\varepsilon(1 + \varepsilon)p}{1 + \varepsilon}$  quibus valoribus substitutis spatium illud diffusionis Ii ita exprimitur:

$$Ii = \frac{(1 - \varepsilon^2) \cdot C^2 D^2 q^2 \pi^2}{(\varepsilon p - q)^2 \cdot p} \left( \frac{1}{2} + \frac{\varepsilon^2 (\varepsilon p - q)^2 \cdot p}{q^2} \right. \\ \left. - \frac{\mu \cdot \varepsilon (\varepsilon p - q)^2}{q^2 \cdot Q} \left( \frac{\lambda''}{\varepsilon^2} + \frac{v}{\varepsilon \varepsilon} \right) \right. \\ \left. + \frac{\mu \cdot \varepsilon (\varepsilon p - q)^2}{C^2 \cdot q^2 \cdot Q^2} \left( \frac{\lambda'''}{\varepsilon^3} + \frac{v}{\varepsilon \varepsilon} \right) \right)$$

II. Sin autem distantia secundi speculi A B mi- Tab. II. nor fuerit, quam  $p$ , tum primo erit haec ipsa distan- Fig. 6. tia  $= (1 - \varepsilon)p$ , quae cum fit  $p(1 - \frac{1}{\varepsilon})$  erit  $\frac{1}{\varepsilon} = \varepsilon$ . Deinde erit distantia  $b = -\varepsilon p$  et quia secundum speculum debet esse conuexum, posito  $q = -q$  fiet  $\frac{\beta}{\varepsilon} = B = \frac{-q}{\varepsilon - q}$  verum pro  $q$  hos dedimus limites  $q > \varepsilon p$  et  $q < \frac{\varepsilon(1 - \varepsilon)p}{1 - \varepsilon}$  quibus valoribus substitutis spatium illud diffusionis ita exprimitur:

Tom. II.

Q q q

Ii =

$$Ij = \frac{(1-p^2) \cdot C^2 D^2 q^2 x^2}{(q-ep)^2 \cdot p} \left( \frac{1}{1} - \frac{e^2(1-q-ep)^2 \cdot p}{q^2} \right. \\ \left. - \frac{\mu \cdot \epsilon(q-ep)^2}{q^2 \cdot Q} \left( \frac{\lambda''}{\epsilon^2} + \frac{v}{\epsilon \epsilon} \right) \right. \\ \left. + \frac{\mu \cdot \epsilon \cdot q - \epsilon p)^2}{q^2 \cdot C^2 \cdot Q R} \left( \frac{\lambda''}{D^2} + \frac{v}{D^2 D} \right) \right)$$

Quodsi lens in ipso foramine speculi obiectivi constituitur, tum insuper datur intervallum secundum, primo quippe aequale, ac primo quidem casu erit  $= (1 + \epsilon)p$ . Quod cum per formulas generales sit

$$= -\frac{\lambda \cdot B \cdot a}{p} (1 - \frac{1}{p}) = \frac{\epsilon \cdot B \cdot a}{\epsilon p - 1} (1 - \frac{1}{p});$$

hinc reperitur

$$\frac{1}{Q} = 1 - \frac{(1-p-q)(1+\epsilon)}{\epsilon \cdot j} \text{ seu } \frac{1}{Q} = \frac{(1+\epsilon)q - \epsilon(1+\epsilon)p}{\epsilon q}$$

$$\text{hincque } \frac{1}{pQ} = \frac{\epsilon(1+\epsilon)p - (1+\epsilon)q}{q}$$

vbi notandum est, Q fieri non posse negativum; nisi q contineatur intra hos limites

$$q < \frac{\epsilon(1+\epsilon)p}{1+\epsilon} \text{ et } q > \frac{\epsilon(1+\epsilon)p}{1+\epsilon}$$

Haec scilicet valent pro casu priore; pro casu vero posteriore reperitur

$$\frac{1}{Q} = \frac{\epsilon(1-\epsilon)p - (1-\epsilon)q}{\epsilon q} \text{ et } \frac{1}{pQ} = \frac{(1-\epsilon)q + \epsilon(1-\epsilon)p}{q}$$

vbi pariter notetur, Q fieri negativum, si q capiatur intra hos limites

$$q > \frac{\epsilon(1-\epsilon)p}{1-\epsilon} \text{ et } q < \frac{\epsilon(1-\epsilon)p}{1-\epsilon}$$

ac vero Q fieri positivum, si capiatur intra hos limites:  $q < \frac{\epsilon(1-\epsilon)p}{1-\epsilon}$  et  $q > \epsilon p$ .

Scho-

## Scholion. 2.

§. 27. Quae hic attulimus, ad spatia diffusionis, ex speculis et lentibus quocunque ortae pertinent. Conclusio vero, quae in superiore libro hinc ad semidiametrum confusionis ipsam determinandam est deducta, etiam hic quandam mutationem patitur. Quoniam enim semidiametrum confusionis ex vltimae imaginis diffusionis conclusimus, notandum est, etiam hoc vltimum spatium diffusionis sua imagine principali fore truncatum. Quoniam enim a primo speculo nulla gignitur imago principalis ob defectum radiorum axi proximorum, etiam sequentia spatia diffusionis, quocunque fuerint lentes imagine principali destituentur; unde cum horum spatiorum vltimum minus sit, propter ipsam hanc mutilationem, inde etiam minor confusio in oculo orietur, quam ob causam etiam semidiameter confusionis prouti cum in primo libro definitivimus minorem valorem adipiscetur, quam inuestigationem sequenti problemate suscipiemus.

## Problema 2.

§. 28. Data vltima imagine diffusa, quae tam per bina specula, quam omnes lentes sequentes formatur, inuenire confusionem in ipso oculo inde oriundam, qua scilicet visio immediate afficitur.

## Solutio.

Repraesentet  $L \lambda l$ . vltimum spatium diffusionis Tab. III.  
tam per specula, quam omnes sequentes lentes forma- Fig. 7.  
 $Q q q$  2 tum,



tum, quippe quod est obiectum immediatum visionis; unde radii immediate in oculum ingrediuntur, in quo spatio punctum  $L$  denotet locum imaginis principalis, ubi radii axi proximi concurrerent, si speculum obiectuum esset integrum ob foramen autem huius speculi, ista imago principalis plane deerit et imago diffusa demum in puncto  $\lambda$  incipiet, ubi radii circa oram foraminis reflexi et per omnes lentes transmissi concurrunt, alter vero terminus sit in  $I$ , ubi radii ab extremitate speculi obiectiui reflexi ac per lentes transmissi vniuntur. Quod nunc primo ad magnitudinem huius spatii  $\lambda I$  attinet, supra vidimus, id esse proportionale formulae  $xx - yy$ , siue posito  $y = \epsilon x$ , huic  $(1 - \epsilon\epsilon)xx$  unde statuamus hoc spatium  $\lambda I = V(1 - \epsilon\epsilon)xx$ . Deinde radiorum in termino  $\lambda$  cum axe concurrentium obliquitas, quam supra ipsi  $y$  proportionalem esse vidimus, ponatur  $= \mathfrak{B}y = \epsilon \mathfrak{B}x$ ; obliquitas vero radiorum extremorum in puncto  $I$  concurrentium erit  $= \mathfrak{B}x$ , ubi litterae  $V$  et  $\mathfrak{B}$  eodem valores habent, quos in primo libro §. 163. assignauimus.

His praemissis quaeramus eum oculi locum, unde haec imago diffusa minima cum confusione concipiat. Hunc in finem concipiamus punctum quoddam medium in imagine  $\zeta$ , a quo oculus ad distantiam suam iustam  $= I$  sit remotus, ita, ut sit  $\zeta I = O$  radiique ex hoc puncto  $\zeta$  emissi praecise in puncto retinae  $V$  congregentur. Hinc ergo puncta cis et ultra

ultra hoc punctum  $\zeta$  vel  $\lambda$  vel  $I$  versus sita non in ipsa retina  $V$ , sed vel post eam in  $v$  vel ante eam in  $v$  repraesentabuntur radiique in his punctis se de-  
 cussantes in ipsa retina circellos siue maiores siue minores referent atque nunc totum negotium huc reducitur, ut hi circelli quam minimi euadant, quia hoc modo in oculo minima confusio producet. Primum igitur videndum est, quanti huiusmodi circuli a punctis intra  $\zeta$  et  $\lambda$  sitis in retina oriantur et quinam eorum futurus sit maximus, quoniam enim hi circelli partim a distantia a puncto  $\zeta$ , partim a radiorum obliquitate pendent, quae a  $\lambda$  versus  $\zeta$  progrediendo continuo crescit; facile intelligitur, ex puncto quodam medio, puta  $\omega$ , maximum circellum oriri, quandoquidem tam ex ipso puncto  $L$ , ubi obliquitas est nulla, quam ex puncto  $\zeta$  nullus talis circellus oriatur. Deinde a  $\zeta$  ad  $I$  regrediendo continuo maiores huiusmodi circelli oriantur, ita, ut radii ex ipso puncto  $I$  emissi ab hac parte maximum circellum gignant; ex quo manifestum est, si punctum  $\zeta$  ita fuerit assumptum, ut maximi modo dicti circelli ex punctis  $\omega$  et  $I$  orti fiant inter se aequales; tum confusionem in ipsa visione natam omnium fore minimam. Si enim punctum  $\zeta$  propius ad  $\omega$  moveretur; tum circellus quidem ab hac parte ortus fieret minor, alter vero ex puncto  $I$  ortus tanto maior euaderet; atque contrarium eueniret, si punctum  $\zeta$  propius versus  $I$  caperetur. Ut igitur nunc tam locum

Qq 3

puncti

puncti  $\zeta$ , quam ei respondentis puncti  $\omega$  inuestigemus; totum spatium  $L I$ , et si id nostro casu parte  $L \lambda$  est truncatum, in computum ducamus ponamusque brevitatis gratia  $h I = f$ , eritque ex principiis supra expositis  $f = V x^2$  et  $L \lambda = V y^2 = e^2 V x^2$ ; unde fit, uti initio commemorauimus,  $\lambda I = (1 - e^2) V x^2$ . Praeterea vero vocemus spatia  $L \zeta = \zeta$ , et  $L \omega = \omega$ , et quia radii ex hoc puncto  $\omega$  egressi supra retina maximum circellum producere ponuntur, ad hunc inueniendum obliquitatem radorum in puncto hoc  $\omega$  nosse oportet. Quia autem obliquitas in  $L$  est nulla, in  $I$  vero  $= \mathfrak{B} x$  et in  $\lambda = e \mathfrak{B} x$  evidens est, obliquitatem crescere in ratione subduplicata distantiae a puncto  $L$ ; unde obliquitas radorum in  $\omega$  erit  $= \mathfrak{B} x \sqrt{\frac{\omega}{f}}$ .

Radii igitur ex  $\omega$  egressi concurrent post oculum in puncto  $v$ , ita, ut sit per principia supra satis stabilita  $V v = \frac{n}{11} \zeta \omega$ , denotante  $n$  profunditatem oculi  $O V$ . Radorum autem in hoc puncto  $v$  concurrentium obliquitas ex iisdem principiis erit

$$= \frac{1}{11} \mathfrak{B} x \sqrt{\frac{\omega}{f}};$$

ex quibus duobus momentis concluditur circelli in retina depicti radius  $= \frac{n}{11} \zeta \omega \mathfrak{B} x \sqrt{\frac{\omega}{f}}$  et quia est  $\zeta \omega = \zeta - \omega$ , erit radius istius circelli

$$= \frac{n}{11} \mathfrak{B} x \cdot (\zeta - \omega) \sqrt{\frac{\omega}{f}},$$

qui ergo ut maximus euadat, spatium  $\omega$  ita assumi oportet

oportet, vt fiat  $(\zeta - \omega) \vee \omega = \text{maximo}$ , quod euenit  
sumendo  $\omega = \frac{1}{3} \zeta$ ; quocirca maximi huius circelli erit  
radius  $= \frac{1}{7} \mathfrak{B}x. \frac{1}{3} \zeta \vee \frac{\zeta}{3f}$ . Nunc vero ex altera par-  
te radii ex altero puncto  $l$  in oculum incidentes con-  
siderentur, qui ante retinam in puncto  $v$  colligentur,  
existente spatio  $Vv = \frac{3}{11} \cdot \zeta l = \frac{3}{11} (f - \zeta)$  ibique ra-  
diorum obliquitas erit  $= \frac{1}{11} \mathfrak{B}x$ ; vnde circelli super  
retina depicti radius erit  $= \frac{1}{7} (f - \zeta) \mathfrak{B}x$  qui conse-  
quenter radio prioris circelli inuenti aequalis statui de-  
bet; ex quo obtinebitur haec aequatio  $f - \zeta = \frac{1}{3} \zeta \vee \frac{\zeta}{3f}$   
ex qua intervallum  $\zeta$  definiri oportet. Sumtis autem  
quadratis habebimus

$$f^2 - 2f\zeta + \zeta^2 = \frac{1}{11} \cdot \frac{\zeta^2}{f} \text{ siue}$$

$$f^2 - 2f\zeta + f\zeta - \frac{1}{11} \zeta^2 = 0.$$

quam perpendenti mox patebit divisibilem esse per  
 $f - \frac{1}{11} \zeta$  divisione autem facta prodit

$$f^2 - \frac{2}{11}f\zeta + \frac{1}{11}\zeta^2 = 0.$$

Quae denuo per  $f - \frac{1}{11} \zeta$  diuisa praebet  $f - \frac{1}{11} \zeta = 0$ ,  
quia vero hiq priores factores hic locum habere ne-  
queunt, quia absurdum foret esse  $\zeta = 3f$ , vltimus  
factor nobis verum praebet intervallum  $L \zeta = \zeta = \frac{1}{11} f$ ,  
ita, vt sit  $l \zeta = \frac{1}{11} f$  et  $L \omega = \omega = \frac{1}{11} f$  his valoribus  
inuentis circelli minimi in oculo descripti radius erit  
 $= \frac{1}{11} f \cdot \mathfrak{B}x$  et cum sit  $f = Vx$ , erit iste radius  $= \frac{1}{11} V \mathfrak{B}x$   
Iam vero si in coelo circulum conspiceremus, cuius  
radius

radius apparens  $= \Phi$ , eius imago super retina etiam esset circulus, cuius radius  $= u \Phi$  hoc ergo circulo illi aequali posito fit  $\Phi = \frac{\sqrt{u} x^2}{1}$  et singula imaginis nostrae puncta ab oculo cernentur tanquam maculae circulares, quarum semidiameter apparens sit  $= \frac{\sqrt{u} x^2}{1}$ , quam expressionem supra nominauimus semidiametrum confusionis.

## Coroll. 1.

§. 29. In hac solutione assumimus, punctum  $\omega$  intra  $\lambda$  et  $l$  cadere; si enim termino  $L$  propius esset, quam punctum  $\lambda$ , quoniam imago, tantum per spatium  $L l$  est diffusa, istud punctum  $\omega$  prorsus non in computum venire posset, sed maximus circellus in oculo ex hac parte ab ipso puncto  $\lambda$  oriretur, atque pro hoc casu peculiaris solutio requiretur, quam mox sumus daturi.

## Coroll. 2.

§. 30. Cum autem sit  $L \omega = \frac{1}{2} L f = \frac{1}{2} L l$ , pro termino autem  $\lambda$  sit  $L \lambda = \varepsilon \varepsilon. L l$ , punctum  $\omega$  intra terminos  $l$  et  $\lambda$  cadet, quoties fuerit  $L \omega > L \lambda$  ideoque quoties fuerit  $\varepsilon < \frac{1}{2}$ , quamobrem, quia in praxi  $\varepsilon$  semper assumitur  $< \frac{1}{2}$ , solutio problematis ad praxin vtique est accommodata.

## Coroll. 3.

§. 31. Quoties igitur fuerit  $\varepsilon < \frac{1}{2}$ , tum certo affirmare licet ob foramen, quo speculum est pertusum,

sum, confusionem nullo modo imminui, sed semper tantam esse, ac si speculum esset integrum, totaque sua superficie radios reflecteret, ideoque aequatio generalis supra inuenta pro semidiametro confusionis etiam pro speculis valebit, si modo, ut supra iam inuenimus, loco formularum ad specula pertinentium formulae ibi assignatae §. 23. substituantur.

## COROLL. 4.

§. 32. Atque hinc etiam cognoscimus, si telescopium ex meris lentibus constet, confusionem nequam diminui, etiamsi lens obiectiua circa medium obtegatur, quemadmodum nonnulli auctores suaserunt, sed optimum remedium confusionem diminuendi certo in hoc constat, ut lens ocularis circa marginem obtegatur, quippe quo pacto ipse semidiameter confusionis  $x$  diminuitur, et confusio adeo in ratione triplicata minor redditur, cum e contrario, si lens circa medium obtegeretur, ne minima quidem confusionis diminutio sit expectanda, nisi forte pars obiecta semissem totius lentis superet, quo pacto autem claritas nimium diminueretur.

## SCHOLIUM.

§. 33. Sin autem semidiameter foraminis  $y = z.x$  semissem totius aperturæ  $x$  superet, ita, ut punctum  $\omega$  inter  $L$  et  $\lambda$  cadat, problema nostrum aliam solutionem postulat. Cum enim nunc ex parte  $Z$   $\lambda$  maxime

Tom. II.

R x r

ximus

ximus circellus in oculo ab ipso puncto  $\lambda$  oriatur sit-  
 que  $L\lambda = \varepsilon e.f$  ob  $Ll = f$  hincque spatium  $\zeta\lambda = \zeta$   
 $- \varepsilon e.f$ ; spatium post oculum fiet  $V\varepsilon = \frac{u}{T}(\zeta - \varepsilon e.f)$   
 ibique radiorum obliquitas  $= \frac{1}{u} \varepsilon . \mathfrak{B} x$ , circelli hinc  
 super retina formati erit radius  $= \frac{u}{T} \varepsilon (\zeta - \varepsilon e.f) \mathfrak{B} x$ .  
 At ex altera parte a termino  $l$  nascitur in retina cir-  
 cellus, cuius radius  $= \frac{u}{T} (f - \zeta) \mathfrak{B} x$  qui duo radii  
 ob rationes ante allegatas inter se aequales sunt sta-  
 tuendi, ex quo consequimur  $f - \zeta = \varepsilon \zeta - \varepsilon' f$  hinc-  
 que  $\zeta = \frac{f(1 + \varepsilon')}{1 + \varepsilon} = f(1 - \varepsilon + \varepsilon')$  hinc ergo erit  
 $f - \zeta = \varepsilon(1 - \varepsilon)f$  sicque semidiameter circellorum in  
 retina erit  $= \frac{u}{T} \varepsilon (1 - \varepsilon)f . \mathfrak{B} x = \frac{u}{T} \varepsilon (1 - \varepsilon) V \mathfrak{B} x^2$   
 consequenter hoc casu, quo  $\varepsilon > \frac{1}{2}$ , semidiameter con-  
 fusionis erit  $= \frac{\varepsilon(1 - \varepsilon)}{T} V \mathfrak{B} x^2$  qui casu praecedente,  
 quo  $\varepsilon < \frac{1}{2}$ , erat  $= \frac{V \mathfrak{B} x^2}{T}$ ; quamdiu ergo est  $\varepsilon < \frac{1}{2}$   
 semper valet formula  $\frac{V \mathfrak{B} x^2}{T}$ ; quae etiamnum locum  
 habet, si  $\varepsilon = \frac{1}{2}$ ; verum statim ac fit  $\varepsilon > \frac{1}{2}$ , tum de-  
 mum confusio diminui incipit, atque tandem pror-  
 sus evanescit, si fiat  $\varepsilon = 1$ . Quia autem claritas quo-  
 que diminuitur et tandem evanescit, hinc nullum  
 plane lucrum in praxin redundare potest, siquis enim  
 adhuc dubitet, vtrum loco lentis solidae, cuius radius  
 sit  $p$ , non adhiberi posset limbus vitreus paris super-  
 ficiei, cuius radius exterior sit  $= q$  et interior  $= \varepsilon q$ ,  
 ita, vt sit  $p' = q'(1 - \varepsilon \varepsilon)$  atque confusio istius lim-  
 bi minor euadat, hoc dubium nunc facile erit resol-  
 vere; a lente enim solida nascetur confusio vt  $\frac{1}{2} p'$ ;

cx

ex limbo autem ut  $\varepsilon(1-\varepsilon)q^2$ ; unde ob  $p=q\sqrt{1-\varepsilon\varepsilon}$ , erit confusio ex lente solida nata ad confusionem ex limbo oriundam, uti  $(1+\varepsilon)\sqrt{1-\varepsilon\varepsilon}:4\varepsilon$  quare cum sit per hypothesein  $\varepsilon > \frac{1}{2}$  (quia altero casu  $\varepsilon < \frac{1}{2}$  ne dubium quidem exsistere potest) posterius membrum  $4\varepsilon$  manifesto erit maius, quam 2, at quia simul  $\varepsilon < 1$ , erit  $1+\varepsilon < 2$  ideoque multo magis  $(1+\varepsilon)\sqrt{1-\varepsilon\varepsilon} < 2$ , ex quo perspicuum est, prius membrum semper esse multo minus posteriore, siue confusionem limbi multum excedere confusionem lentis solidae.

## Scholion 2.

§. 34. Cum autem pro usu practico tuto sumere queamus  $\varepsilon < \frac{1}{2}$ , quo casu speculum obiectium perforatum aequae magnae gignit confusionem, ac si esset integrum, si in formula generali supra pro telescopiis exhibita, qua semidiameter confusionis exprimitur, loco duarum priorum lentium nostra specula introducamus, aequatio hinc nata sequenti modo se habebit

$$k^2 = \frac{m^2}{p^2} \left\{ \frac{1}{2} - \frac{(1+B)(1-B)^2}{B^2 F} + \frac{\mu}{B^2 F Q R} \left( \frac{\lambda''}{C^2} + \frac{\nu}{C R} \right) - \frac{\mu}{B^2 C^2 F Q R} \left( \frac{\lambda'''}{D^2} + \frac{\nu}{D R} \right) + \text{etc.} \right.$$

vbi notari convenit, si forte lentes post specula adhibitae ex vario vitro conficiantur; tum pro qualibet lente litteras  $\mu$  et  $\nu$  ex eo vitri genere sumi debere, ex quo lens fuerit facta.

R r r 2

Reli-



Reliqua autem praecepta generalia pro constructione telescopiorum nullam mutationem ob specula requirunt, exceptis iis tantum formulis, quibus tam margo coloratus tollitur, quam omnis confusio a diversa radiorum refrangibilitate oriunda ad nihilum redigitur. Cum enim in has formulas induxerimus pro singulis lentibus litteras  $N$ ,  $N'$ ,  $N''$ ,  $N'''$  etc. quae litterae proportionales sunt summae formulis differentialibus  $\frac{dn}{n-1}$ ;  $\frac{dn'}{n'-1}$ , etc. si loco duarum priorum lentium specula substituantur, ob defectum refractionis istae binae litterae priores  $N$  et  $N'$  nihilo aequales sunt censendae; quo observato omnibus illis formulis generalibus pro speculis perinde uti poterimus, atque in secundo libro est factum, dummodo quae circa distantias focales speculorum et circa duo intervalla priora in capite praecedente sunt allata, probe observentur.

### Scholion 3.

§. 35. Telescopia autem Catadioptrica huius generis sponte ad duo genera principalia reuocantur, siquidem supra vidimus, secundum speculum vel intra focum primi constitui posse, vel intra cum, atque priori casu secundum speculum fore concavum, altero vero convexum. Deinde cum pro priori casu hos lites pro secundi speculi distantia focali  $q$  invenerimus

$$q < ep \text{ et } q > \frac{e(e+e')}{1+ee'}$$

exi-

existente primo intervallo  $= (1 + e)p$  cui secundum debet esse aequale tum vero

$$b = ep \text{ et } \frac{p}{b} = \frac{q}{ep} = B$$

Quo hoc prius genus debite euoluamus, tres casus constitui conueniet; primo scilicet sumamus  $q = ep$ ;

$$\text{secundo } q = \frac{e(1+e)p}{1+e} \text{ et tertio } q = \frac{e(1+e)}{1+e} \cdot p.$$

Pro altero vero genere secundum speculum intra forcum prioris collocabatur, ita, ut esset

$$b = -ep \text{ et } \frac{p}{b} = \frac{q}{b-q} = \frac{-q}{ep+q} = B$$

ibique cum distantia focalis  $q$  hoc casu eradat negatiue posito  $q = -q$ ; hos ibidem dedimus limites

$$q > ep \text{ et } q < \frac{e(1+e)}{1+e} \cdot p$$

vnde iterum tres casus euoluamus

$$\text{Primo scilicet sumamus } q = -ep,$$

$$\text{Secundo } q = \frac{-e(1+e)}{1+e} \cdot p,$$

$$\text{Tertio } q = \frac{-e(1+e)}{1+e} \cdot p.$$

hoc autem casu erit intervalum primum  $= (1-e)f$ , cui etiam secundum aequale esse debet. Ceterum in priori genere erat  $\frac{p}{b} = -e$  ita, ut in primo statim intervallo reperiatur imago realis; in altero vero genere erat  $\frac{p}{b} = e$ , ita, ut in primo intervallo nulla occurrat imago realis praeterea vero, uti iam monuimus, sumimus hic semper  $e < \frac{1}{2}$ , vnde postremus adhuc casus considerari merebitur, quo scilicet sit  $e = \frac{1}{2}$ ,

R E R 3

quo-

TVL.D

quoniam tum secundum speculum planum accipere  
licebit; quocirca secundum hos septem casus haec te-  
lescopia Catadioptrica sumus pertractaturi.

---

---



## CAPVT III.

DE

## TELESCOPIIS CATADIOPTRICIS

MINORE SPECVLO CONCAVO INSTRVCTIS.

## Problema 1.

§. 36.

Si ante speculum principale PP foramine  $\pi\pi$  pertusum ad distantiam  $AB = (1 + \epsilon)p$  constituatur Tab. III. minus speculum concavum QBQ, cuius distantia focalis  $q = \epsilon p$ , definire binas lentes C et D, ita, ut quaecvis objecta distincte repraesententur. Fig. 8.

## Solutio.

Hic denotat  $p$  distantiam focalem maioris speculi, cuius semidiameter  $AP = x$  eiusque foraminis  $A\pi = y = \epsilon x$ , ita, ut radius curvaturae, huius speculi  $= 2p$ . Obiectorum igitur imago principalis ab hoc speculo repraesentabitur in F, ut sit  $AF = a = p$ , cuius ergo distantia a minore speculo debet esse, uti ante est ostensum,  $FB = \epsilon p$  et semidiameter huius speculi  $BQ = y = \epsilon x$ . Cum igitur distantia focalis huius speculi sit  $= q = \epsilon p = FB$  radii hinc reflexi inter se fient paralleli, donec in lentem C incident; pro

pro formulis ergo nostris generalibus erit  $\frac{1}{p} = -\varepsilon$   
 et  $FB = b = \varepsilon p$  unde utique ob  $P = -\frac{a}{b}$  fit  $P = -\frac{1}{\varepsilon}$ .  
 Deinde cum fiat  $\beta = \frac{bq}{b-a} = \infty$ , hincque  $B = \frac{\beta}{b} = \infty$   
 iam quia intervallum secundum in genere est

$$= -\frac{Aa}{F} (1 - \frac{1}{b}) = -\frac{Ap}{F} (1 - \frac{1}{b})$$

hocque primo intervallo aequale est ponendum, fiet  
 $Q = 1$ . sed ita tamen, ut sit  $B(1 - \frac{1}{b}) = \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}$ ; per  
 formulas autem generales hoc secundum intervallum  
 $= \beta + c = (1 + \varepsilon)p$ ; unde ob  $\beta = \infty$  fit

$$c = (1 + \varepsilon)p - \beta = -\infty \text{ ideoque}$$

$$C = \frac{\gamma}{c} = 0. \text{ et } E = 0.$$

Quae posita lentis in foramine constitutae distantia  
 focali  $= r$ , erit  $r = \frac{a}{FQ} p = -\varepsilon B E p$ ; unde cum sit  
 $B = \infty$  et  $E = 0$ , vicissim colligitur  $B E = BC = \frac{r}{\varepsilon p}$ ,  
 atque hinc pro quarta lente S D S habebimus distan-  
 tiam focalem  $s = -\frac{r}{\varepsilon}$ , et intervallum  $CD = r(1 - \frac{1}{k})$ .  
 Ut ergo postrema lens fiat convexa, littera R debet  
 esse negativa siue in intervallum CD incidit imago  
 realis in puncto H atque ex data multiplicatione  $m$   
 formulae generales praebent  $PQR = m$ ; quoniam ob  
 binas imagines reales representatio erit erecta. Hinc  
 ergo fiet  $R = \frac{m}{FQ} = -\varepsilon m$ , ita, ut nunc sit  $s = \frac{r}{\varepsilon m}$   
 et intervallum  $CD = r(1 + \frac{1}{\varepsilon m}) = r + s$ , quando-  
 quidem hic fit ex natura rei  $CH = r$  et  $HD = s$ .  
 Contemplemur nunc campum apparentem et secun-  
 dum

dum formulas nostras generales secundo speculo tri-  
buamus litteram  $q$ , lenti  $C$  litteram  $r$  et lenti  $D$  lit-  
teram  $s$  et semidiameter campi apparentis erit

$$\Phi = \frac{1+r+s}{m-1} \xi, \text{ sumto } \xi \text{ pro fractione } \frac{1}{z},$$

litterae autem  $q$ ,  $r$  et  $s$  ad summum unitati aequa-  
les fieri possunt. Posuimus vero breuitatis gratia  
 $\frac{1+r+s}{m-1} = M$ , vt sit  $\Phi = M \xi$  atque formulae no-  
strae generales has suppeditant aequationes:

$$\mathcal{B} q = (P - r) M$$

$$\mathcal{C} r = (P Q - s) M - q$$

quae ob valores iam inuentos  $\mathcal{B} = 1$ . et  $\mathcal{C} = 0$ .  
praebent ambae  $q = (P - r) M = -(1 + \frac{1}{m}) M$ .  
Hinc autem inuenimus distantiam oculi post lentem  
 $D$ , scilicet  $DO = O = \frac{q}{N}$ , quae distantia cum sit posi-  
tina, quandoquidem nihil impedit quominus ipsi  $s$   
valor positius detur isque unitati aequalis; mar-  
ginem coloratum tollemus, si ob  $N' = 0$  et  $N'' = N'''$   
(quandoquidem nostrae duae lentes, ex eodem vitro pa-  
rantur) huic aequationi satisfaciamus:

$$0 = \frac{r}{PQ} + \frac{s}{PQA}$$

quae ergo reducitur ad hanc:

$$0 = r - \frac{r}{m} \text{ vnde colligitur } r = \frac{r}{m}$$

quare cum sit  $q = -(1 + \frac{1}{m}) M$  erit

$$q + r + s = -(1 + \frac{1}{m}) M + \frac{r}{m} + s = M(m - 1);$$

Tom. II.

S s s

vnde

vnde sequitur  $M = \frac{r}{m}$ ; ita, vt iam sit semidiameter campi apparentis  $\Phi = \frac{r}{m} \cdot \xi$ . Num autem hic pro  $\delta$  vnitas scribi queat, intelligemus ex lente C, cuius apertura nobis est praescripta et cuius semidiameter  $= y = \epsilon x$ . Iam per formulas nostras hic semidiameter esse debet  $r r \xi + \frac{r}{FQ} = \frac{r}{m} \xi + \epsilon x$ , vbi sufficit, maiori membro vti, ex quo sequitur, esse debere  $\frac{r}{m} \xi < \epsilon x$ , vnde si statuamus  $\delta = 1$  et  $\xi = \frac{1}{2}$ , necesse est, vt sit  $r < 4 \epsilon^2 m x$ ; si igitur velimus sumere  $r > 4 \epsilon^2 m x$ ; tum  $\delta$  vnitate minus accipi debet, ex quo campus apparens in eadem ratione diminuetur. Hic autem inprimis quoque ad vltimam lentem attendi oportet, pro qua est  $s = \frac{r}{m}$ , ita, vt esse debeat  $s < 4 \epsilon x$  siue  $s < 4 y$ . vnde patet, foramen non nimis exiguum statui posse. Totam autem confusionem ex diuersa radiorum refrangibilitate oriundam toleremus ope huius aequationis:

$$0 = \frac{N''}{F^2 Q^2} \cdot \frac{1}{r} + \frac{N'''}{F^2 Q^2 R^2} \cdot \frac{1}{r}$$

quae abit in hanc

$$0 = N'' + \frac{N'''}{\epsilon m},$$

quod cum nullo modo fieri possit, etiamsi diuerso vitro vti vellemus, hanc confusionem, quae semper est valde exigua, tolerari oportet. His obseruatis cardo rei versabitur in semidiametro confusionis, quem insensibilem reddi conuenit ope huius aequationis:

$$\delta = \frac{m x^2}{F^2} \left( \frac{1}{r} + \frac{\epsilon}{s} + \mu \cdot \frac{\epsilon^2 p^2}{r^2} \lambda'' + \frac{p \epsilon^2 p^2}{r^2 m} \lambda''' \right)$$

quae

quae aequatio abit in hanc formam:

$$p \sqrt[3]{\left(\frac{1}{k^2 m x^2} - \frac{\mu \epsilon^2 \lambda''}{r^2} - \frac{\mu \epsilon^2 \lambda'''}{m r^2}\right)} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{(1 + \epsilon)}$$

ex qua aequatione reperitur  $p$ : verum quantitatem  $x$  tantam assumi convenit, ut inde sufficiens claritatis gradus obtineatur. In doctrina de telescopiis autem pro sufficiente claritatis gradu sumimus  $x = \frac{m}{25}$  dig. quod autem ibi erat  $x$  seu  $\sqrt{x^2}$ , hic nobis est  $\sqrt{(1 - \epsilon^2)} x^2$ , ita, ut hic habeamus

$$x \sqrt{(1 - \epsilon^2)} = \frac{m}{25} \text{ dig.}$$

siquidem eodem claritatis gradu frui velimus, unde foret  $x = \frac{m}{25 \sqrt{(1 - \epsilon^2)}}$  dig. ideoque  $x > \frac{m}{25}$  dig. Quia vero specula non tantum radiorum reflectunt, quantum lentes transmittunt, ne hoc quidem modo tantum claritatis gradum adipiscemur, quam in telescopiis vulgaribus. Sin autem minori claritatis gradu contenti esse velimus atque statuamus  $x = \frac{m}{25}$  dig. sumamusque ut ibi  $k = 50$ . aequatio nostra erit

$$p \sqrt[3]{\left(\frac{1}{m^2} - \frac{\mu \epsilon^2 \lambda''}{r^2} - \frac{\mu \epsilon^2 \lambda'''}{m r^2}\right)} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{(1 + \epsilon)}$$

vbi manifesto debet esse  $\frac{1}{r^2}$  multo minus, quam prius membrum  $\frac{1}{m^2}$  siue  $r^2 > \epsilon^2 m^2$  ideoque  $r$  multo maius

quam  $\epsilon m \sqrt[3]{\epsilon m}$  supra vero vidimus, esse debere  $r < 4 \epsilon^2 m x$ ; quod ut fieri possit debet esse  $4 \epsilon^2 m x$  multo maius, quam

$$\epsilon m \sqrt[3]{\epsilon m}, \text{ siue } 4 \epsilon m > 50 \sqrt[3]{\epsilon m}$$

S s s 2

ideo-



ideoque  $\epsilon > \frac{1}{n}$ , quod in magis multiplicationibus effici posset.

At si hæc conditio non obseruetur effectus in eo consistet, ut non amplius sit  $\delta = 1$ . hincque campus apprensus multo minor existat, quam

$$\Phi = \frac{\epsilon}{n} \text{ siue } \Phi = \frac{1-\epsilon}{n} \text{ min.}$$

### COROLL. I.

§. 37. Cum in telescopiis id semper inprimis sit efficiendum, ut eorum longitudo hincque præcipue distantia focalis  $p$  quam minima reddatur, in æquatione vltima confusio a lentibus oriunda tantopere diminui debet, ut præ confusione speculorum quasi euanescat, quare cum in ista formula ex primo speculo nascatur portio  $\frac{1}{2}$ ; ex secundo vero  $\frac{1}{2}$  necesse est, ut portiones sequentes ex lentibus oriundæ multo fiant minores, ex quo littera  $r$  multo maior esse debet quam  $2\epsilon p$ , ideoque  $r$  vix minus capi poterit, quam  $p$ .

### COROLL. 2.

§. 38. Quodsi igitur statuamus  $r = p$ , cum  $\epsilon$ , uti vidimus, minus esse soleat, quam  $\frac{1}{2}$ , pro confusione definienda tuto uti licebit hac æquatione

$$k = \frac{m \times \frac{1}{2} (1 + \epsilon)}{p}; \text{ vnde colligimus}$$

$$p = \frac{k \times}{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{m (1 + \epsilon)};$$

vnde

vnde si pro dato claritatis et distinctionis gradu capiatur

$$kx = m \text{ dig. erit } p = \frac{1}{2} m \sqrt[3]{m(1 + \varepsilon)}$$

quae quantitas circiter duplo minor est, quam in telescopiis dioptricis communibus, ita, vt hoc modo tota longitudo fere ad partem quantitatis reducatur.

### Coroll. 3.

§. 39. Sumto autem  $r = p$  pro campo definiendo littera  $\delta$  maior accipi nequit, quam vt fiat

$$\frac{\delta p}{\varepsilon m} = \varepsilon x;$$

hinc ergo pro exemplo speciali, quo

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \text{ et } m = 100, \text{ colligetur}$$

$$\delta = \frac{\frac{1}{2} \cdot 10000}{100} = \frac{1}{2}; \text{ circiter,}$$

ex quo patet, hoc casu fore campum quinquies minorem, quam si capere liceret  $\delta = x$  sicque in genere patet, hoc modo nimis exiguum campum obtineri.

### Coroll. 4.

§. 40. Sumto autem  $r = p$  pro constructione huiusmodi telescopi distantiae locales sequenti modo se habebunt

$$p = \frac{1}{2} m \sqrt[3]{m(1 + \varepsilon)}; q = \varepsilon p; r = p \text{ et } s = \frac{p}{\varepsilon m};$$

§§ 3

tum

tum vero intervalla lentium seu speculorum

$$AB = (1 + s)p = BC.$$

$$CD = r + s = p[1 + \frac{r}{pm}]$$

$$\text{et distantia oculi } O = s = \frac{p}{em}$$

vnde patet tubum arcae, in qua specula continentur, adiungendum admodum fore longum.

### Scholion.

§. 41. Praeter incommoda vero, quae hic iam commemorauimus, huiusmodi telescopia maximo vitio laborarent propterea quod radii in lentem C incidentes inter se sunt paralleli; tum enim radii peregrini qui ab obiectis vicinis directe in eandem lentem incidunt, quia etiam sunt paralleli inter se, in transitu per lentes simili modo refringentur ac radii proprii, ideoque cum iis simul ad oculum deferentur et quoniam hi radii peregrini multo sunt fortiores, quam proprii, siquidem hi duplicem refractionem iam sunt passi, in oculo impressionem istorum penitus extinguunt. Interim tamen quia radii peregrini ad axem magis sunt obliqui, atque etiam in refractione maiorem obliquitatem conferuant, ab egressu in oculum excludi possent ope exigui foraminuli, cui oculus applicatur; hoc autem modo non solum claritas nimium detrimentum pateretur, sed etiam campus insuper restringeretur, quam ob causam in huiusmodi telescopiis

piis inprimis cauendum est, ne radii peregrini, qui circa minus speculum praeterlabentes ab introitu in C arceri nullo modo possunt, cum radiis propriis similem refractionem patiantur. Quod praestari poterit, si modo radii proprii in lentem C incidentes fuerint vel diuergentes vel conuergentes, vt post refractionem in alio foco congregentur, ac peregrini, tum enim diaphragma debito foramine in isto foco constitutum facile radios peregrinos ab ulteriori progressu ad oculum excludet. Perspicuum autem est, quo hoc remedium certius succedat, illam siue conuergentiam siue diuergentiam satis notabilem esse debere, siue efficiendum est, vt per refractionem huius lentis C imago a radiis peregrinis formata multum distet ab imagine a radiis propriis formata, id quod in sequentibus casibus vsu veniet.

### Problema 2.

§. 42. Si ante speculum principale PP, foramine  $\pi\pi$  pertusum, ad distantiam  $AB = [1 + \epsilon]p$  constitutur minus speculum concauum Q B Q, cuius distantia focalis  $q = \frac{\epsilon(1+\epsilon)}{1+\epsilon^2}p$ , definire binas lentes C <sup>Tab. III.</sup> et D, ita, vt quacuis obiecta distincte represententur. <sup>Fig. 8.</sup>

### Solutio.

Hic ergo, vt ante, est distantia  $AF = a = p$  et  $FB = b = \epsilon p$ , hincque  $\frac{a}{b} = -\epsilon$  ob  $AB = [1 + \epsilon]p$ .  
Quia

Quia vero hic est

$$q = \frac{r(1+\epsilon)}{\epsilon+\epsilon^2} \cdot p, \text{ fiet } \frac{p}{q} = \frac{\epsilon}{\epsilon+\epsilon^2} = \frac{1+\epsilon}{1} = B;$$

ita, ut iam sit  $\beta = [1 + \epsilon] p$ , quae distantia ipsi secundo intervallo BC est aequalis sicque secunda imago in ipsam lentem C incidet, unde fiet  $\epsilon = 0$ ; unde cum posuerimus

$$\frac{p}{\epsilon} = -Q, \text{ fiet hic } Q = -\infty$$

tum vero pro tertia imagine erit

$$\gamma = \frac{\epsilon r}{\epsilon - r} = 0, \text{ ita, ut sit } C = -1 \text{ et } \mathcal{C} = \infty.$$

Quare cum sit

$$\sigma = \frac{p\mathcal{C}}{FQ} \cdot p = -\frac{r(1+\epsilon)}{Q} \cdot p$$

$$\text{vicissim adparet, fore } \frac{\mathcal{C}}{Q} = -\frac{r}{(1+\epsilon)p}.$$

His inuentis distantiae focales erunt

$$P = p; q = \frac{r(1+\epsilon)}{\epsilon+\epsilon^2} \cdot p; r = r; \text{ et}$$

$$s = \frac{p}{FQR} \cdot p = \frac{r+\epsilon}{\epsilon+m} \cdot p \text{ ob } PQR = m.$$

Intervalla vero ita erunt expressa

$$AB = [1 + \epsilon] p = BC.$$

$$CD = \frac{1+\epsilon}{\epsilon+m} \cdot p = s,$$

uti rei natura postulat, quandoquidem ultima imago in ipsa lente C manet constituta. Ceterum patet, hic duas occurrere imagines reales; alteram in F, alteram in C, ideoque imagines situ erecto representari et recte nos assumisse  $PQR = m$ . Pro

Pro campo diiudicando erit

$$M = \frac{1+r+\delta}{m-1} \text{ unde fit } \Phi = M\xi;$$

tum vero esse debet

$$\delta q = (P - r) M. \text{ hinc}$$

$$q = -\frac{(1+r)}{1} M \text{ et}$$

$$\epsilon r = (PQ - r) M - q \text{ hinc}$$

$$r = \left(\frac{PQ}{\epsilon} - \frac{1}{\epsilon}\right) M - \frac{q}{\epsilon}.$$

Quia vero

$$\epsilon = \infty \text{ et } \frac{\epsilon}{Q} = \frac{-r}{(1+r)p} \text{ erit}$$

$$r = \frac{PQM}{\epsilon} = \frac{(1+r)p}{1r} M$$

hinc ergo fit

$$q + r + \delta = \left(\frac{(1+r)p}{1r} - \frac{(1+r)}{1}\right) M + \delta = (m-1)M;$$

unde reperitur

$$M = \frac{r r \delta}{m \epsilon r - (1+r)(p-r)}$$

circa  $\delta$  autem nihil adhuc definitur, sed cum lentis C semidiameter aperturæ reuera sit  $= \epsilon x$ , per formulas autem nostras esse debeat

$$= \frac{1}{\epsilon} r r = \frac{(1+r)p r M}{1 \epsilon}$$

sive ipso campo introducto hic semidiameter erit  $= \frac{(1+r)p \Phi}{1 \epsilon}$ , qui cum excedere nequeat  $\epsilon x$ , hoc non est verendum, nisi esset  $\Phi = \frac{\epsilon x}{(1+r)p}$  vel maius. Iam

Tom. II.

T t t

vt

vt margo coloratus euanescat, debet esse

$$0 = \frac{r}{PQ} + \frac{s}{PQR}; \text{ ideoque esse deberet } \frac{s}{m} = 0.$$

vnde patet hoc modo marginem coloratum euitari non posse; sed tamen eum fore minimum et vix sensibilem ob denominatores  $PQ$  et  $PQR$  maximos.

Sumta porro littera  $\delta$ , vti circumstantiae permittunt, pro loco oculi habebimus  $O = \frac{\delta}{m}$ . Denique conditio confusionis tollendae praebet hanc aequationem

$$\delta = \frac{m x^2}{p} \left( \frac{1}{s} + \frac{(1+s+t)t}{s(1+t)^2} \right)$$

sequentibus partibus sponte euanescentibus, ita, vt statui possit

$$p = \frac{1}{2} m \sqrt[3]{m \left( \frac{1+s+t}{1+t} \right)^2} \text{ dig.}$$

#### COROLL. I.

§ 43. Cum lentis in  $C$  positae semidiameter aperturae esse debeat  $= \frac{1}{2} r$ , is vero reuera sit  $= s x$ ; hinc colligitur  $r = \frac{s x}{2}$ . Verum ante inuenimus  $r = \frac{(1+t)p}{2r}$ . M his ergo duobus valoribus aequatis prodit  $4 s^2 x = (1+t)p$ . M; vnde si esset  $r = 1$  foret  $r = 4 s x$ ; tum vero  $r = \frac{M(1+t)p}{4}$ ; quia vero est

$$M = \frac{e r \delta}{m s r - (1+t)(p-n)}$$

habebimus nunc substituto pro  $r$  illo valore

$$M = \frac{e s^2 \delta x}{4 m s^2 x - (1+t)(p-n) s x}$$

qui

qui valor in illa aequatione substitutus dabit

$$\delta = \frac{m \varepsilon^2 x - (1 + \varepsilon)(p - \varepsilon x)}{(1 + \varepsilon)p}.$$

### Coroll. 2.

§. 44. Quia autem  $\delta$  vnitatem maius esse nequit, hoc valore vnitati aequali posito probabit

$$4 m \varepsilon^2 x = 2(1 + \varepsilon)p - 4\varepsilon(1 + \varepsilon)x$$

hincque

$$m = \frac{(1 + \varepsilon)p - 2\varepsilon(1 + \varepsilon)x}{2\varepsilon^2 x}$$

quae aequatio subsistere nequit, nisi multiplicatio  $m$  aliquot millia excedat, quod in praxi nunquam locum habere potest.

### Scholion.

§. 45. Huiusmodi vero telescopia duplici laborant defectu; primo enim quia lens C in ipso imaginis loco constituitur, nisi lens ex purissimo vitro sit confecta representatio vehementer erit inquinata, uti iam saepius obseruauimus; deinde etiam haud exiguum vitium in eo consistit, quod marginem coloratum non licuit ad nihilum reducere, quam ob causam haec telescopia superfluum foret vberius prosequi, sed potius eiusmodi casum euoluamus, in quo secunda imago post lentem C cadat simulque margo coloratus feliciter tolli queat, quare cum pro hoc praestando habeatur aequatio  $0 = \frac{r}{FQ} + \frac{\delta}{PQA}$ , necesse

T t t 2

est,



est, vt fieri queat  $r + \frac{\delta}{R} = 0$ , quod commodissime fieri poterit, si fuerit  $R = -1$ , quia enim tum erit  $r = \delta$ , maximum campum adipisci poterimus, si sumere liceat  $r = \delta = 1$ , tum enim fiet  $M = \frac{1+\delta}{\delta m - 1}$  et quamuis  $q$  sit fractio negatiua, tamen campus hinc orietur satis magnus; vt vero fiat  $R$  numerus negatiuus, secunda imago in interuallum  $CD$  adere debet, ita, vt  $Q$  maneat quantitas positiua et quia multiplicatio dat  $m = PQR$  ob  $P = -\frac{1}{\delta}$ , si sumamus  $R = -1$  necesse est fiat  $Q = \varepsilon m$ , vnde cum sit

$$Q = -\frac{\beta}{\delta m}, \text{ erit } \varepsilon = -\frac{\beta}{\delta m}.$$

At vero secundum interuallum  $BC = \beta + \varepsilon$  quod cum primo  $(1 + \varepsilon)p$  aequale esse debeat, elicimus

$$\beta = (1 + \varepsilon)p - \varepsilon = \frac{\varepsilon(1 + \varepsilon)m p}{\delta m - 1}.$$

Cum vero sit

$$\beta = \frac{b^2}{b-1} \text{ et } b = \varepsilon p \text{ siue etiam } \frac{1}{q} = b + \beta.$$

hinc erit

$$\frac{1}{q} = \frac{1+\varepsilon p}{\delta(1+\varepsilon)p} - \frac{1}{\delta(1+\varepsilon)p} \text{ tum vero erit}$$

$$B = \frac{\beta}{b} = \frac{(1+\varepsilon)m}{\delta m - 1} \text{ hincque}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{(1+\varepsilon)m}{(1+\varepsilon)p + (\delta m - 1)} \text{ vnde fit } q = \mathfrak{B} b.$$

Porro vero cum sit  $r = \mathfrak{C} \varepsilon$ , erit

$$\mathfrak{C} = \frac{r}{\varepsilon} = \frac{-(\delta m - 1)r}{(1+\varepsilon)p} \text{ hincque}$$

$$C = \frac{-(\delta m - 1)r}{(1+\varepsilon)p + (\delta m - 1)r}.$$

Pro

Pro intervallo autem CD, quod est  $\gamma + d = \gamma + s$ ,  
quia est

$$\gamma = \frac{cr}{c-r} = \frac{\gamma(i+e)p}{(1+e)p + (em-1)r},$$

quia vero etiam esse debet  $R = -\frac{\gamma}{d} = -1$  hinc erit  
 $s = \gamma$  sicque intervallum  $CD = 2\gamma = 2s$ . Quia  
autem porro est

$$M = \frac{q+1}{m-1}, \text{ sumto scilicet } r = \delta = 1, \text{ erit}$$

$$q = \frac{-(1+e)m-1}{em}, M \text{ hincque}$$

$$q+2 = \frac{-(1+e)m-1}{em} M + 2em = M(m-1);$$

vnde sequitur

$$M = \frac{sem}{em^2 + (1+e)m-1};$$

ex quo vicissim concludimus

$$q = \frac{-2\{(1+e)m-1\}}{em^2 + (1+e)m-1}.$$

Præterea vero adhuc habetur hæc æquatio

$$\mathcal{C} = (PQ-1)M - q$$

quæ abit in hanc

$$\mathcal{C} = -(m+1)M - q$$

seu substitutis valoribus

$$\begin{aligned} \frac{-(em-1)r}{(1+e)p} &= \frac{-sem(m+1) + 2\{(1+e)m-1\}}{em^2 + (1+e)m-1} \\ &= \frac{-sem^2 + 2(1+e)m-1}{em^2 + (1+e)m-1} \end{aligned}$$

vnde concludimus fore

$$r = \frac{2(em^2 - (1+e)m + 1)(1+e)\delta}{(em-1)(em^2 + (1+e)m-1)}$$

T t t 3

r =

$$r = \frac{x(m-1)(1+t)}{em^2 + (1+t)m-1} \cdot p$$

hinc cum sit  $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{r} - \frac{1}{s}$ , reperitur

$$\gamma = \frac{x(m-1)(1+t)}{sem^2 - (1+t)m-1} \cdot p = s.$$

vnde porro concluditur distantia oculi

$$O = \frac{ds}{\gamma m} = \frac{em^2 + (1+t)m-1}{sem^2} \cdot s$$

$$= \frac{1}{2} s \left( 1 + \frac{1+t}{em} - \frac{1}{em^2} \right) = \frac{1}{2} s \text{ proxime,}$$

quod autem ad campum apparentem attinet, quoniam summus  $r = \beta = 1$ , dispiciendum est, num etiam ponere liceat  $\xi = \frac{1}{2}$ . Hoc autem patebit ex lente C, cuius semidiameter aperturæ  $= \xi r$  excedere nequit  $ex$ , posito igitur  $\xi r = ex$  colligitur

$$\xi = \frac{ex(em^2 + (1+t)m-1)}{2(m-1)(1+t)p}$$

qui valor si fuerit minor quam  $\frac{1}{2}$ , eo erit utendum, ita, ut tum sit  $\Phi = M\xi$ ; sin autem ille valor prodeat maior, quam  $\frac{1}{2}$  nihilominus sumi debet  $\xi = \frac{1}{2}$ . Si tanquam exemplum sumatur

$$e = \frac{1}{2}, m = 100, x = \frac{1}{2} \text{ dig. et } p = 25. \text{ dig. ;}$$

reuera prodit  $\xi = \frac{1}{2}$ , ita, ut haec positio  $\xi = \frac{1}{2}$  parum a praxi discrepare videatur; vnde operae pretium erit has determinaciones coniunctim ob oculos ponere.

### Exemplum Telescopii Catadioptrici.

§ 46. Ex modo allatis prima elementa huius Telescopii ita se habebunt:

$$= 7$$

$$= 11$$

$$= 11$$

$$a = \infty; b = \varepsilon p; c = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)}{\varepsilon m - 1} p; d = \gamma$$

$$\alpha = p; \beta = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)m p}{\varepsilon m - 1}; \gamma = \frac{\varepsilon(m-1)(1+\varepsilon)}{\varepsilon m^2 - (1+\varepsilon)m - 1} p; \delta = \infty.$$

Ex quibus deducuntur sequentes valores

$$B = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)m}{\varepsilon m - 1}; C = \frac{-\varepsilon(m-1)(\varepsilon m - 1)}{\varepsilon m^2 - (1+\varepsilon)m - 1};$$

$$\mathfrak{B} = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)m}{(1+\varepsilon)m - 1}; \mathfrak{C} = \frac{-\varepsilon(m-1)(\varepsilon m - 1)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1};$$

$$P = -\frac{a}{b} = -\frac{1}{\varepsilon}; Q = -\frac{\beta}{c} = \varepsilon m; R = -\frac{\gamma}{\delta} = -1.$$

Ex his vero colliguntur distantiae focales

$$p = p; q = \mathfrak{B} b = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)m}{(1+\varepsilon)m - 1} p;$$

$$r = \mathfrak{C} c = \frac{\varepsilon(m-1)(\varepsilon m - 1)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1} p \text{ et } s = d = \gamma.$$

et pro earum aperturis

$$q = \frac{-\varepsilon(1+\varepsilon)m - 1}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1}; r = x; s = x.$$

hincque

$$q + r + s = \frac{\varepsilon m(m-1)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1} \text{ ideoque}$$

$$M = \frac{\varepsilon \varepsilon m}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1}$$

ex quo elicitur semidiameter campi apparentis

$$\Phi = M \xi; \text{ ac si liceat sumere } \xi = \frac{1}{2}; \text{ fiet}$$

$$\Phi = \frac{\varepsilon \varepsilon m}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1} \text{ minut.}$$

at pro loco oculi invenimus

$$O = \frac{1}{2} p \left( 1 + \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon m} - \frac{1}{\varepsilon m^2} \right)$$

Super-

Supereſt igitur, vt ex conditione confuſionis definiatur diſtantiā focalis  $p$ , quae reperitur

$$p = kx \sqrt{m} \left( \frac{1}{2} + \frac{(em + 1)^2 (e + 1)m - 1}{2(e + 1)^2 m} \right) + \frac{16(em^2 + (e + 1)m - 1)^2}{8m^2(m - 1)^2(e + 1)^2} \lambda'^2 + \nu \mathcal{C} \cdot (1 - \mathcal{C}) + \frac{m(em^2 - (e + 1)m + 1)\lambda'^m}{8m^2(m - 1)^2(e + 1)^2}$$

vbi ſi tantam claritatem deſideremus, qualem ſupra teleſcopiis tribuimus, ſumi debet  $x = \frac{1}{70}$  dig. et pro gradu diſtinctionis  $k = 50$ , vt ſit  $kx = m$ .

Sin autem minori claritatis gradu contenti eſſe velimus, forte ſufficiet ponere  $x = \frac{1}{70}$  dig. vel adeo  $x = \frac{1}{100}$  dig.

Conſtructio huiusmodi Teleſcopii pro multiplicatione  $m = 100$ . ſumto  $e = \frac{1}{2}$ .

§. 47. Pro maiori ergo ſpeculo, cuius ſemidiameter ſit  $= x$ , foraminis ſemidiameter erit  $= \frac{1}{2}x$ . eius vero diſtantiā focalis in genere ponatur  $= p$ ; ex qua ſequentes diſtantiæ focales ita definiuntur

$$q = \frac{100}{100} p = 0,2097.p;$$

$$r = \frac{100}{100} p = 0,0943.p.$$

$$s = \frac{100}{100} p = 0,03355.p.$$

Intervalla autem ſequenti modo definiuntur

$$1^\circ. AB = \frac{1}{2} p = 1,25.p;$$

$$2^\circ. BC = \frac{1}{2} p = 1,25.p;$$

$$3^{\circ}. CD = 2. s = 0,0671.p;$$

$$4^{\circ}. O = 0,5248.s.$$

Praeterea vti speculi maioris semidiameter aperturae est  $=x$ , ita minoris erit  $=\frac{1}{2}x$ . cui etiam aequatur apertura lentis C; lentis vero ocularis D semidiameter aperturae poterit sumi  $=\frac{1}{2}s$ . vnde campi apparentis semidiameter erit circiter  $\Phi = 16,368$ . minut. qui campus locum habet, nisi sit  $\frac{1}{2}x < \frac{1}{2}r$  seu  $x < r$ . hoc enim si euenerit, vt sit  $x < r$ , tum campus in eadem ratione diminuetur, atque in eadem ratione aperturam lentis D diminui conueniet. At vero pro definienda distantia focali  $p$  habetur ista aequatio

$$p = \frac{1}{2} k x \sqrt{\begin{matrix} 100 + 19,45 + 0,0095 \mu. (\lambda'' - 5v) \\ + 0,211. \mu. \lambda'' \end{matrix}}$$

vbi partes ex binis lentibus oriundae vix ad dimidium accedant, tota haec quantitas radicalis certe non ad 5 exsurget, ita, vt tuto sumi possit  $p = \frac{1}{2} k x$ ; supra autem notauimus esse circiter  $k = 50$ .

### Scholion.

§. 48. Quodsi hic statuamus  $k = 50$  et  $x = 2$  dig. distantia focalis speculi obiectioni ex hac formula prodit  $p = 250$ . dig. ideoque maius viginti pedibus, quod merito maxime mirum videbitur, cum talia telescopia circumferantur, in quibus  $p$  non superat 24. dig. atque  $x$  adeo duobus digitis maior reperitur, et quae

Tom. II.

V v v

nihi.

nihilominus centies multiplicant; cuius ergo phaenomeni causam scrutari oportet; primo autem manifestum est, eam non in hoc esse sitam, quod numerum  $k$  nimis magnum assumimus; etsi enim pro microscopiis contenti esse soleamus valore  $k = 20$ , tamen fateri debemus, confusionem tum satis esse sensibilem, qualem tamen in his telescopiis non deprehendimus, et quavis praeterea sumeremus  $k = 20$ , tamen adhuc prodiret  $p = 100$ . dig. Evidens ergo est, causam necessario in eo sitam esse debere, quod post signum radicale cubicam binae priores partes ad specula relatae non solum multo sint minores, quam hic assumimus sed adeo nihilo aequales poni debeant. Interim tamen certum est, si haec specula haberent figuram sphaericam, uti in calculo nostro assumimus, partes inde in confusionem influentes minores non fore, quam hic sunt definitae; ex quo tuto concludere possumus, in his instrumentis specula non ad figuram sphaericam esse elaborata sed iis ab artifice figuram parabolicam esse inductam, in quo Cel. Schort gloriatur, se modum inuenisse specula ad figuram parabolicam elaborandi, cui inuento sine cubio exiguus valor litterae  $p$  tribui debet; quodsi enim post signum radicale binas priores partes omittamus; totus valor huius formulae radicalis sumto  $\lambda'' = 1$ . ob  $\mu = \frac{1}{3}$  circiter reducetur infra  $\frac{1}{2}$ ; sumto autem hoc valore sequitur fore  $p = 30$ . dig. prorsus fere, uti experientia testatur; facile enim licet  $k$  assumere minus, quam

30; tum vero etiam aliae constructiones proferri possunt, in quibus haec duo membra posteriora adhuc minores fortirentur coefficientes. Quodsi ergo ambo nostra specula figuram habuerint parabolicam sumereque liceat  $p = 30$  dig.; existente  $x = 2$  dig. erit  $r = 2,829$  dig. eiusque aperturae semidiameter, quem scilicet foramen suppeditat  $= \epsilon x = \frac{1}{2}$  dig. unde utique sumi non licebit  $\xi = \frac{1}{2}$ , sed tantum  $\xi = \frac{1}{3}$ , et campus supra inuentus diminui debet in ratione  $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$  siue 17:12 siue suo triente propemodum, ita, ut adhuc sit eius semidiameter  $\Phi = 11$ . minut. Quodsi autem distantia focalis  $p$  maior assumi debeat, tum pro  $\xi$  adhuc minor valor reperietur.

### Scholion 2.

§. 49. Telescopia autem vulgaria huius generis non mediocriter discrepant a mensuris supra descriptis; unde operae pretium erit, mensuras talis telescopii, quod pro excellenti habetur, accuratius examinare. Erat autem speculi maioris distantia focalis duorum pedum seu  $p = 24$ . dig. semidiameter eius  $x = 2\frac{1}{2}$  dig. foraminis vero semidiameter  $r = \frac{1}{2}$  dig. unde sequitur fractio  $\epsilon = \frac{1}{5}$ . Verum minus speculum a maiore distabat intervallo  $AB = 27\frac{1}{2}$  dig. unde cum sit  $AF = p = 24$  dig. sequitur distantia  $FB =$  Tab. II. Fig. 8.  $b = 3\frac{1}{2}$  dig. Quare cum posuerimus  $b = \epsilon p$ ; hinc non amplius fiet  $\epsilon = \frac{1}{5}$ , sed tantum  $\epsilon = \frac{1}{16}$ ; ita, ut in praxi recepta minus speculum propius collocetur, quam

V v v 2

quam



quam ratio foraminis postulat. Verum rationes non defunt, a regula supra stabilita recedendi. Supra enim hoc speculum huius, quod etiam in praxi foramini aequabatur, ita constitulimus, ut omnes radios axi parallelcos, qui a maiore speculo reflectuntur, non solum reciperet, sed etiam ab iis quasi impleretur. Cum autem ob campum apparentem etiam radii ad axem obliqui a maiori speculo reflectantur, quorum plures in nostra constructione minus speculum praetergererentur, utique consultum erit, istud speculum aliquanto propius adiuuere, ut etiam hos radios recipere queat. Quamobrem conueniet litterae  $\epsilon$  duplicem valorem tribui, alterum ex ratione foraminis petitum, alterum vero ex loco minoris speculi, quos ne inter se confundamus, in posterum statuamus  $y = \delta x$  at vero  $b = \epsilon p$ ; ita, ut hoc casu futurum sit  $\delta = \frac{1}{2}$  et  $\epsilon = \frac{1}{2}$ . Neque vero hinc in nostras formulas alia mutatio inferetur, nisi ut in locis, ubi formula  $\epsilon x$  seu  $y$  occurrit, eius loco scribamus  $\delta x$ , quod quidem tantum, ubi de quantitate foraminis et minoris speculi sermo est, occurrit; in reliquis vero omnibus formulis, ubi  $\epsilon$  cum littera  $p$  coniungitur, nulla sit mutatio, ita, ut nostrae formulae generales etiam hic valeant. Verum ut ad istud telescopium reuertamur, distantia focalis speculi minoris erat  $q = 3$  dig. vnde concluditur distantia  $BG = \beta = \frac{bq}{\epsilon - 1} = 30$ . hincque  $CG = 2 \frac{1}{2}$ . Hic autem probe notandum est, si vel leuissima mutatio in loco minoris speculi fiat,

tum

tum in hoc intervallo CG insignem mutationem oriri; si enim loco  $3\frac{1}{2}$  sumatur  $FB = b = 3\frac{1}{2}$ , vt sit  $BC = 27\frac{1}{2}$ , reperietur  $BG = \beta = 27$  hincque  $CG = -\frac{1}{2}$ . Quam ob causam etiam minus speculum ita constitui solet, vt eius locus ope cochleae tantillum immutari possit. In isto autem exemplo speculum minus ita est constituendum, vt inde prodeat  $CG = 1\frac{1}{2}$  dig. Vnde vicissim verus valor ipsius  $b$  definiri poterit; quia enim fit  $BG = \frac{1b}{b-1}$ , ob  $CB = 24 + b$  erit  $CG = \frac{1b}{b-1} - b - 24$ ; quae distantia vt fiat  $= \frac{1}{2}$  dig. elicietur

$$b = \frac{\sqrt{1575} - 20}{1} = 3,35041.$$

qui valor assumptum  $3\frac{1}{2}$  tantam superat particula  $\frac{1}{10}$  ita, vt in reliquo calculo sumi possit  $b = 3\frac{1}{2}$ . Pergamus nunc in nostro examine et quia lentis in C distantia focalis erat  $= 4$  dig.  $= r$ , ob  $c = -\frac{1}{2}$  dig. fiet  $CH = \gamma = 1$  dig. Deinde vero erat interval- lum  $CD = 3$  dig. et lentis ocularis D distantia fo- calis  $s = 2$  dig. hincque prodit distantia  $HD = d = 2$  dig. ideoque  $d = r$ , vti natura telescopii postulat. Quo- circa singula huius telescopii elementa ita se habebunt

$$a = 24; b = 3,35041; c = -\frac{1}{2}, 33333; d = 2; \\ \beta = 28,68374; \gamma = 1.$$

et distantiae focales

$$p = 24; q = 2; r = 4, \text{ et } s = 2. \text{ dig.}$$

V V V 3

inter-

intervalla vero

$$A B = B C = 27, 35041.; C D = 3. \text{ dig.}$$

Hinc vero reliquae nostrae litterae inveniuntur

$$B = \frac{a}{b} = 8, 5613; D = 0, 89541.$$

$$C = \frac{c}{e} = -0, 75.; E = -3. \text{ et}$$

$$r = \frac{b}{f} = 0, 13960. = 1, 1777$$

ac denique

$$P = -\frac{e}{b} = -7, 1633.$$

$$Q = -\frac{p}{c} = 21, 51281.$$

$$R = -\frac{q}{d} = -1.$$

His inuentis valoribus proprietates huius Telescopii sequenti modo definiri poterunt: quod

1°. ad multiplicationem attinet, quia est  $m = PQR$ , erit  $m = 77, 05$ .

2°. ut nunc etiam campum apparentem definiamus, primo ex apertura lentis C, cuius semidiameter est  $y = \frac{1}{2}$  dig. sumto  $\xi = \frac{1}{2}$ , erit  $\frac{1}{2} r = \frac{1}{2}$  dig. ideoque  $r = \frac{1}{2}$  dig. tum vero est

$$q = \frac{(P-1)M}{Q} = -9, 1168. M.$$

Similique modo

$$Er = (PQ - 1)M - q = -145, 98. M.$$

$$\text{hincque } r = 48, 66. M.$$

Cum

Cum igitur ante esset  $r = \frac{1}{2}$  dig. hinc concluditur

$$M = \frac{1}{57,36} = \frac{8 + r + 8}{76,05}$$

unde elicitur

$$\delta = \frac{85,7}{57,36} - 0,5 = 0,3751.$$

qui valor cum unitate sit minor veritati erit consentaneus; si enim unitate maior prodiiisset, tum litterae  $r$  valorem semisse minorem tribuere debuissimus. Quocirca semidiameter campi apparentis erit

$$\phi = M \xi = \frac{1}{2} M = 859. M. \text{ min.} = 8' 50''.$$

sive diameter campi erit  $= 17' 40''$ .

3°. Videamus, an per hoc telescopium etiam margo coloratus destruat, quae conditio cum possit

$$0 = \frac{r}{PQL} + \frac{r}{PQR} \text{ sive } r = 2 \delta,$$

quod cum non multum a veritate discrepet, margo utique debet esse insensibilis; interim tamen perfectus margo coloratus tolleretur, si prodiiisset exacte  $r = 2 \delta$ ; id quod quidem leuissima mutatione fieri posset. Tandem autem restabit, ut etiam inuestigemus, quam exacte aequatio semidiametrum confusionis complectens hic impleatur, siue cum hic iam cognoscamus litteras  $m$ ;  $x$ ;  $p$ ;  $B$ ;  $C$ ; una cum  $\mu$ ,  $\nu$  et  $\lambda$  ex indole vitri et figura lentium, definiemus inde litteram  $k$ , quam nouimus vix infra 50 admitti posse

posse. Sumamus autem primo ambo specula ad figuram sphaericam esse elaborata, quoniam facile erit facto calculo duos terminos priores rejicere, quando nonerimus hæc specula esse parabolica. Ex forma autem generali supra §. 34. data patet fore

$$k = 0,222. \sqrt[3]{\left(1 + \frac{\epsilon(1+B)(1-B)^2}{B^3}\right) - \frac{\epsilon\mu}{m \cdot B^2 \cdot C^2} (\lambda'' + \nu \cdot C \cdot (1-C)) - \frac{\epsilon\mu}{m \cdot B^2 \cdot C^2} \cdot \lambda''' }$$

ob  $x = \frac{1}{2}$ ;  $p = 24$ , et  $m = 77,05$ .

Deinde cum sit  $\epsilon = 0,1396$ ,

$B = 8,5613$ ,  $B = 0,89541$ .

$C = -3$ , et  $C = -\frac{1}{3}$ ,

singuli hi termini ita in numeris euoluentur.

$$k = 0,222. \sqrt[3]{\left(1 + 0,1216 + 0,000003 \cdot \mu \cdot (\lambda'' - 12 \cdot \nu) + 0,00039 \cdot \mu \cdot \lambda''' \right)}$$

hinc ergo colligimus, si primum speculum esset sphaericum, certe proditurum esse

$k > 0,222$ ; hoc est  $k > \frac{1}{4}$  ideoque  $k < \frac{1}{2}$ ,

vnde certe confusio enormis nasceretur; quod cum neutiquam fieri debet, necesse est, ut primum speculum sit parabolicum vel proxime saltem, ut primus terminus euanescat. Si porro speculum minus esset sphaericum, prodiret adhuc  $k > 0,111$  seu  $k < 9$ . vnde confu-

confusio adhuc intolerabilis nasceretur, ex quo concludimus etiam a secundo speculo nullam confusionem nasci. Reiectis ergo binis prioribus terminis habebitur

$$k = 0,222.\sqrt[3]{(0,00003.\mu.(\lambda'' - 12.\nu)} \\ + 0,00039.\mu.\lambda''')$$

vbi statim patet solum postremum membrum in computum venire, vnde ergo cum sumi possit  $\mu\lambda''' = 1$ . prodit

$$k = 0,222,0,073. = \frac{3}{5}.\frac{1}{17} \text{ siue } k = 59.$$

qui valor iam tantus est, vt nulla confusio sit metuenda atque hinc iam multo magis intelligimus, summam sollertiam ad huiusmodi telescopia conficienda requiri, quae si ab artifice expectari potest, nullum est dubium, quin species telescopiorum a nobis ante exposita his, quae passim reperiuntur, longe sit anteferenda. In spho igitur superiori 46. vt cum ad modo examinatum telescopium accomodemus, sumi poterit  $\epsilon$  quatenus ad  $p$  refertur  $= \frac{1}{7}$ , quatenus autem ad  $x$  refertur  $= \frac{1}{5}$  vt fiat  $y = \frac{1}{5}x$ ; vnde pro quavis multiplicatione huiusmodi telescopia formari poterunt, quae certe multo maiorem campum patefacient, simulque marginem coloratum perfectius tolerant. Verum si speculum minus fiat conuexum, multo maiora commoda inde sperare licbit, vti in sequente Capite ostendemus. Casum enim, qui hic

Tom. II.

X x x

adhuc

adhuc desiderari posset, quo imago realis in interval-  
lum BC caderet, ne quidem attingemus, quoniam  
tam campum nimis paruum produceret, quam vitio  
marginis colorati vehementer laboraret. Cum enim  
tum esset  $R > 0$ , aequatio pro margine tollendo  
 $0 = r + \frac{r}{R}$  subsistere non posset, nisi  $r$  foret nega-  
tium et quia  $q$  etiam est negativum, campus fere  
ad nihilam redigeretur.



## CAPVT IV.

DE

TELESCOPIIS CATADIOPTRICIS  
MINORE SPECVLO CONVEXO INSTRUCTIS.

## Problema I.

§. 50.

**C**onstruccionem huiusmodi telescopiorum describere,  
quibus objecta situ inuerso repræsententur, seu  
vbi vnica imago realis occurrat.

## Solutio.

Cum in hoc genere distantia amborum speculo-  
rum sit  $AB = (1 - \epsilon)p$ , ideoque  $b = -1.p$  ob  
 $a = p$  erit  $P = -\frac{a}{b} = +\frac{1}{\epsilon}$ , vbi  $\epsilon$  designat fractip-  
nem aliquanto minorem, quam ratio foraminis ad  
speculum maius  $\frac{z}{x}$  designat, ita, vt posito  $y = \delta x$   
sit  $\epsilon < \delta$ , ob rationem ante allegatam §. 49. qua sci-  
licet obtinetur, vt etiam radii obliqui a minore spe-  
culo excipiantur. Interim tamen semidiameter aper-  
turæ minoris speculi maneat  $= \delta x = y$ , ita, vt hoc  
speculum foramini aequetur, vti initio assumimus.  
Nunc statim consideremus aequationem, qua margo

X x x 2

colo-



coloratus destruitur, quae si praeter specula duae lentes adhibeantur, reducitur ad hanc formam:  $0 = r + \frac{p}{R}$ , unde ut ambae litterae  $r$  et  $\delta$  valores positivos habere queant, uti ratio campi postulat, conveniet litterae  $R$  valorem tribui negativum et quidem unitate non minorem, ut sumto  $\delta = 1$  prior lens  $C$ , cuius apertura iam per foramen determinatur, campum non restringat. Ponamus igitur  $R = -1$  et cum ex data multiplicatione  $m$  ob representationem inuersam sit  $PQR = -m$  fiet hinc  $PQ = \frac{m}{r}$  et  $Q = \frac{1}{r}$ . Est vero  $Q = -\frac{p}{c}$  et quia est

$$\beta + c = BC = AB = (1 - \epsilon)p;$$

hinc colligimus

$$\epsilon = -\frac{1(1-\epsilon)p}{\delta m - 1} \text{ et } \beta = \frac{m\epsilon(1-\epsilon)p}{\delta m - 1}$$

quare cum in genere sit  $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$  erit

$$\frac{1}{q} = -\frac{(1-\epsilon)\delta m - 1}{m\epsilon(1-\epsilon)p} \text{ hincque } q = -\frac{m\epsilon(1-\epsilon)p}{(1-\epsilon)\delta m - 1}.$$

Porro ex valoribus  $b$  et  $\beta$  colligimus

$$B = \frac{\beta}{b} = \frac{-m(1-\epsilon)}{\delta m - 1} \text{ et } \mathfrak{B} = \frac{+m(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)\delta m - 1}$$

Deinde cum sit  $C = \frac{r}{c}$  et  $\mathfrak{C} = r$  hinc inuenimus

$$\mathfrak{C} = \frac{r}{c} = -\frac{(1-\epsilon)r}{\delta(1-\epsilon)p} \text{ ideoque}$$

$$C = \frac{-(1-\epsilon)r}{\delta(1-\epsilon)p + (1-\epsilon)r} = \frac{r}{c}$$

ex quo porro colligitur

$$\gamma = \frac{\delta(1-\epsilon)p}{\delta(1-\epsilon)p + (1-\epsilon)r}.$$

Deni-

Denique cum sit  $R = -\frac{\gamma}{d} = -\frac{\gamma}{i}$  ob  $r = d$ , erit

$$s = -\frac{\gamma}{R} = \frac{\gamma}{i} = \frac{(1-i)p r}{i(1-i)p + (em-i)r}$$

hincque tertium intervallum

$$CD = \gamma + s = \frac{(1+i)(1-i)p r}{i(1-i)p + (em-i)r}$$

Nunc autem aperturæ præbent has æquationes

$$1^{\circ}. Bq = (P-i)M, \text{ vnde sit}$$

$$q = \frac{(1-i)m+i)p}{em};$$

$$2^{\circ}. Cr = (PQ-i)M - q = \frac{em^2 - (1-i)im - p^2}{em} M$$

$$\text{seu } Cr = \frac{(m+i)(em-i)}{em} M$$

$$\text{vnde elicitur } r = -\frac{(m+i)(1-i)p}{em} M$$

vnde cum sit  $\delta = ir$  ideoque  $r + \delta = (1+i)r$ , erit

$$q + r + \delta = \frac{(1-i)m^2 + ir - (1+i)(m+i)p}{em} M.$$

$= M(m-1)$ , sicque facta divisione per  $M$  inueniemus

$$r = \frac{-im + p}{em^2 - (1-i)m - i} \frac{(1+i)(1-i)p}{em}$$

qui valor cum sit negativus, ex eo etiam prodibit intervallum  $CD$  negativum, vnde patet hunc valorem in praxi locum habere non posse.

Verum cum sæpenumero problemata duas pluresque solutiones admittant, idem etiam hic vsu venit, hocque problema præter solutionem hic inuentam in-

XXX 3

super

super aliam complectitur, quam per diuisionem ex calculo expulimus. Quod quod facilius appareat, calculum ita instituamus; cum primo sit

$$q = \frac{(1-i)m+i}{im}. M \text{ deinde } \delta = ir, \text{ erit}$$

$$q+r+\delta = \frac{(1-i)m+i}{im} M + (i+r)r = M(m-r)$$

vnde colligitur

$$M = \frac{em(i+i)r}{im^2 - (1-i)m - i} \text{ ideoque}$$

$$q = \frac{(1+i)(1-i)m+i}{im^2 - (1-i)m - i} r$$

altera vero aequatio dabit

$$\mathcal{E} r = \frac{(m-i)em(i+i)r - i(1+i)(1-i)m+i}{im^2 - (1-i)m - i} r$$

vnde fit

$$\mathcal{E} = \frac{(1+i)(m+i)(em-i)}{i(em^2 - (1-i)m - i)}$$

supra vero iam inuenimus

$$\mathcal{E} = \frac{(em-i)r}{i(1-i)p}$$

vnde patet aequalitatem horum duorum valorum duplici modo obtineri posse 1<sup>o</sup>. scilicet, si fuerit  $i=em$ , quo quippe uterque valor evanescit; 2<sup>o</sup>. autem, quo facta diuisione per

$$em-i \text{ fit } \frac{(1+i)(m+i)}{im^2 - (1-i)m - i} = \frac{-r}{(1-i)p}$$

haecque est solutio incongrua ante indenta. Statuamus igitur nunc  $i=em$  fietque  $\mathcal{E}=0$ , littera vero  $r$  hinc

$r$  hinc plane non determinatur, et nostra solutio sequenti modo se habebit:

$$a = p; b = -\varepsilon p; c = -\infty; d = \frac{r}{\varepsilon m};$$

$$\beta = \infty; \gamma = r;$$

vbi notetur, fore  $\beta + c = (1 - \varepsilon)p$ .

Hinc porro erit

$$B = \infty; \mathfrak{B} = 1; C = 0; \mathfrak{C} = 0.$$

rum vero

$$P = \frac{1}{2}; Q = 1; R = -\varepsilon m;$$

ita, vt sit  $PQR = -m$ .

Quia vero  $B = \infty$  et  $C = \mathfrak{C} = 0$ , productum in se manet indefinitum; verum cum sit

$$r = \frac{B\mathfrak{C}}{PQ} \cdot p = \varepsilon B \mathfrak{C} p, \text{ hinc vicissim erit } B \mathfrak{C} = \frac{r}{\varepsilon p}.$$

Præterea vero erunt distantiae focales

$$q = -\varepsilon p; \text{ et } s = d = \frac{r}{\varepsilon m}$$

atque intervalla

$$AB = BC = (1 - \varepsilon)p \text{ et } CD = r \left( \frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon m} \right)$$

Denique cum sit

$$q = \frac{(1 + \varepsilon m)(1 - \varepsilon)r}{\varepsilon m - 1} \text{ et } \delta = \varepsilon m r \text{ erit}$$

$$M = \frac{\varepsilon(\varepsilon m + 1)r}{\varepsilon m - 1} = \frac{(1 + \varepsilon m)\delta}{m(\varepsilon m - 1)}$$

ideoque semidiameter campi apparentis

$$\Phi = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1 + \varepsilon m)\delta}{m(\varepsilon m - 1)} = 559 \cdot \frac{(1 + \varepsilon m)\delta}{m(\varepsilon m - 1)} \text{ minut.}$$

vbi

vbi sumere licebit  $\delta = x$ , si modo lens ocularis vtrinque fiat aequae conuexa. Oculi vero post hanc lentem distantia reperitur

$$O = \frac{\delta r}{m} = \frac{r(m-1)}{m+1} \cdot s.$$

Quia autem lentis C semidiameter aperturæ maior esse nequit, quam  $y = \delta x$ , ponamus  $\frac{1}{2} r = \delta x$  siue  $\frac{\delta r}{m} = \delta x$ ; unde, sumto  $\delta = x$ , definitur  $r = 4 \delta m x$  hincque  $s = 4 \delta x$ . Verum etiam ad aperturam minoris speculi est attendendum, cuius semidiameter vera est  $= \delta x$  et qui ob campum esse deberet  $= \frac{1}{2} q q$ ; quam ob causam necesse est sit

$$\frac{(1-\epsilon)(\epsilon m+1)\delta p}{4m(\epsilon m-1)} < \delta x \text{ ideoque } \delta < \frac{4m(\epsilon m-1)\delta x}{(1-\epsilon)(\epsilon m+1)p}.$$

Tuto igitur sumere licebit  $\delta = x$ , si modo fuerit

$$4m(\epsilon m-1)\delta x > (1-\epsilon)(\epsilon m+1)p.$$

Contra vero  $\delta$  vnitatem minus accipi deberet. Tantum igitur superest, ut ex formula semidiametri confusiois definiamus distantiam focalem speculi principalis  $p$ , quæ ita reperitur expressa

$$p = k x \sqrt[3]{m \left( \frac{1-\epsilon}{\epsilon} + \mu \cdot \frac{\epsilon^2 p^2}{r^2} \cdot \lambda'' + \mu \cdot \frac{1^2 p^2}{m r^2} \cdot \lambda''' \right)}$$

siquidem ambobus speculis figura sphaerica inducatur, at si ambo habeant figuram parabolicam, debet esse

$$r = k x \sqrt[3]{\mu m (\epsilon \lambda'' + \frac{\lambda'''}{m})}$$

ita, ut iam aliter non definiatur, nisi ex quantitate speculi, cum sine dubio semper esse debeat  $p$  multo maius

maius, quam  $x$ . Quia vero iam ante definiuimus,  
 $r = 4 \delta \varepsilon m x$ , habebitur nunc

$$4 \delta m = k \sqrt[3]{\mu m (\varepsilon \lambda'' + \frac{\lambda'''}{m})}$$

Cum nunc sit proxime  $\mu = 1$ . sumique possit  $\lambda'' = 1$ .  
 et  $\lambda'''$  binario sit minus,  $k$  vero infra 50 capi non  
 debeat, valorem ipsius  $\varepsilon$  aestimare poterimus; tantus  
 enim esse debet, vt numerus  $\frac{\varepsilon m}{\sqrt[3]{(\varepsilon m + 1)}}$  non minor pro-  
 deat, quam 50; vnde patet pro  $\varepsilon$  sumi debere fractio-  
 nem valde paruam, si enim esset  $\delta = \frac{1}{2}$  et  $m = 100$ ,  
 colligitur circiter  $\varepsilon = \frac{1}{15}$ .

### Exemplum.

§. 51. Ponamus  $m = 100$ ,  $x = 2$  dig.  $y = \frac{1}{2}$  dig.  
 ideoque  $\delta = \frac{1}{2}$  et vt  $\frac{\varepsilon m}{\sqrt[3]{(\varepsilon m + 1)}}$  satis magnum obtineat  
 valorem, sumamus  $\varepsilon = \frac{1}{15}$  sic enim prodit  $k = \frac{100}{\sqrt[3]{7}}$  seu  
 $k > 50$  hinc ergo erit  $r = 10$ . dig. et  $s = 2$  dig.  
 Deinde cum pro speculo minore debeat esse

$$8000 > 57. p. \text{ erit } p < \frac{8000}{57}.$$

Vnde tuto sumi poterit  $p = 25$ . dig. sicque erit  
 $q = -\frac{1}{2}$  dig. et interuallum  $AB = BC = 23 \frac{1}{2}$  dig.  
 et  $CD = 12$ . dig. Oculi vero distantia  $O = \frac{1}{2}$  dig.  
 at campi apparentis semidiameter  $\Phi = 12' 53''$ , vbi  
 probe notandum, hic ambo specula assumi perfecte  
 parabolica.

Tom. II.

Y y y

Scho-

## Scholion.

§. 52. Quamuis autem haec constructio imperfecte succedat, tamen tale telescopium tam insigni vitio erit praeditum, ut omni usu destituatur; cum enim radii a minore speculo reflexi iterum fiant inter se paralleli, radii peregrini circa hoc speculum transcentes et in lentem C incidentes cum illis refractionem communem patientur, simulque cum iis in oculum deferentur, ita, ut verum obiectum cum vicinis prorsus permixtum visioni repraesentetur neque ullo modo separari poterunt. Cum igitur huius vitii causa in eo sit sita, quod radii a minore speculo reflexi fiant paralleli seu intervallum  $\beta = \infty$ , ne hoc fiat, diligenter erit cavendum, quod fiet, si distantia  $\beta$  minor fuerit intervallum BC, ita, ut in hoc intervallum imago realis incidat li teraque Q negativum obtineat valorem. Praeterea vero quia etiam R negativum valorem habere debet ob marginem coloratum, duae iam habebuntur imagines reales et obiecta situ erecto cernentur. Neque vero duabus tantum lentibus adhibendis scopo nostro satisfacere poterimus, sed tertiam insuper lentem in subsidium vocari oportebit, quae commodissime ita instrui poterit, ut aperturam quam minimam requirat, siquidem hoc modo segregatio radiorum peregrinorum felicissime succedet, quemadmodum in sequente problemate ostendemus.

Pro-

## Problema 2.

§. 52. Huiusmodi telescopium cum speculo minore convexo et tribus lentibus vitreis construere, quod objecta situ erecto distincte repraesentet.

## Solutio.

Maneat, vt ante,  $y = \delta x$  et intervallum speculorum  $AB = (1 - \varepsilon)p = BC$ . vt fit  $b = -\varepsilon p$ . Iam Tab. III. cum debeat esse  $\beta < (1 - \varepsilon)p$  et tamen superare de-  
Fig. 9.  
beat eius semissem  $\frac{1}{2}(1 - \varepsilon)p$ , statuamus  $\beta = \zeta(1 - \varepsilon)p$ , ita, vt  $\zeta$  inter limites 1 et  $\frac{1}{2}$  contineatur, hinc ergo fiet

$$q = \frac{\zeta \varepsilon (1 - \varepsilon)}{\varepsilon - \zeta(1 - \varepsilon)} \cdot p = \frac{-\zeta \varepsilon (1 - \varepsilon)}{\zeta - \varepsilon(1 - \varepsilon)} \cdot p$$

Tum vero erit

$$B = \frac{\beta}{b} = \frac{-\zeta(1 - \varepsilon)}{\varepsilon} \text{ et } \mathfrak{B} = \frac{\zeta(1 - \varepsilon)}{\zeta - \varepsilon(1 - \varepsilon)}$$

Porro vero erit  $\varepsilon = (1 - \varepsilon)(1 - \zeta)p$  ficque habebimus

$$R = 1; Q = \frac{\beta}{\varepsilon} = \frac{-\zeta}{\varepsilon - \zeta(1 - \varepsilon)}$$

Statuatur igitur praeterea  $R = -k$  fiatque

$$PQR S = m = \frac{\zeta k}{\varepsilon(1 - \zeta)} \cdot S,$$

vnde reliquae distantiae focales erunt

$$r = (1 - \varepsilon)(1 - \zeta) \mathfrak{E} p;$$

$$s = \frac{(1 - \varepsilon)(1 - \zeta)CD}{k} \cdot p \text{ et}$$

$$t = \frac{-\zeta(1 - \varepsilon)CD}{m} \cdot p.$$

Yyy z

reli-



reliquaque intervalla

$$CD = (1 - \varepsilon)(1 - \zeta)(1 + \frac{1}{k}) C.p$$

$$DE = (1 - \varepsilon)(1 - \zeta)(1 - \frac{1}{k}) C.D.p.$$

vnde intelligimus esse deberè  $C > 0$  ideoque  $\mathfrak{C} < 1$ ;  
et  $(1 - \frac{1}{k})D > 0$ . Vt vero fiat  $t > 0$ , debet esse  
 $D < 0$  ideoque  $S < 1$ . Consideretur nunc aequatio  
pro margine colorato tollendo, quae est

$$0 = r + \frac{\delta}{k} + \frac{t}{kS} \text{ siue } r = -\frac{\delta}{k} - \frac{t}{kS};$$

vt iam secunda lens nulla apertura indigeat, statuatur

$$\delta = 0. \text{ eritque } r = -\frac{t}{kS}$$

aequationes autem pro litteris  $r$ ,  $\delta$ ,  $t$  posito

$$M = \frac{q+r+\delta+t}{m-1} = \frac{q+\frac{(1+kS)t}{m-1}}{m-1}, \text{ sunt}$$

$$1^{\circ}. \mathfrak{B}_M = \frac{1-t}{1} \cdot M$$

$$2^{\circ}. \mathfrak{C}r = \frac{-((1-\varepsilon)\zeta+t)}{\varepsilon(1-\zeta)} M - q$$

$$3^{\circ}. 0 = \frac{\zeta(t+k)-t}{\varepsilon(1-\zeta)} \cdot M - q - r.$$

Ex prima autem habetur

$$q = \frac{\zeta-t(\zeta+t)}{\varepsilon\zeta} \cdot M$$

Ex tertia autem fit

$$q = \frac{\zeta(t+k)-t}{\varepsilon(1-\zeta)} M - r$$

qui duo valores inter se aequati dant

$$M = \frac{\varepsilon\zeta(1-\zeta)r}{\zeta^2(1+k)-\zeta(1+t)-t} \text{ hincque}$$

$$q = \frac{(1-\zeta) \cdot \zeta-t(\zeta+t)}{\zeta^2(1+k)-\zeta(1+t)-t} \cdot r.$$

Tum

Tum vero ob  $M = \frac{q + r(1 + kS)}{m - 1}$  reperietur etiam

$$M = \frac{kSe}{m - 1 - \frac{\zeta(1+k) + e}{\zeta(1-\zeta)}}$$

ex quorum valorum aequalitate ob  $m = \frac{\zeta k}{\zeta(1-\zeta)}$ . S  
reperitur tandem

$$\begin{aligned} \zeta(\zeta k S - e(1 - \zeta) - \zeta(e + k) + e) = \\ k S(\zeta(1 + k) - \zeta(1 + e) + e) \text{ seu} \\ \zeta^2 = S(\zeta(1 + e) - k\zeta^2 - e) \end{aligned}$$

vnde concludimus esse debere

$$\zeta(1 + e) > k\zeta^2 + e \text{ siue } k < \frac{\zeta(1+e) - e}{\zeta^2}.$$

Praeterea vero vt ex secunda aequatione pro  $\mathfrak{E}$  prodeat valor positivus, necesse est, vt sit  $q < 0$ . ideoque etiam  $\mathfrak{B} < 0$ . vnde speculum minus foret concavum; verum vt fiat  $\mathfrak{B} < 0$ , debet esse  $\zeta < e(\zeta + 1)$  seu  $e > \frac{\zeta}{\zeta + 1}$ . Hoc vero non sufficit, sed insuper necesse est, vt sit

$$-q > \frac{(1-e)\zeta^2 + e}{\zeta(1-\zeta)} - M \text{ seu } \frac{-\zeta + e(\zeta + 1)}{\zeta} > \frac{(1-e)\zeta^2 + e}{\zeta(1-\zeta)}$$

vnde sequitur  $e > \frac{\zeta}{1-\zeta}$ , quod cum nullo modo fieri queat, quia  $\zeta$  intra limites 1 et  $\frac{1}{2}$  continetur et  $e$  unitate minus esse debet, nunc demum intelligimus, hunc casum locum habere non posse.

### Alia Solutio.

§. 53. Quoniam igitur hoc incommodum inde nascitur, quod sumimus R negativum; consideremus

Y y y 3

alte-

alterum casum, quo  $S$  fit negativum, manente  $R$  positivo, et quoniam  $Q$  positum est negativum, ponamus  $Q = -i$  et  $S = -k$ , ut sit

$$PQRS = \frac{Rk}{i} = m;$$

calculus autem commodior evadet, si littera  $i$  retineatur, et cum sit  $i = \frac{p}{c}$  et  $\beta + c = (1 - e)p$ , evidens est, capi debere  $i > 1$ , eritque

$$\beta = \frac{i(1-i)}{1+i} p \text{ et } c = \frac{1-i}{1+i} p, \text{ unde sit}$$

$$B = + \frac{\beta}{b} = - \frac{i(1-i)}{i(1+i)} \text{ et}$$

$$D = + \frac{i(1-i)}{i(1+i)-1}; \text{ hincque } q = - \frac{ee(1-i)}{i(1+i)-1} \cdot p.$$

Reliquae vero distantiae focales erunt

$$r = + \frac{(1-i)E}{(1+i)} \cdot p; \quad s = - \frac{(1-i)CD}{(1+i)R} \cdot p \text{ et}$$

$$t = - \frac{(1-i)CD}{(1+i)Rk} \cdot p,$$

et duo reliqua intervalla erunt

$$CD = + \frac{(1-i)C}{1+i} (1 - \frac{1}{k}) p;$$

$$DE = - \frac{(1-i)CD}{(1+i)R} (1 + \frac{1}{k}) p.$$

Ut igitur fiat  $t > 0$ , debet esse  $CD$  negativum, quo ipso etiam ultimum intervallum sit positivum. Ut vero et penultimum fiat positivum, debet esse  $C(1 - \frac{1}{k})$  positivum. Condicio porro marginis colorati sumto  $\delta = 0$ . praebebat  $r = \frac{t}{Rk}$  siue  $t = Rk.r$ . et cum sit

$$M = \frac{q+r+t}{m-1} = \frac{q+(1+Rk)r}{m-1}$$

fatia-

satisfieri oportet his tribus aequationibus

$$1^{\circ}. \mathfrak{B} q = \frac{1-t}{i} M$$

$$2^{\circ}. \mathfrak{C} r = -\frac{(i+t)}{i} M - q$$

$$3^{\circ}. 0 = +\frac{(iR+t)}{i} M + q + r.$$

Ex tertia ergo fit

$$q + r = -\frac{(iR+t)}{i} M; \text{ hincque}$$

$$q + r(1 + Rk) = -\frac{(iR+t)}{i} M + Rkr = M(m-1)$$

unde colligitur

$$M = \frac{Rkr}{m + \frac{iR}{i}}, \text{ simulque}$$

$$q = -\frac{Rk(iR+t)}{m + \frac{iR}{i}} r - r = -\frac{(k i R^2 + R(i+k t) + m k)}{m + \frac{iR}{i}} r.$$

ex quo valor ipsius  $q$  prodit negatiuus, qui cum ex prima forma prodeat posituius, siquidem est  $\mathfrak{B} > 0$ , patet, etiam hanc solutionem locum habere non posse, siquidem secundum speculum est conuexum, uti assumimus.

### Tertia Solutio.

§. 54. Pro repræsentatione igitur erecta vnicus tantum casus superest, quo sumto  $Q$  positiuo ambae litterae  $R$  et  $S$  negatiuos obtinent valores. Statuamus igitur  $Q = +i$ ;  $R = -k$  et  $S = -k'$ , ut sit

$$PQRS = m = \frac{k k'}{i} \text{ hincque } k' = \frac{m}{i k}.$$

Porro

Porro erit

$$\mathfrak{E} = \frac{i(1-\varepsilon)}{i-1} \cdot p; \quad \varepsilon = -\frac{(1-\varepsilon)}{i-1} \cdot p; \quad \text{vnde fit}$$

$$B = \frac{i(1-\varepsilon)}{\varepsilon(i-1)} \quad \text{et} \quad \mathfrak{B} = \frac{i(1-\varepsilon)}{i(1-\varepsilon)-\varepsilon}.$$

quare distantiae focales sequenti modo se habebunt:

$$q = \frac{-\varepsilon i(1-\varepsilon)}{i(1-\varepsilon)+\varepsilon} \cdot p; \quad r = \frac{-(1-\varepsilon)\mathfrak{E}}{i-1} \cdot p;$$

$$s = \frac{-(1-\varepsilon)CD}{(i-1)k} \cdot p. \quad \text{et} \quad t = \frac{-(1-\varepsilon)CD}{(i-1)kk'} \cdot p.$$

$$= \frac{-\varepsilon(1-\varepsilon)CD}{\varepsilon(i-1)m} \cdot p.$$

Intervalla vero lentium erunt

$$CD = \frac{-(1-\varepsilon)C}{i-1} (1+k) p.$$

$$DE = \frac{-(1-\varepsilon)CD}{(i-1)k} (1+k') p.$$

vnde intelligimus, esse debere  $C < 0$  et  $D > 0$ . ideoque  $\mathfrak{D} < 1$ . et  $\mathfrak{D} > 0$ . Nunc autem conditio marginis colorati dabit  $0 = r + \frac{t}{kk'}$ , vnde patet, esse debere  $r < 0$ . seu ob lentem C campum diminui. Ponamus ergo hic  $r = -\omega$ , vt fiat  $t = \omega \cdot k k' = \frac{m}{t} \omega$ . quandoquidem etiam hic assumimus  $s = 0$ ; procampo ergo apparente erit

$$M = \frac{i q + \omega(m-1)}{i(m-1)}$$

cui sequentes tres aequationes sunt adiungendae:

$$1^{\circ}. \quad \mathfrak{B} q = \frac{i-\varepsilon}{i} \cdot M.$$

$$2^{\circ}. \quad -\mathfrak{E} \omega = \frac{i-\varepsilon}{i} M - q.$$

$$3^{\circ}. \quad 0 = -\frac{(1k+\varepsilon)}{i} M - q + \omega.$$

Ex

Ex hac ultima ergo concludimus

$$q = \omega - \frac{(ik + \varepsilon)}{i} M.$$

addatur vtrunque  $\omega (\frac{\varepsilon m}{i} - 1)$ , eritque

$$q + \omega (\frac{\varepsilon m}{i} - 1) = \frac{\varepsilon m}{i} \omega - \frac{(ik + \varepsilon)}{i} M = M (m - 1)$$

ex quo colligitur

$$M = \frac{\varepsilon^2 m \omega}{i(m\varepsilon + ik)}; \text{ vnde vicissim}$$

$$q = \frac{\varepsilon m (i - ik - \varepsilon) + i^2 k}{i(m\varepsilon + ik)} \cdot \omega.$$

Ex prima vero aequatione fit

$$q = \frac{(\varepsilon i (i - ik - \varepsilon) + i^2 k) m \omega}{i^2 (m\varepsilon + ik)}$$

quorum valorum aequalitas suppeditat hanc aequationem

$$\varepsilon i m (i - ik - \varepsilon) + i^2 k = \varepsilon m (i (i - ik - \varepsilon) + \varepsilon)$$

seu

$$\varepsilon m (i^2 (i - k) - i (i - \varepsilon) - \varepsilon) + i^2 k = 0.$$

ex qua aequatione inuenimus

$$k = \frac{\varepsilon m (i^2 - i (i - \varepsilon) - \varepsilon)}{i^2 (\varepsilon m - 1)} \text{ seu } k = \frac{\varepsilon m (i + \varepsilon) (i - 1)}{i^2 (\varepsilon m - 1)}$$

qui valor debet esse positivus; quem in finem sumi debet  $i > 1$  et  $i < \varepsilon m$ . Iam substituto valore ipsius  $k$  reperitur

$$M = \frac{\varepsilon (\varepsilon m - i) \omega}{\varepsilon i m - i (i - \varepsilon) - \varepsilon}.$$

Ex secunda denique aequatione colligimus

$$\mathcal{C} = - \frac{k (\varepsilon m - i)}{\varepsilon m + ik}$$

Tom. II.

Z z z

Secun-

lis assumi potest, quia alioquin campus prorsus euanesceret.

## Coroll. 3.

§. 57. Calculum instituenti facile patebit, maximum in hac expressione  $M$  locum non habere et elus valorem eo magis diminutum iri, quo maior littera  $i$  accipiat. Quare cum esse debeat  $i > 1$ , si sumamus  $i = 2$ , erit

$$M = \frac{2(\varepsilon m - 1)\varepsilon}{m(2\varepsilon m + 1 - 2)}$$

sicque pro magnis multiplicationibus  $M = \frac{2}{m}$ , qui valor etiam prodit, si capiatur  $i = 3$  vel 4 etc. dummodo  $i$  sit multo minus, quam  $\varepsilon m$ , qui campus simplex censeretur. Sin autem medium inter limites sumendo capiatur

$$i = \frac{\varepsilon m + 1}{2} \text{ fiet } M = \frac{(\varepsilon m + 1)\varepsilon}{2m(2\varepsilon m + 1 - 1)}$$

et pro magnis multiplicationibus campus ad dimidium redigetur.

## Coroll. 4.

§. 58. Idem etiam patet ex primitiuo valore ipsius  $M$ , qui est

$$M = \frac{\varepsilon + \varepsilon + 1}{m - 1}, \text{ pro quo } \varepsilon = -\omega = -\frac{1}{\frac{1}{m}}.$$

Et si autem  $q$  addi debet, tamen ex superioribus patet, esse  $q < \omega$ ; erat enim ex tertia aequatione

$$q = \omega - \frac{(\varepsilon + 1)}{1} M.$$

Z z z a

Scho-

## Scholion.

§. 59. Circa campum autem imprimis est inquirendum, an loco  $z$  scribere liceat vnitatem, quod iudicium ex prima lente C est petendum, cuius semidiameter aperturæ reuera est  $= \delta x$  ob campum autem esse debet  $= \frac{1}{2} . r . r$ . Cum igitur sit  $r = -\frac{it}{em}$  et

$$r = -\frac{(1-i)(1+i)}{2} . p \text{ seu } r = \frac{em(1-i)(1+i)}{2(em+ik)} . p.$$

Iam supra autem inuenimus esse

$$em + ik = \frac{em(i(em+1-i)-1)}{2(em-1)} = \frac{em(em-1(i-1)-1)}{2(em-1)}$$

Quocirca erit

$$r = \frac{(em-i)(1-i)(1+i)}{2(em-1(i-1)-1)} . p$$

vnde, nisi tuerit

$$\frac{(em-i)(1-i)(1+i)}{em(em-1(i-1)-1)} . p > 4 \delta x$$

tum sumere licebit  $z = 1$ . Contra vero  $z$  tanto minus vnitatem capi debet, ubi notasse iuuabit, esse  $\delta > z$ . Quoniam autem hae formulae nimis sunt complicatae, quam vt in genere omnia momenta pro constructione telescopii commode exprimi queant: statuamus  $i = \frac{1}{2}(em+1)$  vt intervallum CD minus euadat, etsi campus ad semissem redigitur; deinde enim videbimus, quomodo campus amplificari possit. Posito autem

$$i = \frac{em+1}{2} \text{ erit } k = \frac{em(em+1+1)}{(em+1)^2},$$

qui valor abit in  $k = 2$  pro magnis multiplicationibus;

Dein-



Deinde vero

$$\mathcal{C} = \frac{-(\epsilon m + \epsilon + 1)(\epsilon m - 1)^2}{2(\epsilon m + 1)((\epsilon m + 1)(\epsilon m + \epsilon - 1) - 2\epsilon)}$$

vnde C reperitur.

### Scholion 2.

§. 60. Quia vero valor  $i = \frac{\epsilon m + 1}{2}$  merito nimis magnus videri potest, pro  $i$  potius medium geometricum sumamus sitque  $i = \sqrt{\epsilon m}$  ac primo pro campo apparente fiet

$$M = \frac{\epsilon}{\epsilon m + \sqrt{\epsilon m} + \epsilon} \cdot s;$$

Deinde vero habebimus  $k = \frac{\epsilon + \sqrt{\epsilon m}}{\sqrt{\epsilon m}}$  hincque

$$B = \frac{-(1-\epsilon)\sqrt{\epsilon m}}{\epsilon(\sqrt{\epsilon m}-1)} \text{ et } \mathfrak{B} = \frac{(1-\epsilon)\sqrt{\epsilon m}}{(1-\epsilon)\sqrt{\epsilon m}+1}.$$

$$\mathcal{C} = \frac{-(\epsilon + \sqrt{\epsilon m})(\sqrt{\epsilon m}-1)}{\epsilon m + \sqrt{\epsilon m} + \epsilon} \text{ et } C = \frac{-(\epsilon + \sqrt{\epsilon m})(\sqrt{\epsilon m}-1)}{2\epsilon m + \epsilon\sqrt{\epsilon m}}$$

Ex his si ponamus  $D = \mathfrak{D}$ , vt sit  $\mathfrak{D} = \frac{\epsilon}{1+\epsilon}$  reperiuntur distantiae focales:

$$p = p; q = \frac{-\epsilon(1-\epsilon)\sqrt{\epsilon m}}{(1-\epsilon)\sqrt{\epsilon m}+1} \cdot p.$$

$$r = \frac{(1-\epsilon)(\epsilon + \sqrt{\epsilon m})}{\epsilon m + \sqrt{\epsilon m} + \epsilon} \cdot p.$$

$$s = \frac{\epsilon}{1+\epsilon} \cdot \frac{(1-\epsilon)}{2\sqrt{\epsilon m}+1} \cdot p.$$

$$t = \frac{\epsilon(1-\epsilon)(\epsilon + \sqrt{\epsilon m})}{\epsilon m(1 + 2\sqrt{\epsilon m})} \cdot p.$$

Intervalla vero lentium erunt

$$AB = BC = (1-\epsilon)p.$$

$$CD = \frac{(1-\epsilon)(\epsilon + 2\sqrt{\epsilon m})}{2\epsilon m + \epsilon\sqrt{\epsilon m}} \cdot p.$$

$$DE = \frac{\epsilon(1-\epsilon)(\epsilon m + \sqrt{\epsilon m} + \epsilon)}{4m(\epsilon + 2\sqrt{\epsilon m})} \cdot p.$$

Z z z 3

Pro

Pro loco autem oculi erit

$$O = \frac{t \cdot r}{x \cdot m} = \frac{t \cdot m + \sqrt{t \cdot m} + t}{t \cdot m} \cdot t = t \left( 1 + \frac{t}{\sqrt{t \cdot m}} + \frac{t}{m} \right).$$

Pro aperturis autem inuenimus

$$q = \frac{(1-t)(t+\sqrt{t \cdot m})+t}{(t \cdot m + \sqrt{t \cdot m} + t) \sqrt{t \cdot m}} \cdot t$$

$$r = -\frac{t}{\sqrt{t \cdot m}}; \text{ et } s = 0.$$

Licebit autem sumere  $t = 1$ , nisi prodeat

$$\frac{(1-t)(t+\sqrt{t \cdot m})}{(t \cdot m + \sqrt{t \cdot m} + t) \sqrt{t \cdot m}} \cdot p > 4 \cdot \delta x.$$

Lenti autem in D, pro qua est  $s = 0$ , apertura tribui debet, cuius semidiameter sit  $= \frac{x}{p \cdot Q \cdot R} = \frac{t \cdot x}{t + \sqrt{t \cdot m}}$  ita, vt huius lentis apertura sit tam exigua, vt ad radios peregrinos arcendos apprime sit accommodata. Interim tamen quia campus apparens hic nimis est exiguus, vtique operae erit pretium, huic generi telescopiorum maiorem campum procurare, quod in sequente problemate praestabimus.

### Problema 3.

§. 61. Telescopiorum generi in problemate praecedente descripto nouum gradum perfectionis addere, dum eius campus apparens amplificatur.

### Solutio.

Fit hoc additione nouae lentis, ita, vt nunc telescopium ex duobus speculis et quatuor lentibus componatur. Maneat autem, vt ante,

$$P = i; Q = i; R = -k \text{ et } S = -k';$$

quibus

quibus accedente littera T fit,  $\frac{ik' T}{i} = m$  deinde fit etiam, vt ante,

$$B = -\frac{i(1-\epsilon)}{\epsilon(1-\epsilon)} \text{ hincque } \mathfrak{B} = \frac{i(1-\epsilon)}{i(1-\epsilon)+\epsilon};$$

ex quibus distantiae focales ita formabuntur;

$$q = -\frac{\mathfrak{B}}{F} p = -\epsilon \mathfrak{B} p; \quad r = \frac{\mathfrak{B} \mathfrak{E}}{F Q} p = \frac{\epsilon \mathfrak{B} \mathfrak{E}}{i} p;$$

$$s = \frac{\epsilon \mathfrak{B} C D}{ik} p; \quad t = \frac{\epsilon \mathfrak{B} C D \mathfrak{E}}{ik k'} p; \quad \text{et}$$

$$u = -\frac{\epsilon \mathfrak{B} C D \mathfrak{E}}{ik k' T} p = -\frac{\mathfrak{B} C D \mathfrak{E}}{m} p;$$

et intervalla

$$A B = B C = (1-\epsilon) p; \quad C D = \frac{\epsilon \mathfrak{B} C}{i} (1+k) p;$$

$$D E = +\frac{\epsilon \mathfrak{B} C D}{ik} (1+k') p, \quad \text{et}$$

$$E F = \frac{\epsilon \mathfrak{B} C D \mathfrak{E}}{ik k'} (1+\frac{1}{i}) p.$$

vbi cum sit  $B < 0$ , debet esse  $C < 0$ ; deinde  $D > 0$ . Porro vt fiat  $u$  positium, debet esse  $E < 0$  hincque ob vltimum intervallum  $T < 1$ . Nunc statuatur etiam  $r = -\omega$ ;  $\delta = 0$ ; et vt campus maximus euadat,  $u = s$ , vt fit  $M = \frac{1-\omega+\epsilon t}{m-\epsilon}$ . Vt vero margo coloratus euanescat, debet esse

$$\omega = \frac{t}{k k'} + \frac{n}{k k' T} = \frac{t}{k k'} (1 + \frac{1}{T})$$

et quia debet esse  $T < 1$ , sumatur statim  $T = 1$  vt fit  $m = \frac{ik k'}{\epsilon t}$ ; hincque  $k k' = \frac{\epsilon t m}{1}$  tum igitur erit  $\omega = \frac{t}{\epsilon t m} s$ , ac vicissim  $s = \frac{\epsilon t m \omega}{s t}$ ; vnde fit

$$M = q + \omega \left( \frac{\epsilon t m}{\epsilon t} - 1 \right) \\ \underline{\quad m - 1. \quad}$$

Nunc

Nunc autem considerari oportet sequentes quatuor aequationes:

$$\text{I}^{\circ}. \mathfrak{B} q = \frac{i-t}{i} \cdot M$$

$$\text{II}^{\circ}. -\mathfrak{C} \omega = \frac{i-t}{i} M - q$$

$$\text{III}^{\circ}. 0 = -\left(\frac{ik+t}{i}\right) M - q + \omega$$

$$\text{IV}^{\circ}. \mathfrak{C} t = \frac{ikh'-t}{i} M - q + \omega$$

Ex tertia igitur habemus

$$q - \omega = -\left(\frac{ik+t}{i}\right) M$$

addatur vtrunque  $\frac{st m \omega}{st}$ , ac prodibit

$$M(m-1) = \frac{st m \omega}{st} - \left(\frac{ik+t}{i}\right) M$$

unde inuenitur

$$M = \frac{4st m \omega}{m + \frac{ik}{i}} = \frac{4st m \omega}{st(m + ik)}$$

seu substituto valore ipsius  $\omega$

$$M = \frac{st}{m + ik} \cdot t;$$

atque insuper ex eadem aequatione crit

$$q = \frac{st(m + ik) - st m (ik + t)}{st(m + ik)} \cdot \omega$$

at vero prima aequatio dat

$$q = \frac{st(1-t)st m \omega}{st(m + ik) \mathfrak{C}},$$

quorum valorum aequalitas praebet

$$\begin{aligned} 3st(m + ik) - 4st m (ik + t) \\ = \frac{st(1-t)m}{\mathfrak{C}} = \frac{st m (1-t) + t}{j} \end{aligned}$$

unde

vnde fit

$$ik(4em - 3i) = em(3i - 4e) - \frac{em(i(e - 3i) - 4e)}{i} \\ = \frac{em}{i}(3i^2 - 4i(x - e) - 4e) \text{ seu} \\ ik = \frac{em(x i^2 - i(i - e) - 4e)}{i(4em - 3i)}$$

qui valor, vt fit positius, debet esse  $i < \frac{4}{3}em$  simul-  
que

$$i > \frac{1}{3}(x - e + \sqrt{x + e + e^2})$$

Hinc autem valore ipsius  $k$  definito secunda aequatio  
dabit

$$e = \frac{-em(x i^2 - i(i - e) - 4e)}{x i^2(m i + 3k)} = \frac{-em(i - x)(i + e)}{x i^2(m i + 3k)}$$

sive ex altero valore ipsius  $q$

$$e = \frac{-em(x + e k) - x k h}{x(m i + 3k)}$$

erit ergo ob  $e < 0$  etiam  $C < 0$  vti requiritur, ex  
quorum valorum aequalitate idem valor pro  $k$ , qui  
ante, prodit. Notetur autem hic esse

$$em + ik = \frac{em(xim - i(i - e) - 4e)}{i(4em - 3i)}$$

vnde fit

$$M = \frac{q(em - 4e) - x}{em(xim - i(i - e) - 4e)}$$

Deinde vero littera D arbitrio nostro permittitur,  
dummodo sumatur positua.

Tom. II.

A a a a

Quarta

Quarta denique aequatio nobis praebet valorem litterae

$$\epsilon = \frac{eim - i(1-\epsilon) - \epsilon}{i(m\epsilon + ik)}$$

quare ut E prodeat negatiuum, oportet esse  $\epsilon > 1$  siue

$$4eim - 2i(1-\epsilon) - 2\epsilon > i(em + ik)$$

et valore ipsius  $em + ik$  substituto

$$(4em - 3i)(4eim - 2i(1-\epsilon) - 2\epsilon) \\ > 4em(eim - i(1-\epsilon) - \epsilon)$$

quod ut fiat necesse est sit

$$6e^2im^2 - 2em(3i^2 + i(1-\epsilon) + \epsilon) \\ + 3i^2(1-\epsilon) + 3ei > 0.$$

quod sponte euenit, cum certo sit  $i < em$ .

Tandem pro loco oculi habebimus

$$0 = \frac{fu}{M.m} = \frac{i(2im - i(1-\epsilon) - \epsilon)}{i(4em - 3i)}. u \text{ siue}$$

$$0 = \frac{1}{2}u \left( 1 + \frac{i(2 - 4i(1-\epsilon) - \epsilon)}{2(4em - 3i)} \right)$$

Supereſt porro, ut diiudicemus, an pro  $\epsilon$  vnitas accipi queat, quod licebit, ſi fuerit

$$r < \frac{e^2x}{u} \text{ ſeu } r < \frac{e^2imx}{2i}$$

Contra vero accipi debet  $\epsilon = \frac{e^2imx}{2ir}$  quo caſu campus in eadem ratione diminuetur, in qua  $\epsilon$  ab vnitate deficit. Quod autem ad quantitatem  $p$  attinet,

ca

ea ex aequatione nota definiri debet, speculbrum ratione habita, vtrum sint sphaerica an parabolica.

### Corollarium.

§. 62. Quia lens in D, quam minimo foraminulo pertundi sufficit, a lente C distat intervallo

$$CD = \frac{r \cdot BC}{r} (1 + \frac{1}{k}) p$$

radii autem peregrini in lentem C incidentes post eam colliguntur ad distantiam  $r = \frac{r \cdot BC}{r} p$ ; vt hi radii excludantur, necesse est, vt hae duae distantiae a se inuicem discrepent, seu notabilis differentia esse debet inter has quantitates  $C(1 + \frac{1}{k})$  et  $C$ , hoc est inter  $1 + \frac{1}{k}$  et  $1 - C$  seu inter  $\frac{1}{k}$  et  $-C$ . Est vero

$$\frac{1}{k} = \frac{i^2(i + em - 1)}{em(i^2 - 1)(i - 1) - 1}, \text{ et}$$

$$-C = \frac{(em - 1)(i - 1)(i + 1)}{2i(em - 1(i - 1) - 1)}$$

quare cum ratio inter has quantitates debeat esse admodum inaequalis, haec fractio

$$\frac{i^2(i + em - 1)(i - 1)}{em(i - 1)(i + 1)(i^2 - 1(i - 1) - 1)}$$

plurimum ab vnitatem discrepare debet; at differentia inter numeratorem et denominatorem satis est magna, vt aequalitas non sit metuenda.

### Coroll 2.

§. 63. Quodsi autem sumamus  $i = 2$ , fractio illa ab vnitatem diuersa euadet  $= \frac{e(1 + em + i - 1)}{em(1 + i)(i + 1)}$ , quae

A a a a 2

vtique

utique satis ab unitate discrepat, ut transitus radiorum peregrinorum nequaquam sit metuendus. Campi autem ratio maxime exigit, ut ipsi  $i$  tam paruum valorem tribuamus, quam circumstantiae permittunt. Ceterum multo magis ille transitus evitabitur, si capiatur  $i > 2$ .

### Exemplum I.

§. 64. Pro multiplicatione  $m = 50$ . Ponamus hic  $\delta = \frac{1}{2}$ ;  $\epsilon = \frac{1}{3}$ , et quia haec multiplicatio postulat  $x = 1$  dig. erit  $y = \frac{1}{3}$  dig. Deinde statuamus

$$i = 3. \text{ erit}$$

$$(i + \epsilon)(i - 1) = 6, 4$$

$$3i^2 - 4i(1 - \epsilon) - 4\epsilon = 16, 6.$$

$$\epsilon m = 10;$$

$$4\epsilon m - 3i = 31.$$

$$B = -6; \mathfrak{B} = \frac{6}{3}; k = \frac{106}{37} = 2, 865.$$

$$\epsilon m + ik = 15, 355;$$

$$\mathfrak{C} = -0, 6175; C = -0, 3817.$$

$$\mathfrak{E} = 2, 4921; E = -1, 6702.$$

unde elementa primitiva sequenti modo definientur, ponendo  $\mathfrak{D}$  loco  $D$ , ut sit  $\mathfrak{D} = \frac{\epsilon}{1 + \epsilon}$ .

$$\alpha = p; \beta = 1, 2, p; \gamma = 0, 1526, p;$$

$$h = -1, p; l = -0, 2, p; e = -0, 4, p; d = 0, 0855, p;$$

$$\delta = 0,$$



$$d = 0,0855. \text{ p.}; e = 0,0229. \text{ p.}$$

$$\epsilon = -0,0382. \text{ p.}; f = 0,0764. \text{ p.}$$

ex quibus intervalla colliguntur

$$AB = BC = 0,8. \text{ p.}; CD = 0,2381. \text{ p.};$$

$$DE = 0,1084. \text{ p.}; EF = 0,0382. \text{ p.};$$

sicque tubus foramini speculi annexendus erit circiter  $\frac{1}{3}$  p.

Distantiae vero focales erunt

$$q = Bb = -0,24. \text{ p.};$$

$$r = Ce = 0,247. \text{ p.};$$

$$s = Dd = 0,0855. \frac{1}{1+i}. \text{ p.};$$

$$t = Ee = 0,0571. \text{ p.};$$

$$u = f = 0,0764. \text{ p.}$$

Præterea pro hoc casu habebimus.

$$M = \frac{0.2}{0.23} t = 0,0339. t$$

$$(8,5307323.)$$

Tum vero  $q = 0,113. t$

$$r = -u = -0,45. t.$$

Nunc igitur videamus, an pro  $t$  sumi possit unitas, nec ne? quem in finem consideremus valorem

$$r = 4 \delta x; \text{ seu } 0,111. \text{ p. } t = 1 \text{ dig.}$$

vnde fit  $t = \frac{1}{0,111. \text{ p.}} = \frac{1}{p}$  vnde apparet, si  $p$  fuerit

$$A a a a 3$$

nouem.

nouem digitorum vel minus, tum sumi posse  $z = r$ .  
 fin autem fuerit  $p > 9$  dig. tum sumi debet  $z = \frac{1}{2}$   
 et campus tanto fiet minor. Circa locum oculi ve-  
 ro notandum est, esse  $O = \frac{1}{2} u (1 + \frac{1}{16} \frac{p}{u}) = 0,58.u$ .  
 Nunc vero restat praecipua inuestigatio distantiae fo-  
 calis  $p$ , quae ex mensura confusiois colligitur

$$\begin{aligned}
 p = k x^{\frac{1}{2}} 50 (0,125 - 0,0283 \\
 + 0,00131. \mu (\lambda + v. \mathcal{E}. 1 - \mathcal{E}.) \\
 + 0,0031. \mu (\frac{(1+\frac{1}{16}) \lambda'}{\frac{1}{16}} + \frac{u(1+\frac{1}{16})}{\frac{1}{16}}) \\
 + \frac{0,00001. \mu}{\frac{1}{16}} (\lambda'' + v. \mathcal{E}. 1 - \mathcal{E}.) \\
 + \frac{0,00016. \mu}{\frac{1}{16}}. \lambda''')
 \end{aligned}$$

Circa hanc expressionem vero sequentia obseruamus:

- I°. Si speculum principale sit parabolicum; pri-  
 mum membrum post signum radicale 0,125  
 omitti debet; ac si etiam minus speculum  
 esset parabolicum; tum quoque secundum ter-  
 minum omittere liceret. Consultius autem  
 videtur solum primum speculum parabolicum  
 efficere; alteri vero figuram sphaericam per-  
 fectam inducere, tum enim sequentia mem-  
 bra ita instrui, siue litterae  $\lambda$ ,  $\lambda'$ ,  $\lambda''$  cum  
 littera  $\mathcal{E}$  ita assumi poterunt, ut ista mem-  
 bra a secundo, quod est negatiuum, perfecte  
 tollantur; neque tota confusio ad nihilum re-  
 digatur. Quod si successerit, sufficiet litteram

$p$  ex

$p$  ex sola apertura definire, sumendo scilicet  $p = 4x$  vel  $6x$  vel  $7x$ , prouti visum fuerit. Hoc ergo casu 'ob  $x = 1$  dig. distantia focalis  $p$  tuto minor, quam 9 dig. accipi poterit.

- II°. Cum igitur sumi possit  $p < 9$ . dig. ponere licebit  $s = 1$ . et campi apparentis semidiameter erit  $= 859$ . M. minut.  $= 29$ . minut. Tum autem binas postremas lentes vtrunque aequae conuexas confici oportet, vnde si lentes ex vitro communi pro quo est  $n = 1,55$  parentur, erit  $\lambda''' = 1 + (\frac{n-1}{n})^2 = 1,6299$ . At  $\lambda'' = 1 + 0,6299.(1 - 2\mathcal{E}) = 10,9991$ .

- III°. Quia adeo capere liceret  $p = 4$  dig. ne distantia focalis vltimae lentis fiat nimis parua, sufficiet statuere  $S = 1$ . atque hinc erit vltimum membrum nostrae formulae  $= 0,00055$ . Pro penultimo membro erit  
 $\nu.\mathcal{E}. 1 - \mathcal{E} = -0,8649$ ; ideoque  
 $\lambda'' + \nu.\mathcal{E}. 1 - \mathcal{E} = 10,1342$ ,  
 ac propterea totum membrum  $= 0,00047$ . Quocirca ambo postrema membra iunctim sumpta dabunt  $0,00102$ .

- IV°. Pro prima autem lente erit

$$\nu.\mathcal{E}. 1 - \mathcal{E} = -0,2323;$$

vnde

vnde totum membrum inde natum fiet

$$= 0,00123.\lambda - 0,00028.$$

Pro secunda autem lente erit

$$\frac{(1+\delta)^2}{f^2} \lambda' + \frac{n(1+\delta)}{f^2} = 8.\lambda' + 2\psi$$

hincque totum membrum erit

$$= 0,0232.\lambda' + 0,00135.$$

V°. His ergo inuentis litteras  $\lambda$  et  $\lambda'$  ita definiri oportet, ut fiat

$$0,0283 = 0,00123.\lambda + 0,0232.\lambda' \\ + 0,00209$$

sive

$$0,0262 = 0,00123.\lambda + 0,0232.\lambda'$$

ubi notandum litteras  $\lambda$  et  $\lambda'$  unitate minores esse non posse statuamus ergo  $\lambda' = 1$ ; et esse debeat  $0,0030 = 0,00123.\lambda$ ; hincque  $\lambda = \frac{0,0030}{0,00123} = \frac{700}{123} = 2,44$ .

Hinc igitur consequimur sequentem constructionem:

Telescopium Caradioptricum pro multiplicatione  $m = 50$ .

§. 65. Ex iis, quae modo euoluimus, obtinemus sequentes determinationes:

I°. Pro speculo principali, quod exactissime secundum figuram parabolicam elaborari debet, distan-

distancia focalis accipi posset  $p = 4$  dig. In-  
terim tamen litteram  $p$  quasi indeterminatam  
in calculo retineamus.

Semidiameter aperturæ huius speculi  $x = 1$  dig.  
et semidiameter foraminis  $y = \delta x = \frac{1}{2}$  dig.  
Ante hoc speculum ad intervallum  $= 0,8.p$   
constituatur speculum Secundum Q B Q.

- II°. Pro quo debet esse distancia focalis  $q = -0,24.p$ ,  
ita, vt hoc speculum debeat esse conuexum  
et ad figuram sphaericam exacte elaboratum.  
Eius aperturæ semidiameter  $= \frac{1}{2}$  dig. Post  
hoc speculum in ipso foramine speculi maio-  
ris ad distantiam  $BC = \frac{1}{2}.p = 0,8.p$ . con-  
stituitur.

- III°. Lens prima, ex vitro communi  $n = 1,55$   
paranda, cuius distancia focalis sit  $r = 0,247.p$   
capiendo

$$\text{rad. fac. } \begin{cases} \text{ant.} = \frac{r}{s - \mathcal{E}(s - \mathcal{E}) + \tau \gamma (\lambda - 1)} = 1,5181 = 0,1729.p \\ \text{poster.} = \frac{r}{\mathcal{E} + \mathcal{E}(s - \mathcal{E}) \pm \tau \gamma (\lambda - 1)} = 0,5788 = 0,6339.p \end{cases}$$

Semidiameter aperturæ  $= \frac{1}{2}$  dig; vt foraminis,  
et intervallum vsque ad lentem secundam

$$= 0,2381.p = CD.$$

- IV°. Pro secunda lente SDS, cuius distancia fo-  
calis  $s = 0,0427.p$  ob  $\mathcal{D} = \frac{1}{2}$  et  $\lambda' = 1$  ca-  
piatur

Tom. II.

B b b b

rad.

$$\text{rad. fac.} \left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = \frac{f}{\sigma - \frac{1}{2}(\sigma - \rho)} = \frac{f}{0,8553} = 0,04697p. \\ \text{poster.} = \frac{f}{\rho + \frac{1}{2}(\sigma - \rho)} = \frac{f}{0,9397} = 0,04697p \end{array} \right.$$

Eius aperturæ semidiameter:

$$= \frac{\pi}{FQR} = \frac{\pi}{18,777} = 0,037. \text{ dig.}$$

et interuallum ad tertiam lentem

$$DE = 0,1084. p.$$

V°. Pro tertia lente, cuius distantia focalis  $f = 0,0571. p.$ ,  
capiatur radius vtriusque faciei  $= 0,0628. p.$   
eius<sup>1</sup> aperturæ semidiam.  $= \frac{1}{2}f = 0,0142. p.$   
et interuallum ad quartam lentem  $= 0,0382. p.$

VI°. Pro quarta lente, cuius distantia focalis

$$\mu = 0,0764. p, \text{ capiatur}$$

$$\text{radius vtriusque faciei} = 0,0840. p.$$

$$\text{eius aperturæ semidiam.} = \frac{1}{2}\mu = 0,0191. p.$$

et interuallum ad oculum

$$^{\circ} = 0,58. \mu = 0,0445. p.$$

VII°. Tubi ergo anterioris ambo specula continen-  
tis longitudo aliquanto maior est, quam  $0,8. p.$   
Tubi vero posterioris lentes continentis lon-  
gitudo erit  $= 0,4292. p.$  sicque totius instru-  
menti

menti longitudo erit circiter  $= 1,4292.p$ .  
ita, vt sumto  $p = 5. \text{dig.}$ ; haec longitudo fu-  
tura sit  $7. \text{dig.}$

VIII°. Campi autem apparentis semidiameter iam  
supra indicatus est  $= 29. \text{minut.}$ , qui pro  
multiplicatione  $m = 50$  satis est notabilis.

IX°. Diaphragmatis siue septis in locis imaginum  
realium collocandis hic plane non erit opus,  
cum secunda lens tam exiguam habeat aper-  
turam, quae radios peregrinos omnes excludat.  
Interim tamen si in loco primae imaginis  
realis, quae post primam lentem cadit ad in-  
tervallum  $\gamma = 0,1526.p$  collocetur dia-  
phragma, eius foraminis semidiameter sumi  
debet  $= 0,127.p$  hoc vero diaphragmate vix  
erit opus, cum radiorum peregrinorum in  
lentem primam incidentium imago cadat post  
hanc lentem ad distantiam  $r = 0,247.p$ , dum  
ea radiorum propriorum cadit ad distantiam  
 $\gamma = 0,1526.p$ , quod discrimen satis est no-  
tabile.

X°. Si quis metuat, ne a tam exiguo speculo, cu-  
ius semidiameter est  $= 1 \text{ dig.}$  quodque adeo  
foramine est pertusum, nimis exigua luminis  
copia ad oculum transmittatur, is tantum  
mensuram digitorum pro lubitu augeat nihil

B b b b 2

enim

enim impedit, quominus mensura digiti adeo duplicetur. Hoc enim modo claritas ad lūbitum augeri poterit neque tamen instrumenti longitudo, quae per se est parua, ob hanc causam enormis euadet.

### Exemplum II.

Pro multiplicatione  $m = 100$ .

§. 66. Statuamus hic  $\delta = \frac{1}{2}$  et  $\epsilon = \frac{1}{2}$  vt fit  $\epsilon m = 20$ . Tum vero sumamus  $i = 4$ , quo tubus breuior euadat, atque habebimus

$$P = \frac{1}{2} = 5; Q = i = 4;$$

$$R = -k = -\frac{11}{2} = -0,63235 \text{ ob}$$

$$3i^2 - 4i(1 - \epsilon) - 4\epsilon = 34\frac{1}{2} \text{ et } 4\epsilon m - 3i = 68$$

porro

$$S = -k' = -\frac{610}{41} = -15,814 \text{ et } T = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Vnde fit

$$PQ = 20; PQR = -12,647;$$

$$PQRS = 200 \text{ et } PQRST = 100.$$

Reliquae vero litterae reperientur

$$\mathfrak{B} = \frac{16}{17} = 1,231.$$

$$B = -\frac{16}{3} = -5,333.$$

$$C = -\frac{17,11}{117} = -0,93211$$

(9,9694694)

C =



$$C = -\frac{111}{111} = -0,4824 \\ (9,6834398)$$

et

$$D = \frac{1}{1+1}; E = \frac{12,771}{12,771} = 3,4759 \\ (0,5410119)$$

$$D = 3; E = -\frac{5,4759}{5,4759} = -1,4039 \\ (0,1473490)$$

Vnde colligimus

$$\log. B C = 0,6964410; \log. B C E = 0,9514233;$$

$$\log. B C = 0,4104114; \log. B C E = 0,5577604(-)$$

His praemissis elementa nostra erunt

$$a = p; b = -\frac{a}{p} = -1; a = -0,2.p.$$

$$\beta = B b = 1,0666.p; c = -0,2666.p$$

$$\gamma = C c = 0,1286.p; d = 0,20344.p$$

$$\delta = D d = 0,20344.p; e = 0,01286.p$$

$$e = E e = -0,01806.p; f = 0,03612.p$$

vnde statim obtinemus intervalla

$$A B = 0,8.p; B C = 0,8.p; C D = 0,3320.p$$

$$D E = 0,2163.p; E F = 0,01806.p$$

Distantiae vero focales ita se habebunt:

$$g = B b = -0,246.p; r = C c = 0,2489.p$$

$$s = 0,20344.p; t = E e = 0,0447.p$$

$$u = f = 0,0361.p$$

Bbb b 3

Pne-

Praeterea vero erit  $\omega = 0, 3. t = -r$  vnde aequatio  
 $r r = 4 \delta x$  abit in hanc:  $0, 06455 t. p = x$ ; quare  
 si sumatur  $x = 2$  dig.; hinc fiet  $t = \frac{2}{0, 06455 p}$ . Dum-  
 modo igitur fuerit  $p < 30$  dig. capere licebit  $t = 1$ .  
 binasque ultimas lentes vtriusque aequae conuexas fieri  
 oportet. Verum si etiam hic liceat totam confusio-  
 nem ad nihilum redigere, ob  $x = 2$  dig. sumi adeo  
 posset  $p = 8$  dig. etiamsi praestet ipsi  $p$  maiorem  
 valorem tribuere; vnde patet tuto assumi posse  $\vartheta = 1$ .

Praeterea vero pro campo apparente habebitur  
 $M = \frac{1}{15} t$ ; quare si capi poterit  $t = 1$ . semidiamete-  
 ter campi apparentis erit  $\Phi = \frac{1}{15}$ . min  $= 15 \frac{1}{4}$  min.  
 et pro loco oculi habebimus

$$O = 0, 563. u. = 0, 02037. p.$$

Denique vt tota confusio euanescat, primum specu-  
 lum perfecte parabolicum confici necesse est, atque  
 tum esse debet

$$\begin{aligned} \frac{2(1 + \frac{B}{A})(1 - B)^2}{B^3} &= \frac{n}{B^2 C^2 P Q} (\lambda + \nu. \mathcal{E}. 1 - \mathcal{E}) \\ &- \frac{n}{B^2 C^2 P Q R} (8. \lambda' + 2 \nu) \\ &+ \frac{n}{B^2 C^2 \mathcal{E}^2 P Q R S} (\lambda'' + \nu. \mathcal{E}. 1 - \mathcal{E}) \\ &- \frac{n}{B^2 C^2 \mathcal{E}^3 m} \lambda'''. \end{aligned}$$

vbi vt ante si refractionis vitri sit

$$n = 1, 55. \text{ erit } \lambda'' = 1, 6299 \text{ et}$$

$$\lambda'' = 1 + 0, 6299. (1 - 2 \mathcal{E})^2 = 23, 308.$$

vnde

vnde aequatio nostra praebebit

$$\begin{aligned} 0,02864 &= 0,000382. \lambda - 0,00016 \\ &+ 0,034843. \lambda' + 0,00200 \\ &- 0,00001 \\ &+ 0,00015 \\ &+ 0,00032 \end{aligned}$$

$$\text{siue } 0,02634 = 0,000382. \lambda + 0,03484. \lambda'$$

quae aequalitas quia  $\lambda$  et  $\lambda'$  vnitatem minores esse nequeunt, subsistere non potest. Quamobrem coacti sumus ipsi  $\mathcal{P}$  maiorem valorem tribuere; sit ergo  $\mathcal{P} = 2$ , et nostra aequatio fiet

$$\begin{aligned} 0,02809 &= 0,000382. \lambda - 0,00016 \\ &+ 0,01143. \lambda' + 0,00075 \\ &- 0,00001 \\ &+ 0,00002 \\ &+ 0,00004 \end{aligned}$$

$$\text{siue } 0,02744 = 0,000382. \lambda + 0,01143. \lambda'$$

Ne hinc valor ipsius  $\lambda$  prodeat nimis magnus, sumamus  $\lambda' = 2$  eritque  $0,00458 = 0,000382. \lambda$ , hincque  $\lambda = \frac{12}{11} = 12$ . Sin autem sumissemus  $\lambda' = 2\frac{1}{2}$  obtinuissimus  $\lambda = \frac{77}{12} = 2$ .

Vtatur ergo his postremis valoribus  $\lambda = 2\frac{1}{2}$  et  $\lambda' = 2\frac{1}{2}$ , existente  $\mathcal{P} = 2$ ; hincque  $\mathcal{D} = \frac{1}{4}$ ; vnde colligitur sequens

Con-

Constructio Telescopii Catadioptrici  
pro  $m = 100$ .

§. 67. Haec ergo constructio constabit sequentibus determinationibus.

I°. Primum speculum perfecte secundum figuram parabolicam elaboretur, cuius distantia focalis sit  $= p$ , quam ad minimum 8 dig. statui oportet; eius aperturae semid.  $= x = 2$ . dig. foraminis autem semidiam.  $= \frac{1}{2}$  dig. et distantia a speculo minore  $AB = 0, 8. p$ .

II°. Minus speculum figuram sphaericam habeto, cuius distantia focalis sit  $q = -0, 246. p$ ; et semidiamet. aperturae  $= \frac{1}{2}$  dig. indeque distantia ad primam lentem  $BC = 0, 8. p$ .

III°. Pro prima lente, cuius distantia focalis

$$r = 0, 2485. p, \text{ numeri vero}$$

$$C = -0, 9321 \text{ et } \lambda = 2,$$

capiatur radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{r}{r - C(r - \ell) \pm \tau \sqrt{\lambda - a}} = \frac{r}{2,1666 - 0,9051} = 0, 1205. p.$$

$$\text{poster.} = \frac{r}{\ell + C(r - \ell) + \tau \sqrt{\lambda - a}} = \frac{r}{-2,1445 + 0,9051} = -1, 0210. p.$$

Semidiam. apert. foramini aequalis  $= \frac{1}{2}$  dig.

et distantia ad lentem secund.  $CD = 0, 3320. p$ .

IV°. Pro

IV°. Pro secunda lente, cuius distantia focalis

$s = 0,1356 p$  et numeri  $\mathfrak{D} = \frac{1}{4}$  et

$\lambda' = 2,3333$ . capiatur radius faciei

anter.  $= \frac{f}{s - \mathfrak{D}(s - f) \pm \tau \sqrt{(\lambda' - 1)}} = 1,7147 = 0,0791. p.$

poster.  $= \frac{f}{f + \mathfrak{D}(s - f) \pm \tau \sqrt{(\lambda' - 1)}} = 1,1014 = 1,3114. p.$

Eius aperturæ semidiam.  $= \frac{x}{F_{QR}} = 0,16. \text{dig.}$

et distantia a lente tertia  $DE = 0,4326. p.$

V°. Pro lente tertia, cuius dist. focal.  $t = 0,0894. p.$

capiatur radius vtriusque faciei  $= 0,0983. p.$

eius aperturæ semid.  $= \frac{1}{4} t = 0,0246. p.$  et

distantia ad lentem quartam  $EF = 0,03612. p.$

VI°. Pro lente quarta, cuius dist. foc.  $u = 0,0722. p.$

capiatur radius vtriusque faciei  $= 0,0794. p.$

eius aperturæ semidiam.  $= \frac{1}{4} u = 0,0198. p.$

et distantia oculi  $O = 0,563. u = 0,0204. p.$

VII°. Longitudo ergo tubi prioris aliquanto maior

erit, quam  $0,8. p.$  tubi autem affixi longitu-

do  $= 0,8211. p$ ; hincque totius instrumenti

circiter  $= 1,6211. p.$

VIII°. Campi apparentis semidiameter  $= 15 \frac{1}{4} \text{ min.}$

et quæ supra obseruauimus præterea, etiam

hic locum habent.

Tom. II.

C c c c

Exem-

## Exempl. III.

Pro multiplicatione  $m = 150$ .

§. 68. Maneant, vt ante,  $\delta = \frac{1}{4}$  et  $\epsilon = \frac{1}{2}$  vt  
 sit  $\epsilon m' = 30$ . sumatur autem  $i = 5$  et vt claritate  
 sufficiente fruamur, sit  $x = 3$ . dig. vt sit  $y = \frac{1}{2}$  dig.  
 et hinc colligimus

$$P = 5; Q = 5; R = -k = -0,6652.$$

$$S = -k' = -1,8040; \text{ et } T = \frac{1}{4}. \text{ hinc}$$

$$PQ = 25; PQR = -16,63;$$

$$PQRS = 300 \text{ et } PQRST = 150.$$

inde vero reliquae litterae reperientur:

$$B = \frac{5}{2} = 1,25; B = -5;$$

$$C = -\frac{25,125}{27,125} = -0,9286$$

$$(9,9994001)$$

$$C = -\frac{0,0975}{1,0025} = -0,49966.$$

$$(9,6986742)$$

$$D = \frac{5}{1+4}; D = 5;$$

$$E = \frac{11,125}{3,575} = 3,5504.$$

$$(0,5502750)$$

$$E = -\frac{2,125}{1,125} = -1,3921.$$

$$(0,1436667)$$

vnde colligimus

$$\log. B C = 0,69837015$$

log.

$$\log. BC = 0,3976442;$$

$$\log. BCE = 0,9479192;$$

$$\log. BCE = 0,5413109 (-)$$

His praemissis elementa nostra erunt

$$a = f; b = -0,2.p; \beta = p; c = -0,2.p.$$

$$\gamma = 0,099932.p; d = 0,15023.p.$$

$$\delta = 0,15023.S.p; e = 0,06833.S.p.$$

$$\epsilon = -0,01159.S.p; f = +0,02318.S.p.$$

unde colligimus intervalla

$$AB = 0,8.p = BC; CD = 0,25016.p.$$

$$DE = 0,15856.S.p; EF = 0,01859.S.p.$$

Distantiae vero focales ita se habebunt:

$$q = -0,25.p; r = 0,19972.p;$$

$$s = 0,15023.\frac{p}{1+1}; t = 0,02956.S.p; et$$

$$u = 0,02318.S.p.$$

Porro est  $w = \frac{1}{2}; z = -1$ ; unde aequatio  $zr = q\delta x$  dabit

$$r = \frac{q\delta x}{0,15023.p} = \frac{10}{p}.$$

proxime dum ergo  $p$  sit  $< 60$ , tuto sumere licebit  
 $r = 1$ . et quia tum erit  $M = 10,75$ ; hincque semi-  
 diameter campi  $\Phi = 10 \frac{1}{2}$  min. et pro loco oculi

$$O = 0,555.u = 0,01285.S.p.$$

C c c c 2

Dent.

Denique si primum speculum conficiatur parabolicum, omnis confusio tollitur huic aequationi satisfaciendo

$$\begin{aligned} 0,0288 &= 0,00030144 \cdot \lambda - 0,00013994 \\ &+ 0,0036177 \cdot \frac{\lambda \cdot (1+\theta)^2}{\theta^2} + 0,00084146 \cdot \frac{1+\theta}{\theta^2} \\ &+ \frac{0,0001008}{\theta^2} \\ &+ \frac{0,0001178}{\theta^2} \end{aligned}$$

sive

$$\begin{aligned} 0,0289399 &= 0,00030144 \cdot \lambda + 0,0036177 \cdot \frac{(1+\theta)^2}{\theta^2} \lambda' \\ &+ 0,00084146 \cdot \frac{1+\theta}{\theta^2} + \frac{0,0001178}{\theta^2} \end{aligned}$$

Hic patet statim, sumi non posse  $\theta = 1$ . tentetur ergo positio  $\theta = i$  eritque

$$\begin{aligned} 0,0289399 &= 0,00030144 \cdot \lambda + 0,0167487 \cdot \lambda' \\ &+ 0,00093495 + 0,0001013. \end{aligned}$$

sive

$$0,0279037 = 0,00030144 \cdot \lambda + 0,0167487 \cdot \lambda'$$

quare si hic statuatur  $\lambda' = 1$ ; fiet

$$\lambda = \frac{0,0175500}{0,0001013} = \frac{1755}{101} = 37.$$

sin autem sumamus  $\lambda = 1$ . fiet

$$\lambda' = \frac{0,0176027}{0,0167487} = \frac{176027}{167487} = 1,048.$$

Sin autem  $\lambda$  statueretur 2 vel 3, valor ipseus  $\lambda'$  vix inde mutaretur vnde pro usu practico praestare videtur, si ipsi  $\lambda'$  certus quidam valor tribuatur quia



quia enim tum ob leuissimos errores  $\lambda$  multum variare potest, plures lentes pro variis valoribus  $\lambda$  parari poterunt; ex quibus aptissimam experientia declarabit. Statuamus ergo  $\lambda' = \frac{1}{2}$  ac reperietur

$$\lambda = \frac{0,0017307}{0,0015014} = \frac{0,0017}{0,0015} = 9.$$

vnde in praxi ternae lentes parari poterunt ex valoribus  $\lambda = 8; = 9; = 10.$

Posito ergo  $\vartheta = \frac{1}{2}$ ; vt sit  $\mathfrak{D} = \frac{1}{2}$  sumatur  $\lambda' = \frac{1}{2}$  et  $\lambda = 9$ . vnde colligitur sequens:

### Constructio Telescopii Catadioptrici

pro  $m = 150.$

§. 69. Haec constructio sequentibus determinationibus continetur:

I°. Speculum obiectiuum accuratissime secundum figuram parabolicam elaboretur; cuius distantia focalis minor non sit duodecim digitis; quam hic littera  $p$  designemus. Eius aperturæ semidiameter vero sit  $x = 3$ . dig. foraminis vero semidiameter  $= \frac{1}{2}$  dig. et distantia ad speculum minus  $AB = 0,8 p.$

II°. Speculum minus exactissime ad figuram sphaericam elaboretur, cuius distantia focalis sit  $q = -0,25 p.$  quippe quod est conuexum. Eius aperturæ semidiameter  $= \frac{1}{2}$  dig. et distantia ad primam lentem  $BC = 0,8 p.$

Cccc 3.

III°.

III°. Pro prima lente, cuius distantia focalis est  
 $r = 0,19972$ .  $p$ . numerique  $\mathcal{C} = -0,9986$   
 et  $\lambda = 9$ . capiatur radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{r}{r - \mathcal{C}(r - \ell) \pm \tau \sqrt{s}} = v_{1041} = 0,39777 \cdot p.$$

$$\text{poster.} = \frac{r}{\ell + \mathcal{C}(r - \ell) + \tau \sqrt{s}} = v_{1170} = 0,15176 \cdot p.$$

Sin autem sumeretur  $\lambda = 10$ , prodiret radius  
 faciei

$$\text{anter.} = v_{1244} = 0,57589 \cdot p.$$

$$\text{poster.} = v_{1313} = 0,13543 \cdot p.$$

vnde concludimus in genere sumi posse ra-  
 dium faciei

$$\text{anter.} = (0,39777 \mp 0,17812 \cdot \omega) \cdot p.$$

$$\text{poster.} = (0,15176 \pm 0,01633 \cdot \omega) \cdot p.$$

ubi  $\omega$  per experientiam definiri conveniet.

Huius autem lentis semidiameter aperturæ  
 $= \frac{1}{2}$  dig et distantia ad lentem secundam

$$CD = 0,25016 \cdot p.$$

IV°. Pro secunda lente, cuius distantia focalis

$s = 0,090138$ .  $p$ . et numeri  $\mathcal{D} = \frac{1}{2}$  et  
 $\lambda' = 1,5$  capiatur radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{s}{s - \mathcal{D}(s - \ell) \pm \tau \sqrt{s}} = v_{1214} = 0,72046 \cdot p.$$

$$\text{poster.} = \frac{s}{\ell + \mathcal{D}(s - \ell) + \tau \sqrt{s}} = v_{1313} = -2,8864 \cdot p.$$

Eius

Eius aperturæ semidiameter

$$= \frac{r}{PQR} = \frac{1}{11} \text{ dig.} = 0,18. \text{ dig.}$$

et distantia ad lentem tertiam

$$DE = 0,23784. p.$$

V°. Pro tertia lente, cuius distantia focalis

$$f = 0,04434. p.$$

sumatur radius faciei vtriusque = 0,048774. p.

eius aperturæ semidiameter = 0,01108. p.

et distantia ad lentem quartam EF = 0,01738. p.

VI°. Pro lente quarta, cuius distantia focalis

$$u = 0,03477. p.$$

capiatur radius vtriusque faciei = 0,03824. p.

eius aperturæ semidiameter =  $\frac{1}{4}u = 0,00869. p.$

et distantia ad oculum

$$O = 0,555. u = 0,01927. p.$$

VII°. Longitudo ergo tubi prioris specula continen-

tis aliquantum superabit 0,8. p; posterioris

vero erit = 0,52465. p. ita, vt totius in-

strumenti longitudo sit circiter = 1,32465. p.

Tum vero semidiameter campi apparentis

erit = 10 $\frac{1}{2}$  minut.

### Scholion

§. 70. Remedium in subsidium praxeos, quod  
hic pro prima lente attulimus, etiam facile ad exempla  
præ-

praecedentia accommodatur. Ponamus enim pro hac lente inuentos esse radios facierum  $f$  et  $g$ , et nunc quaestio eo redit, quomodo hos radios variari oporteat, ut distantia focalis maneat eadem. Ponatur prior  $= f + x$ ; posterior  $= g - y$ , et necesse est, ut fiat  $\frac{fg}{f+g} = \frac{(f+x)(g-y)}{f+g+x-y}$ ; unde sumto  $x$  pro lubitu siue negative siue positive capi debet  $y = \frac{g^2 x}{f^2 + (f+g)x}$ ; quare cum  $x$  et  $y$  sint satis parua erit  $y = \frac{g^2 x}{f^2}$ , siue  $x:y = f^2:g^2$ , ita, ut posito  $x = f^2 \omega$  futurum sit  $y = g^2 \omega$ . Pro lente ergo prima, cuius radii supra inuenti sint  $f$  et  $g$ , alias successive substitui conueniet, quarum radii sint  $f \pm f^2 \omega$  et  $g \mp g^2 \omega$ . Deinde hic etiam notasse iuuabit, pro lente prima minorem aperturam sufficere posse, quam hic assignauimus foramini aequalem. Sufficiet enim apertura, cuius semidiameter  $= \frac{1}{4} r r = \frac{1}{4} r$ .  $r = 0,01248.p$ . unde si  $p = 12$  dig. iste semidiameter foret  $= 0,1497$ . dig.  $= \frac{1}{4}$  dig. circiter; ac si adeo esset  $p = 20$ . dig.; foret iste semidiameter  $= \frac{1}{3}$  dig. ex quo concludimus, sufficere, si huic lenti apertura tribuatur, cuius semidiameter sit  $\frac{1}{4}$  dig. quo pacto ingentem copiam radiorum peregrinorum ab introitu arcebitur, sicque reliqui eo felicius a secunda lente excludentur; etsi eius apertura non tam est exigua, ut in praecedentibus exemplis, cuius rei ratio est, quod litteram  $i$  in multo minore ratione auximus, quam multiplicationem  $m$ ; quam ob causam in sequente exemplo litterae  $i$  multo maiorem valo-

valorem tribuimus, quia inde nihil aliud est metuen-  
dum, nisi exigua diminutio campi.

### Exemplum 4.

pro multiplicatione  $m = 200$ .

§. 71. Manentibus litteris  $\delta = \frac{1}{4}$  et  $\varepsilon = \frac{1}{4}$ , ca-  
piatur  $i = 10$  et ut sufficiens claritatis gradus obti-  
neatur, sumamus  $x = 5$ . dig. ut sit semidiameter fo-  
raminis  $= \delta x = \frac{1}{4}$  dig. et  $\varepsilon m = 40$ . Hinc ergo col-  
liguntur valores

$$P = 5; Q = 10; R = -k = -0,8221;$$

$$S = -k' = -9,7312 \text{ et } T = \frac{1}{4}; \text{ hincque}$$

$$PQ = 50; PQR = -41,105;$$

$$PQRS = 400 \text{ et } PQRS T = 200.$$

reliquae vero litterae ita determinabuntur

$$\mathcal{B} = \frac{1}{11} = 1,2903; B = -\frac{1}{9} = -4,4444.$$

$$\mathcal{C} = -1,0153; C = -0,50381.$$

$$(0,0066052)(-); (9,7022655)(-)$$

$$\mathcal{E} = 3,2841; E = -1,4377.$$

$$(0,5164093) \quad (0,1576942)$$

unde colliguntur sequentes logarithmi

$$\log. B \mathcal{C} = 0,6544183; l. BC = 0,3500786.$$

$$\log. BC \mathcal{E} = 0,8664879; l. BCE = 0,5077728 -$$

Tom. II.

D d d d

hinc

hinc elementa sequenti modo definiuntur:

$$\begin{aligned} a &= p; b = -0, 2. p; \beta = 0, 8889. p; \\ c &= -0, 0889. p; -\gamma = 0, 04473; \\ d &= 0, 054473. p; \delta = 0, 054473. \mathcal{P}. p; \\ e &= 0, 005598. \mathcal{P}. p; \varepsilon = -0, 007798. \mathcal{P}. p; \\ \text{et } f &= 0, 015596. \mathcal{P}. p. \end{aligned}$$

ex quibus colliguntur intervalla

$$\begin{aligned} AB &= 0, 8. p = BC; CD = 0, 09925. p; \\ DE &= 0, 060071. \mathcal{P}. p; EF = 0, 007798. \mathcal{P}. p. \end{aligned}$$

Distantiae vero focales

$$\begin{aligned} g &= -0, 2581. p; r = 0, 09025. p; \\ s &= 0, 05447 \frac{1}{1-t}. p; t = 0, 01838. \mathcal{P}. p; \\ \text{et } u &= 0, 015596. \mathcal{P}. p. \end{aligned}$$

Porro est  $\omega = -r = \frac{1}{2}t$ ; vnde aequatio  $tr = 4\delta x$  dabit  $t = \frac{160}{p}$ . dig.; vnde patet, dummodo  $p$  minor sit, quam 160. dig. tuto sumi posse  $t = 1$ ; at si liceat confusionem ad nihilum redigere, adeo sumere licebit  $p = 20$ . dig. tum autem fiet  $M = \frac{110}{110}$ ; vnde semidiameter campi erit  $\frac{110}{110}$  min. = 7; min. Praeterea vero pro loco oculi habebitur  $O = 0, 6. u$ . Tantum igitur superest, vt confusionem ad nihilum redigamus, quod fiet hac aequatione:

$$\begin{aligned}
0,029074 &= 0,00020418:\lambda - 0,0000972. \\
&+ 0,0020329.\frac{(1+\delta)^2}{\delta^2}.\lambda' \\
&+ 0,00047286.\frac{1+\delta}{\delta^2}. \\
&+ \frac{0,000112}{\delta^2}. \\
&+ \frac{0,00000116}{\delta^2}.
\end{aligned}$$

siue

$$\begin{aligned}
0,029171 &= 0,00020418.\lambda \\
&+ 0,0020329.\frac{(1+\delta)^2}{\delta^2}.\lambda' \\
&+ 0,0004729.\frac{1+\delta}{\delta^2}. \\
&+ \frac{0,0001122}{\delta^2}.
\end{aligned}$$

vbi iam nihil obstat, quominus statuatur  $\vartheta = 1$ . hinc-  
que habebimus

$$0,028113 = 0,0002042.\lambda + 0,016264.\lambda'.$$

Ne igitur hinc valor ipsius  $\lambda$  prodeat nimis magnus,  
commode statui poterit  $\lambda' = 1\frac{1}{2}$ , atque reperietur  
 $\lambda = \frac{17,7}{104} = 18$ . proxime. Commodius vero erit su-  
mere  $\lambda' = 1\frac{1}{2}$ ; vnde fiet  $\lambda = \frac{1006}{804} = 5$ . Retineamus  
igitur valores  $\vartheta = 1$ ;  $\lambda' = 1\frac{1}{2}$ , vt fiat  $\lambda = 5$ , cui  
adiungere poterimus valores finitimos  $\lambda = 4$  et  $\lambda = 6$ .  
quo praxi melius consulatur; atque hinc colligetur  
sequens

**Constructio Telescopii Catadioptrici**  
pro multiplicatione  $m = 200$ .

§. 72. Statuamus hic, vt haecenus, distantiam  
focalem speculi principalis  $= p$ , quum, vt vidimus,  
D d d d 2                      mino-

minorem quam 20 dig. assumi non conuenit. Praestabit autem eam haud mediocriter maiorem assumere.

I°. Speculum igitur primum adcuratissime forma parabolica elaboretur, cuius distantia focalis sit  $= p$ ;

Eius aperturae semidiameter  $x = 5$ . dig.

et semidiameter foraminis  $y = 1 \frac{1}{2}$  dig.

Distantia vero ad speculum minus  $AB = 0,8.p$ .

II°. Pro secundo speculo minore conuexo eius figura accuratissime sphaerice elaboretur, vt sit eius distantia focalis  $q = -0,2581.p$ .

Eius aperturae semidiameter  $= 1 \frac{1}{2}$  dig.

et distantia ad primam lentem in foramine  $= BC = 0,8.p$ .

III°. Pro lente prima, cuius distantia focalis

$r = 0,09025.p$  et numeri  $\mathcal{C} = -1,0153$ .

et  $\lambda = 5$ , capiatur radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{r}{\mathcal{C} - \mathcal{C}(\sigma - \rho) + \tau \gamma} = \frac{r}{2,0161 + 1,28102}$$

$$\text{poster.} = \frac{r}{\rho + \mathcal{C}(\sigma - \rho) + \tau \gamma} = \frac{r}{-1,2680 + 1,28102}$$

hinc radius faciei

$$\text{anter.} = 0,070734.p$$

$$\text{poster.} = 0,16645.p$$

Sin



Sin autem fumeremus  $\lambda = 4$ , prodiret radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{r}{2,0861 \pm 1,5677} = 0,05944. p.$$

$$\text{poster.} = \frac{r}{-1,5640 \pm 1,5677} = 0,30113. p.$$

At si fumeretur  $\lambda = 6$ , foret radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{r}{2,0861 \pm 2,0219} = 0,08496. p.$$

$$\text{poster.} = \frac{r}{-1,5610 \pm 2,0219} = 0,11940. p.$$

ex quibus casibus deducimus in subsidium praxeos sequentes conclusiones:

*Prior:* Si  $\lambda = 5 - \omega$ , denotante  $\omega$  fractionem arbitrariam, erit radius faciei

$$\text{anter.} = (0,07073 - 0,01129. \omega) p$$

$$\text{poster.} = (0,16645 + 0,13468. \omega) p.$$

*Poster:* Sin autem  $\lambda = 5 + \omega$ , erit radius faciei

$$\text{anter.} = (0,07073 + 0,01423. \omega) p.$$

$$\text{poster.} = (0,16645 - 0,04705. \omega) p.$$

Eius aperturae semidiameter  $= 1\frac{1}{2}$  dig.

et distantia ad lentem secundam

$$CD = 0,09925. p.$$

IV°. Pro secunda lente, cuius distantia focalis est  $s = 0,02723. p.$  et numeri  $\mathfrak{D} = \frac{1}{2}$  et

$$D d d d 3$$

$$\lambda' =$$

$\lambda' = 1,6667$ . capiatur radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{s}{\frac{1}{2}(\sigma + \varrho) + \tau \sqrt{0,6667}} = \frac{s}{0,5090 + 0,713,0}$$

$$\text{poster.} = \frac{s}{\frac{1}{2}(\sigma + \varrho) - \tau \sqrt{0,6667}} = \frac{s}{0,5090 - 0,713,0}$$

seu anter. = 0,01652. *p*.

poster. = 0,16018. *p*.

eius aperturæ semidiam. =  $\frac{\pi}{FOA} = \frac{1}{2}$  dig.

et distantia a lente tertia DE = 0,06007. *p*.

V°. Pro lente tertia, cuius distantia focalis

$$s = 0,01838. \text{ *p* .}$$

capiatur radius faciei vtriusque = 0,02022. *p*.

Eius apert. semidiam. =  $\frac{1}{2}s = 0,00459. \text{ *p* .}$

et distantia a lente quarta EF = 0,007798. *p*.

VI°. Pro lente quarta, cuius distantia focalis

$$u = 0,015596. \text{ *p* .}$$

capiatur radius faciei vtriusque = 0,01715. *p*.

Eius aperturæ semid. =  $\frac{1}{2}u = 0,0039. \text{ *p* .}$

et distantia ad oculum = 0,6. *u* = 0,00936. *p*.

VII°. Hinc ergo longitudo tubi prioris erit quasi = *p*, quia maior esse debet, quam  $\frac{1}{2}p$ .

posterioris vero lentes continentis = 0,17648. *p*.  
ita,

ita, vt tota longitudo futura sit circiter

$$= 1, 17648. p.$$

Campi vero apparentis semidiameter erit

$$= 7 \frac{1}{2} \text{ minut.}$$

VIII°. Si pro lente prima tantum ad claritatem spectemus, eius aperturæ semidiameter deberet esse  $= \frac{r}{FQ} = \frac{1}{10} \text{ dig.}$  sin autem ad campum spectemus, hic semidiameter esse debet

$$= \frac{1}{4} r = \frac{1}{41}. r = 0, 00846. p.$$

qui, si adeo esset  $p = 40 \text{ dig.}$  fieret

$$0, 3384 \text{ dig.} = \frac{1}{3} \text{ dig.}$$

Quare cum semidiameter foraminis  $= 1 \frac{1}{2} \text{ dig.}$  tuto oram huius lentis obtegere licebit, donec eius aperturæ semidiameter fiat  $= \frac{1}{2} \text{ dig.}$  quo pacto radii peregrini iam maximam partem excludentur.

IX°. Cum igitur ne opus quidem sit tantam magnitudinem primæ lentis tribuere, ipsum foramen maioris speculi multo minus statuere licebit, quam  $1 \frac{1}{2} \text{ dig.}$  hocque modo dum ipsum hoc speculum maiorem superficiem adipiscetur, etiam claritatis gradus augebitur, neque vero ideo necesse erit, et minoris speculi magnitudinem imminuere, cum sufficiens radio-

diorum copia in speculum cadere possit. Radii peregrini colliguntur post lentem C in distantia  $r = 0,09025.p$ ; radii vero proprii in distantia  $\gamma = 0,0448.p$ .

X°. Cum deinde prima imago realis post lentem primam cadat ad distantiam  $\gamma = 0,0448.p$ . radii autem peregrini in hanc lentem incidentes suam imaginem forment ad distantiam  $r = 0,09025.p$ ; quae cum illa plus quam duplo sit maior, neutiquam metuendum erit, ne radii peregrini ad oculum vsque propagentur.



642075

SBN

